

浙江省宁波北仑区东海实验校 2023-2024 学年中考四模数学试题

考生须知：

1. 全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用 2B 铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。
2. 请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。
3. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 对假命题“任何一个角的补角都不小于这个角”举反例，正确的反例是()

- A. $\angle\alpha=60^\circ$, $\angle\alpha$ 的补角 $\angle\beta=120^\circ$, $\angle\beta>\angle\alpha$
- B. $\angle\alpha=90^\circ$, $\angle\alpha$ 的补角 $\angle\beta=90^\circ$, $\angle\beta=\angle\alpha$
- C. $\angle\alpha=100^\circ$, $\angle\alpha$ 的补角 $\angle\beta=80^\circ$, $\angle\beta<\angle\alpha$
- D. 两个角互为邻补角

2. 对于实数 x , 我们规定 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 例如 $[1.2]=1$, $[3]=3$, $[-2.5]=-3$, 若 $\left[\frac{x+4}{10}\right]=5$, 则 x 的取值可以是 ()

- A. 40
- B. 45
- C. 51
- D. 56

3. 已知 $\angle BAC=45^\circ$, 一动点 O 在射线 AB 上运动 (点 O 与点 A 不重合), 设 $OA=x$, 如果半径为 1 的 $\odot O$ 与射线 AC 有公共点, 那么 x 的取值范围是 ()

- A. $0<x\leq 1$
- B. $1\leq x<\sqrt{2}$
- C. $0<x\leq\sqrt{2}$
- D. $x>\sqrt{2}$

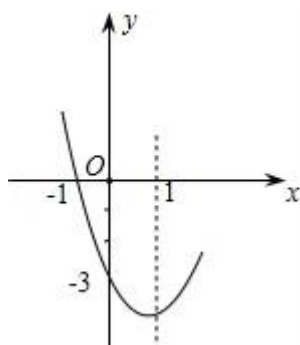
4. 如果 $t>0$, 那么 $a+t$ 与 a 的大小关系是()

- A. $a+t>a$
- B. $a+t<a$
- C. $a+t\geq a$
- D. 不能确定

5. 下列各数 3.1415926 , $-\frac{22}{7}$, $\sqrt[3]{9}$, π , $\sqrt{16}$, $\sqrt{5}$ 中, 无理数有 ()

- A. 2 个
- B. 3 个
- C. 4 个
- D. 5 个

6. 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 的部分图象如图所示, 若 $y<0$, 则 x 的取值范围是 ()



- A. $-1<x<4$
- B. $-1<x<3$
- C. $x<-1$ 或 $x>4$
- D. $x<-1$ 或 $x>3$

7. 如图，该图形经过折叠可以围成一个正方体，折好以后与“静”字相对的字是（ ）



- A. 着 B. 沉 C. 应 D. 冷

8. 下列图形是轴对称图形的有（ ）



- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

9. 下列式子中，与 $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 互为有理化因式的是（ ）

- A. $2\sqrt{3}-\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}+\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}+2\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}-2\sqrt{2}$

10. 下列算式中，结果等于 x^6 的是（ ）

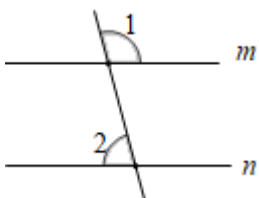
- A. $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2$ B. $x^2 + x^2 + x^2$ C. $x^2 \cdot x^3$ D. $x^4 + x^2$

二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

11. 一个扇形的面积是 $\frac{12}{5}\pi\text{cm}$ ，半径是 3cm，则此扇形的弧长是_____.

12. 计算： $7+(-5)=$ _____.

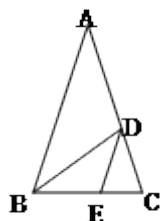
13. 如图，已知直线 $m \parallel n$ ， $\angle 1=100^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____.



