第 18 章光的干涉

内容提要

1． 相干光及其获取方法

能产生干涉的光称为相干光。产生光干涉的必要条件时：光波的频率相同，在相遇点有相同的振动方向并有恒定的位相差。普通光源中由于原子或分子发光是彼此独立的，且具有间歇性，所发出的波列不满足上述的相干条件，因此不同光源或者是同一光源的不同部分发出的光是非相干的。获得相干光的方法是将同一光源的同一部分所发的光波分为两束，实际上就是把这一光波波列分成两个分波列，显然这两个分波列是满足相干条件的。基于这种思想，产生相干光的装置有两种类型：

（1） 分波阵面法：从同一波阵面上分离出两部分（或更多部分）它们作为子波源产生的次级波，经不同路径后相遇即可产生干涉。如双缝干涉，双面镜干涉等。

（2） 分振幅法：利用透明薄膜的上下表面对入射光波依次反射，将入射光波的振幅（也时能量）分为若干部分，让这些部分的光波相遇产生干涉现象，如薄膜干涉、劈尖干涉、牛顿环干涉等。

2． 光程与光程差

光波在媒质中经历的几何路程与该媒质折射率的乘积，称为光程。即

$$\text{光程} \quad nr \quad \frac{c}{v}r \quad ct,$$

$$\text{光程差}\ \delta \quad n_1r_1 \quad n_2r_2$$

由于光在不同媒质中传播相同的几何路程所产生的位相改变是不同的，所以利用光程的概念可以把光在不同媒质中的传播路程都折算成光在真空中的路程。这样，可统一用真空中的波长来计算和比较光在不同媒质中传播时的位相改变就更加简单、方便。

两束光的光程差应等于它们经过不同路径引起的光程之差与媒质分界面上可能存在的半波损失引起的附加光程差之和。

光程差与相位差的关系为

$$\phi \quad \frac{2\pi}{\lambda}\delta$$

式中的 是真空中的波长。

需要注意的是，理想透镜不产生附加的光程差。

3．关于半波损失

光从光疏媒质向光密媒质入射时，在反射光中会产生半波损失，而折射光中不存在半波损失。半波损失的实质是产生了 π的相位突变。在考虑半波损失的时候应当注意：

（1）产生半波损失必须满足两个条件，一是反射光；二是光必须是从光疏媒质入射到光密媒质时，在交界面上的反射。

（2）如果两列光波在界面上都存在半波损失，则附加光程差为 $\lambda/2+\lambda/2=\lambda$，根据波动的周期性可知，此时不需要考虑附加光程差。

4．干涉明暗条纹的条件

明纹：$\begin{cases}\text{相位差} \quad \phi \quad 2k\pi \\ \text{光程差} \quad \delta \quad k\lambda\end{cases} (k \quad 0,1,2,...)$

暗纹：$\begin{cases}\text{相位差} \quad \phi \quad (2k \quad 1)\pi \\ \text{光程差} \quad \delta \quad (2k \quad 1)\frac{\lambda}{2}\end{cases} (k \quad 0,1,2,...)$

上式适用于任何两束光产生干涉的情况，因此是讨论光的干涉问题的基础。

5．杨氏双缝干涉

用分波阵面方法产生两个相干光源。干涉条纹是平行于双缝的等间距直条纹。有关量的计算公式如下：

光程差	$\delta \quad nxd/D$
明纹中心坐标	$x \quad kD / nd$
暗纹中心坐标	$x \quad (2k \quad 1)D\lambda/2nd$
条纹间隔	$x \quad D\lambda/nd$

6．薄膜干涉（包括劈尖、牛顿环）

薄膜干涉条纹定域于薄膜表面附近，所形成的条纹形状及条纹宽度取决于薄膜的厚度和上下表面的形状。对于平行平面膜和劈尖薄膜，两表面反射光的光程差为

$$2e\sqrt{n_2^2 \quad n_1^2\sin^2 i} \quad \frac{}{2}$$

$$\begin{matrix} k & & k \quad 1,2, \quad ,\text{相干加强} \\ (2k \quad 1)\frac{}{2} & & k \quad 1,2, \quad ,\text{相干减弱}\end{matrix}$$

上式中的 $\frac{}{2}$ 为附加光程差（因半波损失引起）。是否要加上该项，由薄膜折射率 n_2 与膜上、下表面接触的媒质折射率 n_1, n_3 决定。

薄膜干涉有几种基本形式：

（1）平行平面膜的等倾干涉

此种干涉的特点是：膜厚 e 处处相等；光程差　只取决于入射角 i；等入射角的光束产生同一级干涉条纹。

等倾干涉的条纹为内疏外密的一系列同心圆环。相邻明（或暗）环的间距随入射角的增大而变窄，

（2）劈尖膜的等厚干涉

劈尖干涉是一种等厚干涉，其条纹为平行于底边的等间隔明暗相间直线条纹。因为是等厚干涉所以同一条纹上各点对应劈尖的厚度都相等，这一点也是根据条纹形状判断各处劈尖厚度的依据。

当光垂直照射在劈尖上时，反射光的光程差为

$$_r \quad 2n_2 e \quad \frac{}{2} \quad \begin{matrix} k & k \quad 1,2, \quad ,\text{相干加强} \\ (2k \quad 1)\frac{}{2} & k \quad 1,2, \quad ,\text{相干减弱}\end{matrix}$$

相邻明纹（或暗纹）对应薄膜的厚度差

$$e \quad \lambda/2n_2$$

相邻明纹（或暗纹）间隔

$$l \quad \lambda/2n_2\theta$$

以上公式适用于任意媒质所组成的劈尖。

（3）牛顿环

牛顿环是一种平凹薄膜的等厚干涉。其形状为一系列明暗相间的同心圆环，它满足如下关系：

明环半径 $r \quad \sqrt{\frac{2k \quad 1}{2}R\lambda}$ （k=1, 2, 3,⋯）

暗环半径 $r \quad \sqrt{kR\lambda}$ （k=0, 1, 2,⋯）

（4）迈克尔逊干涉仪

当动镜严格垂直与定镜时，光源为点光源或面光源时，可产生圆环形等倾干涉条纹。

当动镜不严格垂直与定镜时，平行光垂直入射时，可产生直线形等厚干涉条纹。

当动镜沿轴向平移半个波长时，则中心涨出或陷入一个条纹。若视场中干涉条纹移过 N 级，则动镜移动距离和条纹移动数目之间有关系

$$l \quad N\frac{\lambda}{2}$$

解题指导和示例

干涉问题的解答根本上是依靠两束相干光的相位差或光程差的计算。首先要判断是哪两束相干光叠加，然后再看它们的路程差。在光线通过介质时，还要计算出光程差。在有反射时，还要判断是否有半波损失。此后就可以用光程差和波长的关系来判断叠加时明暗条纹的位置。