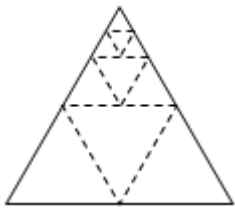
14. 方程 $-x = \sqrt{x+6}$ 的解是_____.

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$ ，BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D，DE 平分 $\angle BDC$ 交 BC 于点 E，则 $\frac{EC}{AD}$

=_____.



16. 如图，将一个正三角形纸片剪成四个全等的小正三角形，再将其中的一个按同样的方法剪成四个更小的正三角形，……如此继续下去，结果如下表：则 $a_n=$ _____（用含 n 的代数式表示）.



所剪次数	1	2	3	4	...	n
正三角形个数	4	7	10	13	...	a_n

17. 若 $x^a y$ 与 $3x^2 y^b$ 是同类项，则 ab 的值为_____.

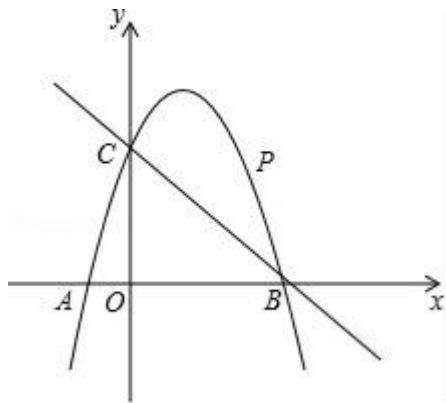
三、解答题（共 7 小题，满分 69 分）

18. (10 分) 嘉淇在做家庭作业时，不小心将墨汁弄倒，恰好覆盖了题目的一部分：计算： $(-7)^0 + |1 - \sqrt{3}| + (\frac{\sqrt{3}}{3})^{-1} - \square + (-1)^{2018}$ ，经询问，王老师告诉题目的正确答案是 1.

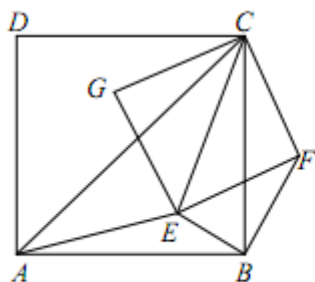
(1) 求被覆盖的这个数是多少？

(2) 若这个数恰好等于 $2\tan(\alpha - 15)^\circ$ ，其中 α 为三角形一内角，求 α 的值.

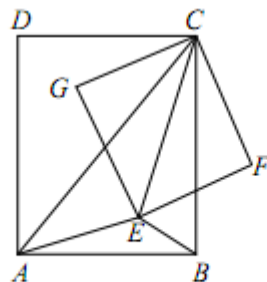
19. (5 分) 如图，已知二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的图象经过点 $C(0, 3)$ ，与 x 轴分别交于点 A ，点 $B(3, 0)$. 点 P 是直线 BC 上方的抛物线上一动点. 求二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的表达式；连接 PO ， PC ，并把 $\triangle POC$ 沿 y 轴翻折，得到四边形 $POP'C$. 若四边形 $POP'C$ 为菱形，请求出此时点 P 的坐标；当点 P 运动到什么位置时，四边形 $ACPB$ 的面积最大？求出此时 P 点的坐标和四边形 $ACPB$ 的最大面积.



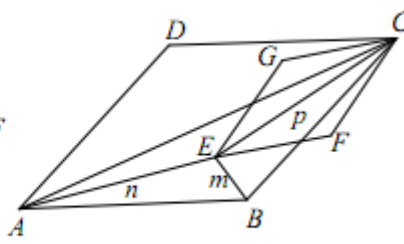
20. (8 分) 已知 AC ， EC 分别为四边形 $ABCD$ 和 $EFCG$ 的对角线，点 E 在 $\triangle ABC$ 内， $\angle CAE + \angle CBE = 180^\circ$.