本章的习题主要分为两种类型：

第一类是计算有关干涉条纹的静态分布、位置、条纹间隔等问题。此类问题通常比较简单，掌握了基本概念和基本公式一般就可以比较顺利地解答出来。其解题思路主要是：找出相干光，确定相干区域，计算叠加处的光程差，最后根据光程差写出干涉明、暗纹条件从而确定条纹级次，条纹间隔等。

第二类问题是有关干涉条纹的移动问题。在光的干涉应用中，许多作法都与条纹的变动有关。在分析条纹的移动方向时，常常是跟踪视场中某级条纹，观察它朝什么方向移动，则相应的其它条纹也朝这一方向移动。

还应当注意的是，在定量解决此类问题时，要抓住一个关键，即当条纹移动一个条纹间隔时，两束相干光的光程差改变了一个波长，这一规律对于双缝、薄膜、劈尖、牛顿环以及迈克尔逊干涉仪等装置中干涉条纹的移动都是适用的。以双缝干涉为例，如图 18-1，当将光源 S 竖直上移时，中央明纹（即光程差为 0 的两束相干光会聚处）将向下移动，而移动光源并不改变条纹间隔，因此整个干涉条纹图样也向下移动。再如用透明介质片遮住缝 s_2，如图 18-2 所示，则缝 s_2 所发出光束的光程将增加，其附加光程为(n-1)t，式中 n 为介质片折射率，t 为介质片厚度，因此可以判断中央明纹也将向下移动，移动距离应当满足

$$x \quad \frac{(n \quad 1)Dt}{d}$$

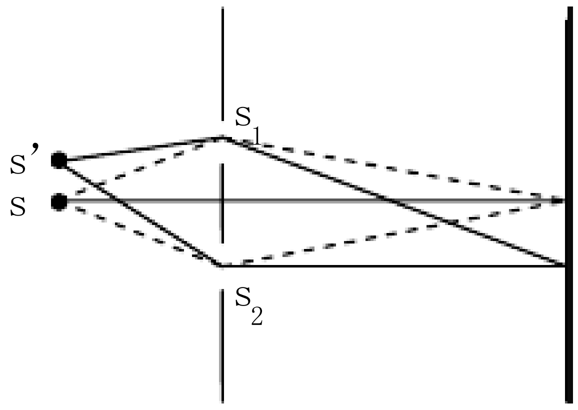


图 18-1　光源移动

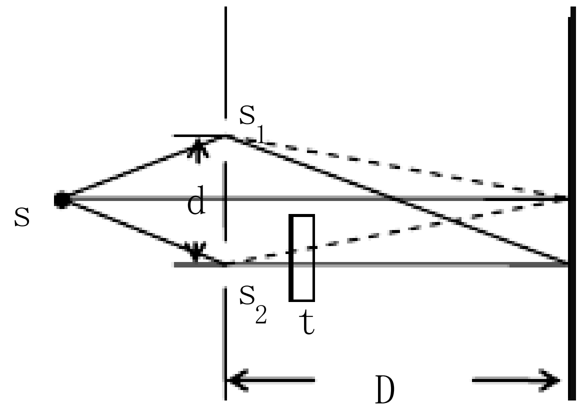


图 18-2　加介质片

例 18-1 在空气中用白光垂直照射到厚度为 e 的肥皂膜上，在反射可见光谱中观察到 λ_1=6300Å 的干涉极大，λ_2=5250Å 的干涉级小，并且在它们之间没有另外的干涉极大或极小，已知肥皂膜折射率 n=1.33，求肥皂膜的厚度？

解　对 λ_1 反射光干涉加强，而对 λ_2 反射光干涉减弱，因此有

$$2ne \quad \frac{\ _1}{2} \quad k \quad _1$$

$$2ne \quad \frac{\ _2}{2} \quad (2k \quad 1)\frac{\ _2}{2}$$

两式联立可以解得 $k \quad \frac{\ _1}{2(\ _1 \quad _2)} \quad 3$　　则 $e \quad \frac{k \quad _2}{2n} \quad 5921$ Å

例 18-2.在空气中垂直入射的白光从薄油膜上反射，油膜覆盖在玻璃板上，在可见光光谱中观察到 500nm 与 700nm 这两个波长的光在反射中消失。油的折射率为 1.30，玻璃的折射率为 1.50，试求油膜的厚度。

解：由于油的折射率为 1.30，小于玻璃的折射率，因此，当白光垂直入射到油膜上时，反射光在油膜上、下两表面都存在半波损失。故反射光的光程差为 $2ne$。由反射光极小可知

$$2ne \quad (2k \quad 1)\frac{}{2} \quad (k \quad \frac{1}{2})$$

由于在可见光的光谱中只观察到 500nm 与 700nm 这两个波长的光在反射中消失，所以可设

$_1$ 500nm 干涉极小对应的级次为

$_2$ 700nm 干涉极小对应的级次为 k -1

则　$$(k \quad \frac{1}{2})\ _1 \quad [(k \quad 1) \quad \frac{1}{2}]\ _2$$

得 $$k \quad \frac{^1 \quad ^2}{2(_1 \quad _2)} \quad \frac{500 \quad 700}{2 \quad (700 \quad 500)} \quad 3$$

所以

$$e \quad \frac{(k \quad \frac{1}{2})}{2n} \quad \frac{(3 \quad \frac{1}{2}) \quad 500}{3 \quad 1.3} \quad 673.1\text{nm} \quad 6.731 \quad 10^{\quad 4}\text{mm}$$

例 18-3 曲率半径为 R 的平凸透镜放置一标准玻璃平板上面，当以单色光垂直透镜时，观察反射光的干涉条纹，如果测得牛顿环的第 m 条和第 n 条明环之间的距离为 l，求入射光的波长？

解　由牛顿环明纹公式

$$r \quad \sqrt{\frac{(2k \quad 1)R\lambda}{2}} \qquad k \quad 1,2,3,...$$

得

$$r_m \quad \sqrt{\frac{(2m \quad 1)R\lambda}{2}}, \quad r_n \quad \sqrt{\frac{(2n \quad 1)R\lambda}{2}}$$

所以

$$l \quad |r_m \quad r_n| \quad \left|\sqrt{\frac{(2m \quad 1)R\lambda}{2}} \quad \sqrt{\frac{(2n \quad 1)R\lambda}{2}}\right|$$

上式平方，得

$$l^2 \quad R\lambda m \quad n \quad 1 \quad \sqrt{(2m \quad 1)(2n \quad 1)}$$

即

$$\lambda \quad \frac{l^2}{R\, m \quad n \quad 1 \quad \sqrt{(2m \quad 1)(2n \quad 1)}}$$

例 18-4 白光垂直照射到空气中一厚度为 380nm 的肥皂膜上。设肥皂的折射率为 1.32。试问该膜的正面呈现什么颜色？背面呈现什么颜色？

解 这是薄膜干涉问题，求正面呈现的颜色就是在反射光中求因干涉增强光的波长（在可见光范围)，求背面呈现的颜色就是在透射光中求因干涉增强（即反射减弱）的光的波长。

根据分析对反射光加强，有

$$2ne \quad \frac{}{2} \quad k \qquad (k=1，2，\quad)$$

$$4ne/(2k \quad 1)$$

在可见光范围，k=2 时，　668.8nm（红光）

K=3 时，　401.3nm（紫光）

故正面呈红紫色。同理，对透射光加强，有

$$2ne \quad k \qquad (k=1，2，\quad)$$

在可见光范围，k=2 时，　501.6nm（绿光）即背面呈绿色。

例 18-5 一射电望远镜的天线架设湖岸上，距离湖面高度为 h，对岸地平线上方有一恒星正在升起，恒星所发出光波为 λ。试求当天线测得第一次干涉极大时，恒星所在的最小角位置？

解　如图 18-5 所示，直射光与经过湖面的反射光在 O 点相遇时，其光程差为

$$\delta \quad BO \quad AO \quad \lambda/2$$

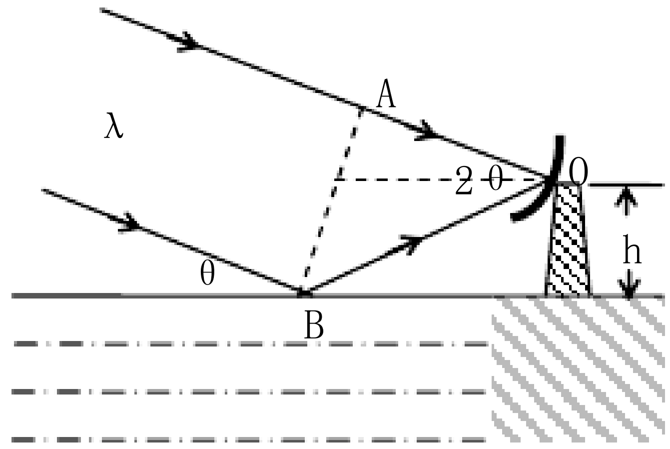
式中

$BO \quad h/\sin\theta$

$AO \quad BO\cos2\theta \quad h\cos2\theta/\sin\theta$

代入上式，得

$$\delta \quad \frac{h}{\sin\theta} \quad \frac{h\cos2\theta}{\sin\theta} \quad \frac{\lambda}{2} \quad 2h\sin\theta \quad \frac{\lambda}{2}$$



18-5

反射光干涉加强满足条件

$$\delta \quad 2h\sin\theta \quad \frac{\lambda}{2} \quad k\lambda$$

对测得的第一次干涉极大，取 $k \quad 1$，代入上式，即为恒星所在的最小角 θ_m

$$\theta_m \quad \arcsin\frac{\lambda}{4h}$$

例 18-6 在牛顿环实验中，当透镜与玻璃之间充以某种液体，第 10 个亮环的直径由 $1.40 \quad 10^{2}$m 变为 $1.27 \quad 10^{2}$m，试求这种液体的折射率.

解：当透镜与平板玻璃间为空气时，k 级明纹的直径为

$$d_k \quad 2r_k \quad 2\sqrt{(k \quad \frac{1}{2})R}$$

当透镜与玻璃之间为液体时，k 级明纹的直径为

$$d_k \quad 2r_k \quad 2\sqrt{(k \quad \frac{1}{2})\frac{R}{n_2}}$$

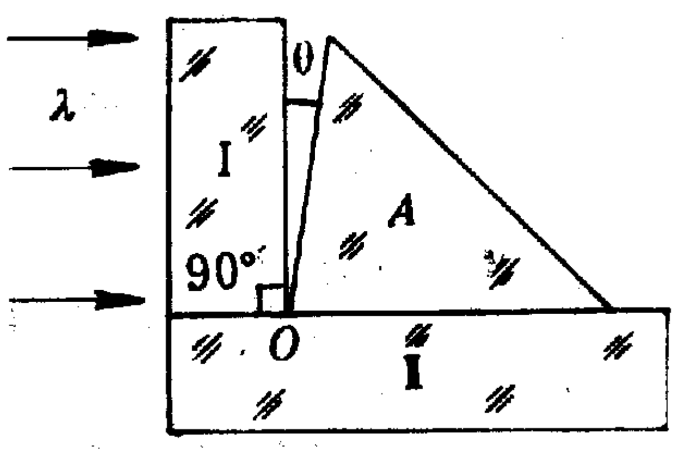
解上述两式得

$$n_2 \quad (\frac{d_k}{d_k})^2 \quad 1.22$$

例 18-7 如题 18-17图所示，I、II为两块精密的玻璃块，构成一个标准直角。A 为一待测的直角棱镜。若 A 的直角加工有误差，则与 I 构成一空气劈尖（设棱镜另一边与 II密合）。今用波长为 =589nm 的平行光垂直入射于 I，测得反射光等厚干涉的相邻明纹间隔 $l \quad 5.0\text{mm}$ 。问

（1）棱镜的直角加工偏差为多少？

（2）如何判断被检测的棱镜直角是大于 90^0 还是小于 90^0？



题18-17图

解：(1)设 A 与 I 构成的空气劈尖的楔角为 ，第 k 级和第 k+1 级对应的劈尖厚度分别为 e_k 及 e_{k1}。因 很小，由劈尖干涉原理可知

$$e_{k1} \quad e_k \quad 2n_2 \quad 2 \quad 1$$

故 $$\frac{}{2\ \ 1} \quad \frac{589\ \ 10^{9}}{2\ \ 5.0\ \ 10^{3}} \quad 5.89\ \ 10^{5}(rad)$$

（2）在薄膜的等厚干涉中，要判断构成薄膜界面的各个元件的空间关系，都必须抓住等厚干涉的一个特点：同一级干涉条纹对应于薄膜中相同的光学厚度。薄膜的形状和光学厚度发生变化时，各级干涉条纹就随着迁移到与它原来的光学厚度相等的新位置上。因此，若将 A 向右平移时，各级条纹向下迁移，则说明 A 与 I 构成一个下薄上厚的空气劈尖，棱镜被检测的直角小于 90 ；若将 A 向右平移时，各级条纹向上迁移，则说明 A 与 I 构成一个上薄小厚的空气劈尖，棱镜被检测的角度大于 90 （这种动态判断法常用于光学检测工艺中）

课后习题详解

18-1 如图，在杨氏双缝干涉装置中，在 S_2 缝上覆盖厚度为 h 的介质片，设入射光的波长为 。则原来的零级条纹移至何处？若移至原来的第 k 级明条纹处，求介质片的折射率 n 为多少？