图①



图②



图③

(1) 如图①，当四边形 $ABCD$ 和 $EFCG$ 均为正方形时，连接 BF 。

i) 求证: $\triangle CAE \sim \triangle CBF$;

ii) 若 $BE=1$, $AE=2$, 求 CE 的长;

(2) 如图②，当四边形 $ABCD$ 和 $EFCG$ 均为矩形，且 $\frac{AB}{BC} = \frac{EF}{FC} = k$ 时，若 $BE=1$, $AE=2$, $CE=3$, 求 k 的值;

(3) 如图③，当四边形 $ABCD$ 和 $EFCG$ 均为菱形，且 $\angle DAB = \angle GEF = 45^\circ$ 时，设 $BE=m$, $AE=n$, $CE=p$, 试探究 m , n , p 三者之间满足的等量关系。(直接写出结果，不必写出解答过程)

21. (10 分) 经过某十字路口的汽车，它可能继续直行，也可能向左转或向右转。如果这三种可能性大小相同，现有两辆汽车经过这个十字路口。

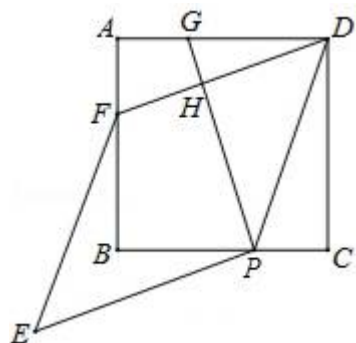
(1) 试用树形图或列表法中的一种列举出这两辆汽车行驶方向所有可能的结果；并计算两辆汽车都不直行的概率。

(2) 求至少有一辆汽车向左转的概率。

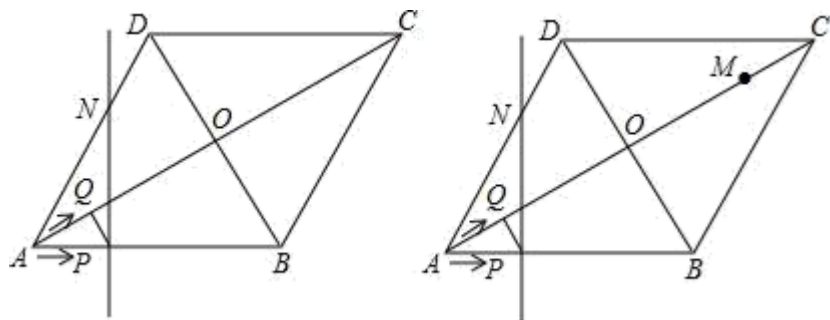
22. (10 分) 如图，已知 $ABCD$ 是边长为 3 的正方形，点 P 在线段 BC 上，点 G 在线段 AD 上， $PD=PG$, $DF \perp PG$ 于点 H , 交 AB 于点 F , 将线段 PG 绕点 P 逆时针旋转 90° 得到线段 PE , 连接 EF 。

(1) 求证: $DF=PG$;

(2) 若 $PC=1$, 求四边形 $PEFD$ 的面积。



23. (12 分) 如图，菱形 $ABCD$ 的边长为 20cm , $\angle ABC = 120^\circ$, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 动点 P 从点 A 出发，以 4cm/s 的速度，沿 $A \rightarrow B$ 的路线向点 B 运动；过点 P 作 $PQ \parallel BD$, 与 AC 相交于点 Q , 设运动时间为 t 秒, $0 < t < 1$.



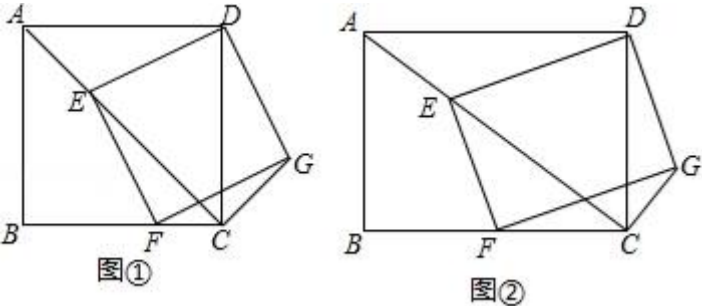
(1) 设四边形 $PQCB$ 的面积为 S , 求 S 与 t 的关系式;