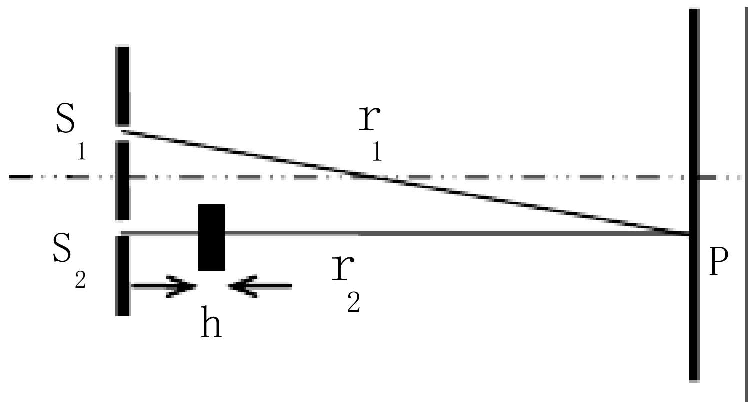
解：（1）从 S_1 和 S_2 发出的相干光到达屏上 P 点所对应的光程差为

$$(r_2 \quad h \quad nh) \quad r_1$$

对于零级明纹，有 $\quad 0$

因此有 $r_2 \quad r_1 \quad (n \quad 1)h \quad 0$

说明原来的零级明纹至屏中央向下移动。



题 18-1图

（2）对于原来第 k 级明纹，有

$$r_2 \quad r_1 \quad k$$

当插入介质片时，原来的零级明纹移到 k 级处，因此应当满足

$$r_2 \quad r_1 \quad (n \quad 1)h \quad k \qquad 最后得 \quad n \quad 1 \quad \frac{k}{h}$$

要注意由于零级在屏中央以下，所以式中的 k 应取负值。

18-2在杨氏双缝实验中,两缝间的距离是 0.30mm, 用单色光照射,在离缝 1.2m 远的屏上测得两个第五级暗条纹间的距离为 22.78mm, 问入射光的波长为多少?它是什么颜色的光?

解：在双缝干涉中，屏上暗条纹位置由 $x \quad (2k \quad 1)\frac{D}{2d}$ 决定。由于对称，第 5 级暗条纹对应的距离 $x \quad \frac{22.78}{2}\text{mm}$ 。由暗条纹公式即可求得波长 ，由杨氏双缝实验的公式可知

暗条纹应满足 $\frac{xd}{D} \quad (2k \quad 1)\frac{}{2} \quad \frac{9}{2}$

两个第 5 级暗条纹间的距离为 x

则 $$\frac{\frac{x}{2}d}{D} \quad \frac{9}{2}$$

入射光的波长为 $$\frac{x}{9D}d \quad \frac{22.78 \quad 10^{3}}{9 \quad 1.2} \quad 0.3 \quad 10^{3} \quad 632.8\text{nm}$$

这是红色光。

18-3 在双缝干涉实验中，两缝分别被折射率为 n_1 和 n_2 的透明薄膜遮盖，二者的厚度均为 e。波长为 的平行单色光垂直照射到双缝上，在屏中央处，求两束相干光的位相差。

解：在不加透明薄膜时，屏中央处的位相差为零。而在插入透明薄膜后，虽然两相干光在薄膜中的几何路程相同，但光程却不同，因此在屏中央处位相差不等于零。

插入透明薄膜前光程差 $_1 \quad r_2 \quad r_1$

在屏中央 $r_2 \quad r_1$

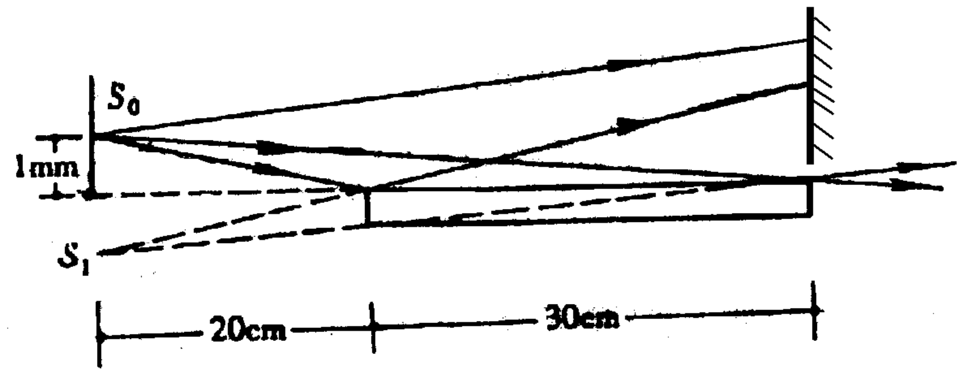
插入透明薄膜后屏中央的光程差

$$_2 \quad [(n_2 \quad 1)e \quad r_2] \quad [(n_1 \quad 1) \quad r_1] \quad (n_2 \quad n_1)e$$

所以两束相干光在屏中央的位相差

$$2 \quad \frac{2}{} \quad \frac{2 \quad (n_2 \quad n_1)e}{}$$

18-4 在洛埃镜装置中，狭缝光源 S_0 和它的虚象 S_1 在离镜左边 20cm 的平面内（如图），镜长为 30cm，在镜的右边边缘处放置一毛玻璃光屏，若 S_0 到镜面的垂直距离为 1.0mm，使用波长 680nm 的红光，试计算镜面右边边缘到第一条明条纹中心的距离。



题18-4图

解：洛埃镜实验可以看作为双缝干涉。光源 S_0 和虚光源 S_1 是相干光源，这时缝到屏幕的距离为 D=20+30=50cm

但是不同之处在于洛埃镜的反射光有半波损失，故屏上的干涉条纹与双缝干涉条纹互补，亦即屏上明、暗条纹互补。

由于在洛埃镜装置中，反射光在镜面反射时存在着半波损失，因此明条纹应满足

$$\frac{xd}{D} \quad \frac{}{2} \quad K$$

$$K \quad 1 \quad 则 \quad \frac{xd}{D} \quad \frac{}{2}$$

第一条明条纹

$$x \quad \frac{}{2}\frac{D}{d} \quad \frac{680 \quad 10^{9} \quad (20 \quad 30) \quad 10^{2}}{2 \quad 2 \quad 10^{3}} \quad 8.5 \quad 10^{5}\text{m}$$

18-5 在折射率 n_3 1.52 的照相机镜头表面涂有一层折射率 n_2 1.38 的 MgF_3 增透膜，若此膜仅适用于波长 550nm 的光，则此膜的最小厚度为多少？

解 1：在薄膜干涉中，膜的材料及厚度都将对两反射光（或两透射光）的光程差产生影响，从而可使某些波长的光在反射（或透射）中得到加强或减弱，这种选择性使薄膜干涉在工程技术上有很多应用。本题所述的增透膜，就是希望波长 550nm 的光在透射中得到加强，从而得到所希望的照相效果（因感光底片对此波长附近的光最为敏感）。具体求解时应注意在 d 0 的前提下，k 取最小的允许值。

依题意，根据干涉的互补性，波长 550nm 的光在透射中得到加强，则在反射中一定减弱，两反射光的光程差 $_2 \quad 2n_2 d$，由干涉相消条件 $_2 \quad (2k \quad 1)\frac{}{2}$，