(2) 若点 Q 关于 O 的对称点为 M , 过点 P 且垂直于 AB 的直线 l 交菱形 $ABCD$ 的边 AD (或 CD) 于点 N , 当 t

为何值时，点 P 、 M 、 N 在一直线上？

(3) 直线 PN 与 AC 相交于 H 点，连接 PM ， NM ，是否存在某一时刻 t ，使得直线 PN 平分四边形 $APMN$ 的面积？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由。

24. (14 分) 如图①，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 与点 F 分别在线段 AC 、 BC 上，且四边形 $DEFG$ 是正方形。



(1) 试探究线段 AE 与 CG 的关系，并说明理由。

(2) 如图②若将条件中的四边形 $ABCD$ 与四边形 $DEFG$ 由正方形改为矩形， $AB=3$ ， $BC=1$ 。

①线段 AE 、 CG 在 (1) 中的关系仍然成立吗？若成立，请证明，若不成立，请写出你认为正确的关系，并说明理由。

②当 $\triangle CDE$ 为等腰三角形时，求 CG 的长。

参考答案

一、选择题（每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分）

1、C

【解析】

熟记反证法的步骤，然后进行判断即可。

解答：解：举反例应该是证明原命题不正确，即要举出不符合叙述的情况；

A、 $\angle\alpha$ 的补角 $\angle\beta > \angle\alpha$ ，符合假命题的结论，故 A 错误；

B、 $\angle\alpha$ 的补角 $\angle\beta = \angle\alpha$ ，符合假命题的结论，故 B 错误；

C、 $\angle\alpha$ 的补角 $\angle\beta < \angle\alpha$ ，与假命题结论相反，故 C 正确；

D、由于无法说明两角具体的大小关系，故 D 错误。

故选 C。

2、C

【解析】

解：根据定义，得 $5 \leq \frac{x+4}{10} < 5+1$

$$\therefore 50 \leq x+4 < 60$$

解得： $46 \leq x < 56$.

故选 C.

3、 C

【解析】

如下图，设 $\odot O$ 与射线 AC 相切于点 D，连接 OD，

$$\therefore \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAC = 45^\circ,$$

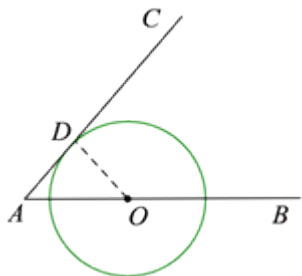
$\therefore \triangle ADO$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore AD = DO = 1,$$

$\therefore OA = \sqrt{2}$ ，此时 $\odot O$ 与射线 AC 有唯一公共点 D，若 $\odot O$ 再向右移动，则 $\odot O$ 与射线 AC 就没有公共点了，

$\therefore x$ 的取值范围是 $0 < x \leq \sqrt{2}$.

故选 C.



4、 A

【解析】

试题分析：根据不等式的基本性质即可得到结果.

$$\therefore t > 0,$$

$$\therefore a+t > a,$$

故选 A.

考点：本题考查的是不等式的基本性质

点评：解答本题的关键是熟练掌握不等式的基本性质 1：不等式两边同时加或减去同一个整式，不等号方向不变.

5、 B

【解析】

根据无理数的定义即可判定求解.

【详解】

在 3.1415926 , $-\frac{22}{7}$, $\sqrt[3]{9}$, π , $\sqrt{16}$, $\sqrt{5}$ 中,

$\sqrt{16}=4$, 3.1415926 , $-\frac{22}{7}$ 是有理数,

$\sqrt[3]{9}$, π , $\sqrt{5}$ 是无理数, 共有 3 个,

故选: B.

【点睛】

本题主要考查了无理数的定义, 其中初中范围内学习的无理数有: $\pi, 2\pi$ 等; 开方开不尽的数; 以及像 $0.1010010001\dots$, 等有这样规律的数.