取 k=0，则膜的最小厚度 d_{min} 99.6nm

解 2：由于空气的折射率 n_1 1，且有 $n_1 \quad n_2 \quad n_3$，则对透射光而言，两相干光的光程差 $_1 \quad 2n_2 d \quad \frac{}{2}$，由干涉加强条件 $_1 \quad k$，$d \quad (k \quad \frac{1}{2})\frac{}{2n_2}$，取 k=1，则膜的最小厚度

d_{min} 99.6nm

18-6 把一细钢丝夹在两块光学平玻璃板之间,形成空气劈尖,已知钢丝的直径 d=0.048mm, 钢

丝与劈尖顶点的距离 L=120mm ，用波长为 632.8nm 的平行光垂直照射在玻璃板上，求

（1）两玻璃片间的夹角是多少？

（2）相邻两明条纹间距是多少？

（3）在这 120mm 内呈现多少明条纹？

解：1）由几何关系可得两玻璃片间的夹角

$$\frac{d}{L} \quad \frac{0.48}{120} \quad 4 \quad 10^{4}\,\mathrm{rad}$$

2）因为两相邻明条纹的光程差为

所以，有 $$l\sin \quad \frac{}{2}$$

得 $$l \quad \frac{}{2\sin} \quad \frac{632.8 \quad 10^{9}}{2 \quad 4 \quad 10^{4}} \quad 7.91 \quad 10^{4}\,\mathrm{m}$$

3）由于劈尖的棱边处出现暗条纹，所以在 120mm 范围内呈现明条纹数为

$$k \quad (\frac{L}{l} \quad 1) \quad \frac{1}{2} \quad \frac{120 \quad 10^{3}}{7.91 \quad 10^{4}} \quad 0.5 \quad 152$$

即呈现 152 条明条纹。

18-7 在的杨氏实验中，准单色光的的波长宽度为 0.05nm，平均波长为 500nm 。在小孔 S_1 处贴上多厚的玻璃片可使中央点 P_0 附近的条纹消失？设玻璃的折射率 n=1.5。

解：在小孔 S_1 处贴上厚度为 h 的玻璃片后，P_0 点对应的光程差为

$$(n \quad 1)h$$

这一光程差如大于准单色光的相干长度，P_0 点处便观察不到条纹。

又由教材中公式 18-43 知，准单色光的相干长度为

$$_{max} \quad \frac{\bar{}^{2}}{}$$

因此，P_0 点附近条纹消失的条件是

$$(n \quad 1)h \quad \frac{\bar{}^{2}}{}$$

得到 $$h \quad \frac{\bar{}^{2}}{(n \quad 1)} \quad \frac{(500 \quad 10^{6}\,\mathrm{mm})^{2}}{0.5 \quad 0.05 \quad 10^{6}\,\mathrm{mm}} \quad 10\,\mathrm{mm}$$

18-8（1）用波长不同的光观察牛顿环时，观察到用 $_1 \quad 6000Å$ 时的第 k 个暗环与用 $_2 \quad 4500Å$ 时的第 k+1 个暗环重合，已知透镜的曲率半径是 190cm 。求用 $_1$ 时第 k 个暗环的半径。

（2）又如在牛顿环中用波长为 5000Å 的第 5 个明环与用波长为 $_2$ 的第六个明环重合，求波长 2 。

解：（1）牛顿环中第 k 级暗环半径为

$$r_k \quad \sqrt{kR}$$

依题意有 $$r \quad \sqrt{kR \quad {}_1} \qquad (1)$$

$$r \quad \sqrt{(k \quad 1)R \quad {}_2} \qquad (2)$$

由 （1），（2）得 $$k \quad \frac{{}_2}{{}_1 \quad {}_2} \qquad (3)$$

将（3）待入（1）得 $$r \quad \sqrt{\frac{R \quad {}_1 \quad {}_2}{{}_1 \quad {}_2}} \quad \sqrt{\frac{190 \quad 10^{2} \quad 600 \quad 10^{10} \quad 4500 \quad 10^{10}}{6000 \quad 10^{10} \quad 4500 \quad 10^{10}}}$$

$=1.85 \quad 10^{3}$m

（2）又牛顿环的明环半径为

$$r_k \quad \sqrt{\frac{(2k \quad 1)R}{2}}$$

据题意有

$$r \quad \sqrt{\frac{(2k_1 \quad 1)R}{2}} \quad \sqrt{\frac{(2k_2 \quad 1)R}{2}}$$

所以 $$\frac{2k_1 \quad 1}{2k_2 \quad 1} \quad {}^{1} \quad \frac{2 \quad 5 \quad 1}{2 \quad 6 \quad 1} \quad 5000\quad 4090 \text{Å}$$

18-9 干涉膨胀仪 测量固体线膨胀系数的干涉膨胀仪如图 18-9 所示，AB 和 A'B'为平板玻璃，C 为膨胀系数极小的空心石英园柱，W 为待测样品，其上表面与 AB 形成空气劈尖。温度为 t_0 时待测样品的长度为 l_0。以波长为 的单色平行光垂直照射 AB，就会形成劈尖干涉。使 W 的温度缓慢上升，条纹就会向右边移动，在温度从 t_0 上升到 t 的过程中，观察到有 N 条明条纹从某一刻度经过，求被测样品的线膨胀系数。

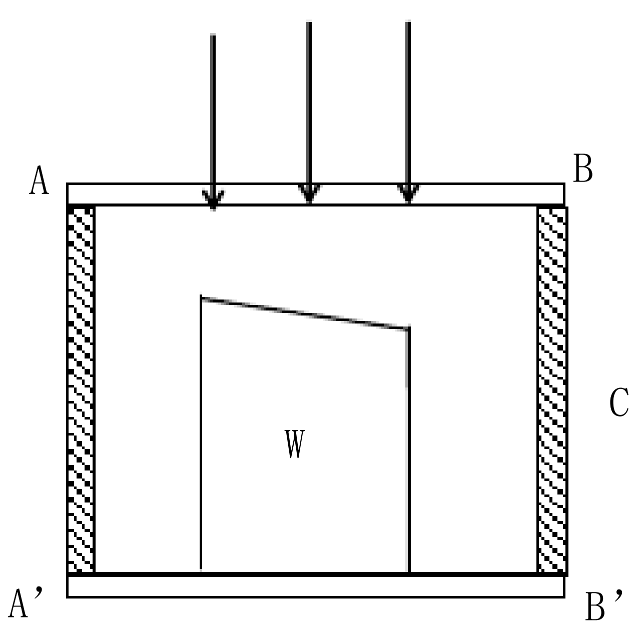
解：由于石英的膨胀系数极小，故石英圆柱的膨胀可以忽略不计。每当有一个明条纹经过该刻度时，说明该处两束反射光的光程差就增加一个波长，相应地，待测样品就“长高”半个波长，因此当有 N 个条纹通过该处时，W 的伸长量为