6、B

【解析】

试题分析: 观察图象可知, 抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 x 轴的交点的横坐标分别为 $(-1, 0)$ 、 $(1, 0)$,

所以当 $y < 0$ 时, x 的取值范围正好在两交点之间, 即 $-1 < x < 1$.

故选 B.

考点: 二次函数的图象. 106144

7、A

【解析】

正方体的平面展开图中, 相对面的特点是中间必须间隔一个正方形, 据此作答

【详解】

这是一个正方体的平面展开图, 共有六个面, 其中面“沉”与面“考”相对, 面“着”与面“静”相对, “冷”与面“应”相对.

故选: A

【点睛】

本题主要考查了利用正方体及其表面展开图的特点解题, 明确正方体的展开图的特征是解决此题的关键

8、C

【解析】

试题分析: 根据轴对称图形的概念: 如果一个图形沿一条直线折叠后, 直线两旁的部分能够互相重合, 那么这个图形叫做轴对称图形. 据此对图中的图形进行判断.

解: 图 (1) 有一条对称轴, 是轴对称图形, 符合题意;

图 (2) 不是轴对称图形, 因为找不到任何这样的一条直线, 使它沿这条直线折叠后, 直线两旁的部分能够重合, 即不

满足轴对称图形的定义，不符合题意；

图（3）有二条对称轴，是轴对称图形，符合题意；

图（3）有五条对称轴，是轴对称图形，符合题意；

图（3）有一条对称轴，是轴对称图形，符合题意．

故轴对称图形有 4 个．

故选 C．

考点：轴对称图形．

9、B

【解析】

直接利用有理化因式的定义分析得出答案．

【详解】

$$\because (2\sqrt{3}-\sqrt{2})(2\sqrt{3}+\sqrt{2}),$$

$$=12-2,$$

$$=10,$$

$$\therefore \text{与 } 2\sqrt{3}-\sqrt{2} \text{ 互为有理化因式的是: } 2\sqrt{3}+\sqrt{2},$$

故选 B．

【点睛】

本题考查了有理化因式，如果两个含有二次根式的非零代数式相乘，它们的积不含有二次根式，就说这两个非零代数式互为有理化因式．单项二次根式的有理化因式是它本身或者本身的相反数；其他代数式的有理化因式可用平方差公式来进行分步确定．

10、A

【解析】试题解析：A、 $x^2 \cdot x^2 \cdot x^2 = x^6$ ，故选项 A 符合题意；

B、 $x^2 + x^2 + x^2 = 3x^2$ ，故选项 B 不符合题意；

C、 $x^2 \cdot x^3 = x^5$ ，故选项 C 不符合题意；

D、 $x^4 + x^2$ ，无法计算，故选项 D 不符合题意．

故选 A．

二、填空题（共 7 小题，每小题 3 分，满分 21 分）

11、 $\frac{8}{5}\pi$

【解析】

根据扇形面积公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot r$ 求解即可

【详解】

根据扇形面积公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot r$.

$$\text{可得: } \frac{12}{5} \pi = \frac{1}{2} \times 3 \times l,$$

$$l = \frac{8}{5} \pi,$$

$$\text{故答案: } \frac{8}{5} \pi.$$

【点睛】

本题主要考查了扇形的面积和弧长之间的关系, 利用扇形弧长和半径代入公式 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2} \cdot l \cdot r$ 即可求解, 正确理解公式是解题的关键. 注意在求扇形面积时, 要根据条件选择扇形面积公式.

12、2

【解析】

根据有理数的加法法则计算即可.

【详解】

$$7 + (-5) = 2.$$

故答案为: 2.

【点睛】

本题考查有理数的加法计算, 熟练掌握加法法则是关键.

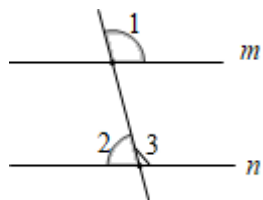
13、 80° .

【解析】

如图, 已知 $m \parallel n$, 根据平行线的性质可得 $\angle 1 = \angle 3$, 再由平角的定义即可求得 $\angle 2$ 的度数.

【详解】

如图,



$$\because m \parallel n,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 3,$$

$$\because \angle 1 = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 100^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ,$$

故答案为 80° .

【点睛】

本题考查了平行线的性质，熟练运用平行线的性质是解决问题的关键.

14、 $x=-2$

【解析】

方程 $-x = \sqrt{x+6}$ 两边同时平方得：

$$x^2 = x + 6, \text{ 解得: } x_1 = 3, x_2 = -2,$$

检验：（1）当 $x=3$ 时，方程左边 $=-3$ ，右边 $=3$ ，左边 $\neq$ 右边，因此 3 不是原方程的解；

（2）当 $x=-2$ 时，方程左边 $=2$ ，右边 $=2$ ，左边 $=$ 右边，因此-2 是方程的解.

$\therefore$ 原方程的解为： $x=-2$.

故答案为：-2.

点睛：（1）根号下含有未知数的方程叫无理方程，解无理方程的基本思想是化“无理方程”为“有理方程”；（2）解无理方程和解分式方程相似，求得未知数的值之后要检验，看所得结果是原方程的解还是增根.

15、 $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$

【解析】

试题分析：因为 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=36^\circ$

所以 $\angle ABC=\angle ACB=72^\circ$

因为 BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D

所以 $\angle ABD=\angle CBD=36^\circ=\angle A$

因为 DE 平分 $\angle BDC$ 交 BC 于点 E

所以 $\angle CDE=\angle BDE=36^\circ=\angle A$

所以 $AD=BD=BC$

根据黄金三角形的性质知，

$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}, \frac{BD}{BC} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}, \frac{DE}{BD} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

$$BC = \frac{\sqrt{3}-1}{2} BD, BD = \frac{2BC}{\sqrt{3}-1}$$

$$\text{所以 } \frac{BC}{AB} = \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2} BC}{\frac{2BC}{\sqrt{3}-1}} = \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}{\frac{2}{\sqrt{3}+1}} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1} = \frac{3-\sqrt{3}}{2}$$

考点：黄金三角形

点评：黄金三角形是一个等腰三角形，它的顶角为 36° ，每个底角为 72° . 它的腰与它的底成黄金比. 当底角被平时时，角平分线分对边也成黄金比，

16、 $3n+1$.

【解析】

试题分析：从表格中的数据，不难发现：多剪一次，多 3 个三角形. 即剪 n 次时，共有 $4+3(n-1)=3n+1$.

试题解析：故剪 n 次时，共有 $4+3(n-1)=3n+1$.

考点：规律型：图形的变化类.

17、2

【解析】

试题解析： $\because x^a y$ 与 $3x^2 y^b$ 是同类项，

$\therefore a=2, b=1$,

则 $ab=2$.

三、解答题（共 7 小题，满分 69 分）

18、(1) $2\sqrt{3}$ ；(2) $\alpha=75^\circ$.

【解析】

(1) 直接利用绝对值的性质以及负指数幂的性质以及零指数幂的性质分别化简得出答案；

(2) 直接利用特殊角的三角函数值计算得出答案.

【详解】

解：(1) 原式 $= 1 + \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} - \square + 1 = 1$,

$\therefore \square = 1 + \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1 - 1 = 2\sqrt{3}$ ；

(2) $\because \alpha$ 为三角形一内角，

$\therefore 0^\circ < \alpha < 180^\circ$,

$\therefore -15^\circ < (\alpha - 15)^\circ < 165^\circ$,

$\because 2\tan(\alpha - 15)^\circ = 2\sqrt{3}$,

$\therefore \alpha - 15^\circ = 60^\circ$,

$\therefore \alpha = 75^\circ$.

【点睛】

此题主要考查了实数运算，正确化简各数是解题关键.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/445231312124011331>