C

$$l \quad N \quad \frac{}{2} \quad \frac{N}{2}$$

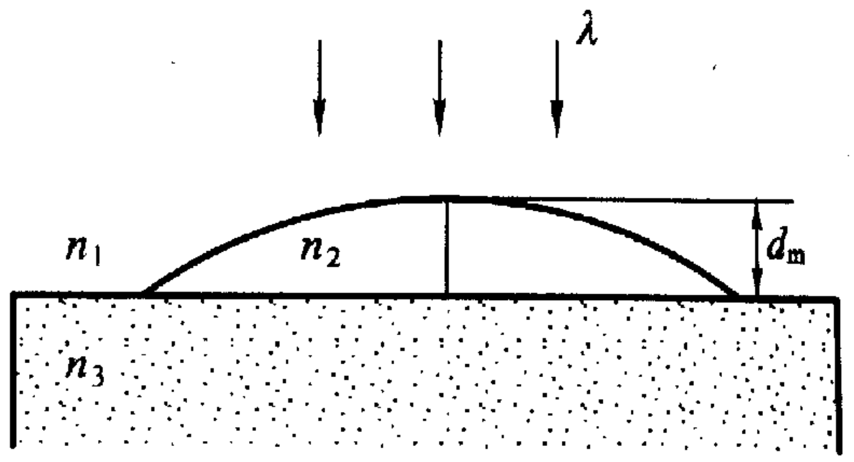
根据线膨胀系数的定义，有

$$\frac{l}{l_0(t \quad t_0)} \quad \frac{N}{2l_0(t \quad t_0)}$$



题 18-9图干涉膨胀仪

18-10 如图所示，折射率 n_2=1.2 的油滴落在 n_3=1.50 的平板玻璃上，形成一上表面近似于球面的油膜，测得油膜中心最高处的高度 dm=1.1 m，用 600nm 的单色光照射油膜，求(1) 油膜周边是暗环还是明环?(2) 整个油膜可看到几个完整的暗环?



题18-10图

解：本题也是一种牛顿环干涉现象，由于 n_1 n_2 n_3，故油膜上任一点处两反射相干光的光程差 $2n_2d$.(1)令 d=0，由干涉加强或减弱条件即可判断油膜周边是暗环还是明环.(2)由 $2n_2d\ \ (2k\ \ 1)\ /2$，且令 $d=d_m$ 可求得油膜暗环的最高级次(取整)，从而判断油膜上完整暗环的数目.

1)根据分析.有 $2n_2d\ \begin{cases} k & (\text{明条纹}) \\ (2k\ \ 1)\ /2 & \text{暗条纹} \end{cases}\ \ k\ \ 0,1,2,$

油膜周边处 d=0，即 0 符合干涉加强条件，故油膜周边是明环.

(2) 油膜上任一暗环处满足 $2n_2d\ \ (2k\ \ 1)\ /2$ (k=0, 1, 2, .)

令 $d=d_m$，解得 k=3.9，可知油膜上暗环的最高级次为 3，故油膜上出现的完整暗环共有 4 个，即 k=0, 1, 2, 3.

18-11 用 He-Na 激光 632.8nm 作光源，迈克尔逊干涉仪中的 M_1 移动一段距离，这时数得干涉条纹移动了 780 条，试求 M_1 移过的距离。

解：迈克尔逊干涉仪可以精确的测量长度。当反射镜 M_1 移动 $\ /2$ 距离，就有一条干涉条纹从视场中移过。所以 M_1 移过的距离为

$$d\ \ \frac{N}{2}\ \ \frac{780\ \ 632.8\ \ 10^{\ 9}}{2}$$

$$2.468\ \ 10^{\ 4}\text{m}$$

18-12 折射率为 1.60 的两块标准平面玻璃板之间形成一个劈尖（劈尖角 很小），用波长 600nm 的单色光垂直入射，产生等厚干涉条纹。假如在劈尖内充满折射率为 1.40 的液体，此时相邻明纹间距比劈尖内是空气时的明纹间距缩小 0.5mm 。求劈尖角 为多少弧度？

解:空气劈尖的等厚干涉条纹间距为

$$b_0\ \ \frac{}{2}$$

若其间充满液体,设液体的折射率为 n,则此时的条纹间距为

$$b_n\ \ \frac{n}{2}\ \ \frac{}{2n}$$

两条纹间距之差为

$$\Delta b = \frac{\lambda}{2\theta}(1-\frac{1}{n})$$

由此得 $$\theta = \frac{\lambda}{2\Delta b}(1-\frac{1}{n}) = \frac{600\times10^{-6}}{2\times0.5}(1-\frac{1}{1.4}) = 1.71\times10^{-4}\,\text{rad}$$

18-13 用钠光灯作光源观察牛顿环时，测得某一级明纹的半径为 3.20mm ，它外面的第五级明环半径为 4.60mm ，已知钠黄光波长为 5893Å，求所用平凸透镜的曲率半径 R 为多少？

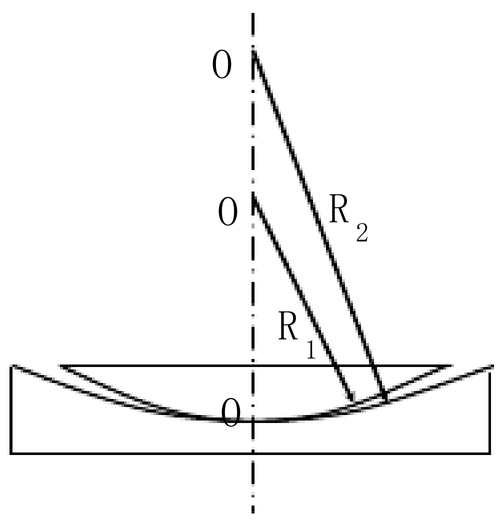
解　设半径为 3.00mm 的明环为第 k 级，由教材公式 18-36，有

$$r_k^2 = (k-\frac{1}{2})R\lambda \qquad r_{k+5}^2 = (k+5-\frac{1}{2})R\lambda$$

两式相减，得 $$r_{k+5}^2 - r_k^2 = 5R\lambda$$

求得曲率半径为 $$R = \frac{r_{k+5}^2 - r_k^2}{5\lambda} = \frac{(4.60\times10^{-3})^2-(3.20\times10^{-3})^2}{5\times5893\times10^{-10}} = 3.71\text{m}$$

18-14 利用牛顿环可测量凹曲面镜的曲率半径，把已知的平凸透镜的凸面放置在待测 的凹面上。如图，在两镜面之间形成空气层，可观察到环状的干涉条纹。现测得第 4 级暗环的半径 $r_4 = 2.250\text{cm}$，已知入射光波长 $\lambda = 589.3\text{nm}$，平凸透镜凸面半径 R_1=102.3cm，求待测凹面的曲率半径 R_2。



解：对于牛顿环装置，空气膜的厚度 $e_1 = \frac{r^2}{2R_1}$。本题用凹曲面镜代替牛顿环装置中的平板玻璃，使得空气膜的厚度变小了，对应空气膜的厚度减少了 $e_2 = \frac{r^2}{2R_2}$

同一干涉环处的空气膜 $$e = \frac{r^2}{2R_1} - \frac{r^2}{2R_2}$$

图 18-14

暗环条件 $$2ne + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

所以 $$2ne = k\lambda$$

$$r^2(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}) = 4\lambda$$

整理得 $$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{4\lambda}{r^2} = \frac{1}{1.023} - \frac{4\times589.3\times10^{-9}}{(2.25\times10^{-2})^2} = 0.9728$$

凹面镜的曲率半径 $R_2 \quad \frac{1}{0.97286} \quad 102.79\text{cm}$

18-15 如图所示，牛顿环装置的平凸透镜与平板玻璃有一高度为 e_0 的间隙，现用波长为 的单色光垂直照射，已知平凸透镜的曲率半径为 R，试求反射光形成的牛顿环各暗环半径为多少？

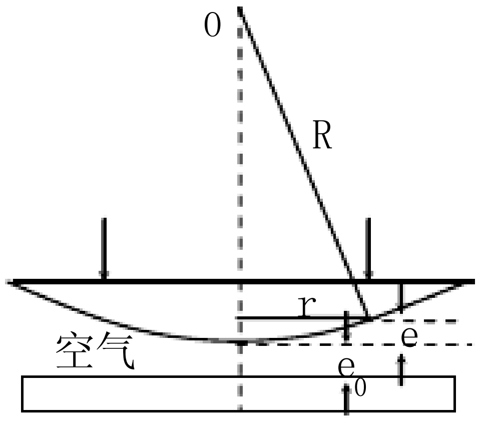


图 18-15 图

解：由牛顿环干涉的原理，此时暗环应满足的的光程差为

$$2(e \quad e_0) \quad \frac{}{2} \quad (2k \quad 1)\frac{}{2}$$

其中 $e \quad \frac{r^2}{2R}$ （r 为暗环半径）

联立两式有

$$2(\frac{r^2}{2R} \quad e_0) \quad k$$

整理得 $r \quad \sqrt{R(k \quad 2e_0)}$

式中 $k \quad 2e_0 \quad 0$

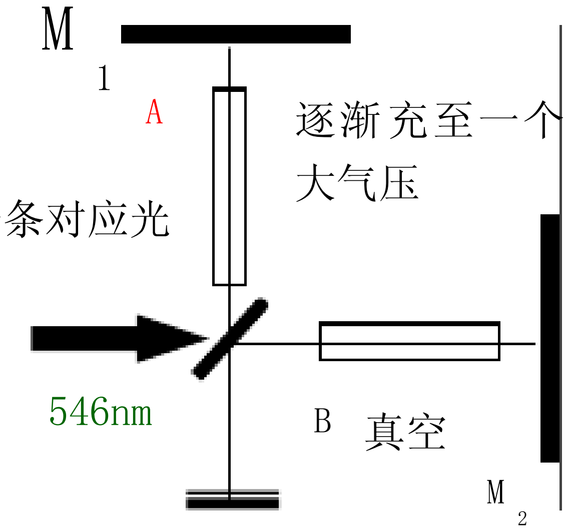
18-16.如题 18-16图所示有 10cm 长的真空玻璃管 A 和 B，A 充气过程中观察到有 107.2 条条纹移动，求空气的折射率。

解：设空气的折射率为 n，则光程差的改变量为

$$2nl \quad 2l$$

相邻条纹或条 $2l(n \quad 1) \quad 107.2$ 纹移动一条对应光程变化为一个波长

则有 $n \quad \frac{107.2}{2l} \quad 1$



题 18-16 图

18-17 某迈克尔逊干涉仪中的平面反射镜 M_1，M_2 适当放置，观察 G_1 分束板时看到的视场大小为 $3\text{cm} \quad 3\text{cm}$，在波长为 6000Å 的单色光照射下，视场中呈现 24 条竖直的明条纹。试计算 M_1，M_2 的平面与严格垂直位置的偏离程度。

解：设 M_1 相对与 G_1 所成的虚像是 M_1，按题意，此时 M_1 和 M_2 构成一空气劈尖，所以本题可按空气劈尖进行计算。相邻两明条纹间的距离为

$$x \quad \frac{3 \quad 10^{2}}{24} \quad 1.25 \quad 10^{3}\text{m}$$

与之相应的空气膜厚度的增量为

$$e \quad \frac{}{2} \quad 3000\text{Å}=3000 \quad 10^{10}\,\mathrm{m}$$

所以M_1和M_2平面之间的夹角为

$$\frac{e}{x} \quad 2.4 \quad 10^{4}\,\mathrm{rad} \quad 0.0158$$

这也就是M_1,M_2的平面与严格垂直位置的偏离程度。

第 19 章　光的衍射

基本要求

1．了解惠更斯—菲涅尔原理及其在衍射中的意义。

2．掌握分析单缝夫琅禾费衍射条纹的分布规律的方法，会分析缝宽及波长对衍射条纹分布的影响。

3．理解光栅衍射图样的基本特征及其成因，掌握光栅公式的应用。会分析光栅常数及波长对光栅衍射谱线分布的影响。理解光栅光谱的缺级现象，掌握缺级公式。

4．了解夫琅禾费圆孔衍射的一般特性，及衍射对光学仪器分辨率的影响，理解瑞利判据，会计算最小分辨角和光学仪器的分辨率。

5．了解 X 射线的衍射现象，理解布喇格公式的物理意义。

内容提要

1． 光的衍射现象

光遇到障碍物时会偏离直线传播的现象称为光的衍射现象。依据光源或观察屏离障碍物距离的远近，衍射可分为非涅耳衍射和夫琅禾费衍射两大类。

2．惠更斯—菲涅尔原理：

同一波阵面上各点均可向外发射子波，各子波在空间相遇时能够相互叠加而产生干涉现象，并在观察屏上形成衍射条纹，这一结论称为惠更斯—菲涅尔原理。它是定量计算和解释衍射花样的理论基础。

3．关于半波带法

将单缝上的波阵面划分成若干个面积相等的部分，每一部分最边缘的两条光线到屏上会聚点的光程差均为 $/2$，这样的部分称为半波带。它为我们提供了一种半定量地分析光的衍射

现象及光强分布的方法。

4．单缝夫琅禾费衍射

（1）单缝衍射条纹的主要特征 ①中央明纹（零级明纹）最亮，同时也最宽（约为其它明条纹宽度的两倍）；②各级明条纹的光强随级次的增大而减小；③当白光入射时，中央明纹为白色，两侧的各级明纹呈现彩色，并按波长排列，靠近中央的为紫色，远离中央的为红色，各单色条纹有时会产生各级条纹之间的重叠交错。④条纹的级次有限制。

（2）明、暗条纹中心位置

暗纹： $a\sin \quad k \qquad k \quad 1,2,3,...$

明纹： $a\sin \quad (2k \quad 1)\frac{}{2} \quad k \quad 1,2,3,...$

中央明纹： $a\sin$

（3）条纹宽度

中央明纹线宽度： $x_0 \quad 2\lambda f/a$

中央明纹角宽度： $\theta \quad 2\lambda/a$

其它明纹线宽度： $x \quad x_{k\ 1} \quad x_k \quad \lambda f/a$

其它明纹角宽度： $\theta \quad \lambda/a$

式中 a 为缝宽， f 为缝和屏之间的透镜的焦距。

5．光栅衍射：

（1）光栅衍射的图样及成因：光栅衍射图样的特点是明条纹明亮而尖锐，称为主极大，两明纹之间存在很宽的暗区，在暗区中还存在光强较弱的 N-2 个次级大。光栅衍射是单缝衍射和多缝干涉综合效应。

由于单缝位置的变化对衍射图样的位置没有影响，所以光栅中各缝的单缝衍射图样是重叠在一起的，因此光栅衍射明纹光强是单缝衍射明纹光强的 N^2 倍，N 为光栅的缝数；另外，多缝干涉的结果又使两个主极大之间有 N-2 个次极大和 N-1 个暗纹，而各主极大的光强受到了单缝衍射的调制。

（2）光栅方程

当平行光垂直入射到光栅时，屏幕上主极大条纹的位置满足公式

$$(a \quad b)\sin\theta \quad k\lambda \qquad k \quad 0,1,2,3,...$$

当平行光斜入射时，有

$$(a \quad b)(\sin\theta \quad \sin\phi) \quad k\lambda \qquad k \quad 0,1,2,3,...$$

式中 θ 为衍射角（均取正），φ 为入射角。当入射光和衍射光在法线同侧时，sinφ 前取正号；若在异侧则取负号。

（3）缺级与重叠

若在多光束干涉极大的方向上同时满足单缝衍射极小的话，则该方向的主极大就会缺失，我们把这称为缺级现象。显然，缺级时必须同时满足条件

$$d\sin\theta \quad k\lambda$$
$$a\sin\theta \quad k'\lambda$$

因此所缺失的主极大级次 k 和单缝衍射暗纹级次 k'之间有关系

$$k \quad \frac{d}{a}k' \qquad k' \quad 1,\ 2,\ 3,$$

上式意味着：第 k 级干涉主极大落在第 k'衍射极小的位置上，产生了缺级。

如果波长为 $_1$的第k_1级谱线与波长为 $_2$的第k_2级谱线同时出现在屏上的同一位置，这种现象称为重叠，光谱的级次越高，其重叠情况就月复杂。两谱线重叠时必须满足如下条件：

$$k_{1\ 1} \quad k_{2\ 2}$$

6．光学仪器的分辨率

光学仪器的入射孔径都是圆孔，因为圆孔的衍射，使得光学仪器的分辨率受到影响。两个发光点形成的光斑如果重合太多将不能被分辨。

（1）园孔夫琅禾费衍射爱里斑角半径

$$\theta \quad 1.22\frac{\lambda}{D}$$

（2）瑞利判据

两光点对透镜中心所张的角等于爱里斑角半径时，通过该透镜恰好能够分辨出这两个光点，将其称为最小分辨角，即

$$\delta\ \theta \quad 1.22\frac{\lambda}{D}$$

（3）光学仪器的分辨率

$$R \quad \frac{1}{\delta\ \theta} \quad 0.82\frac{D}{\lambda}$$

7．X 射线衍射

当 X 光以掠射角 Φ入射到晶面间距为d 的晶面上时，反射光干涉加强的条件是

$$2d\sin \quad k \qquad k \quad 1,2,3,$$

此为布喇格公式。

解题指导和示例

本章主要介绍了光的衍射的基本概念及其规律。其难点在于光栅衍射中的缺级及重叠的理解。实际上只要我们能记住光栅衍射受单缝衍射的调制，因而自然会出现缺级问题。

例 19-1 用波长 632.8nm 的平行光垂直照射单缝，缝宽 0.15mm ，缝后用凸透镜把衍射光会聚在焦平面上，测得第二级与第三级暗条纹之间的距离为 1.7mm ，求此透镜的焦距？

解: 根据单缝衍射的暗纹计算式 $a\sin \quad k$ 有

第三级暗纹满足 $a\sin_3 \quad 3 \qquad x_3 \quad \frac{3}{a}f$

第二级暗纹满足 $a\sin_2 \quad 2 \qquad x_2 \quad \frac{2}{a}f$

第二级与第三级暗条纹之间的距离为满足 $x \quad x_3 \quad x_2 \quad \frac{}{a} f$

所以 $f \quad \frac{x \ a}{} \quad \frac{1.7 \quad 0.15mm}{632.8 \quad 10^{6} mm} \quad 403mm$

例 19-2 一单色平行光垂直入射一单缝,其衍射第三级明纹恰与波长为 600nm 的单色光垂直入射该单缝时衍射第二级明纹重合,试求该单色光的波长.

解：由明纹条件 19-4式，对波长分别为 λ_1 和 λ_2 的单色光，有

$$a\sin \quad (2k_1 \quad 1)\frac{_1}{2} \qquad a\sin \quad (2k_2 \quad 1)\frac{_2}{2}$$

当 k_1 和 k_2 两明条纹重合时，有 $(2k_1 \quad 1)\frac{_1}{2} \quad (2k_2 \quad 1)\frac{_2}{2}$

λ_1=600nm，k_1=2，k_2=3，带入上式，即得 λ_2=428.6nm

例 19-3 单缝夫琅禾费衍射实验中，入射光有 $_1$=400nm 和 $_2$ 760nm 两种光，已知单缝宽 $a \quad 1.0 \quad 10^{2}$cm,透镜焦距 $f \quad 50$cm，求这两种光的第一级明纹离屏中心的距离为多少？若用光栅常数 $d \quad 1.0 \quad 10^{3}$cm 的光栅替换单缝，其它条件不变，则这两种单色光的第一级明纹距屏中心距离又为多少？

解；根据单缝衍射理论，波长为 $_1$ 的单色光的第一级明纹对应的衍射角 $_1$ 满足

$$a\sin_1 \quad \frac{3}{2}{}_1$$

第一级明纹距屏中心距离为 $x_1 \quad f_1 \quad f\sin_1 \quad \frac{3 \ _1 f}{2a} \quad 3mm$

同理 波长为 $_2$ 的单色光的第一级明纹距屏中心距离为

$$x_2 \quad \frac{3 \ _2 f}{2a} \quad 5.7mm$$

这两条明纹之间的距离 $x \quad x_2 \quad x_1 \quad 2.7mm$

每厘米刻 1000 条刻线的光栅的光栅常数为 $d \quad \frac{1}{1000} \quad 1 \quad 10^{5}m$

根据光栅方程 $d\sin \quad k$

可知波长为 $_1$ 的单色光的第一级明纹对应的衍射角 $_1$ 近似为