

几何-直线型几何-鸟头模型-2 星题

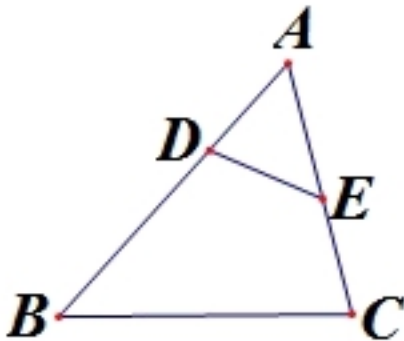
课程目标

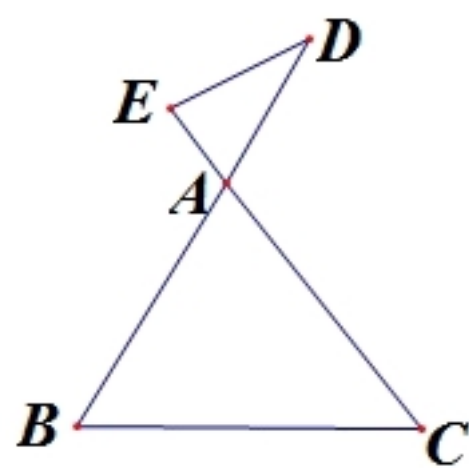
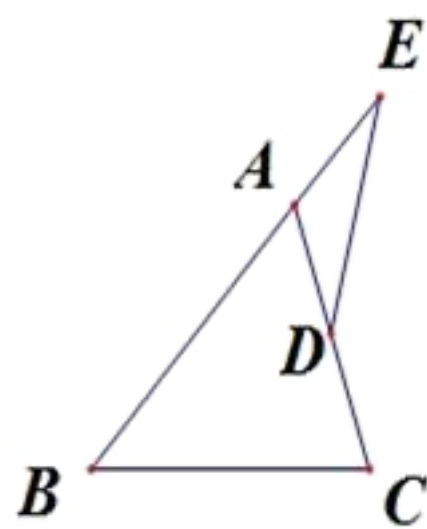
知识点	考试要求	具体要求	考察频率
鸟头模型	C	1.能够准确的理解鸟头模型的概念 2.灵活应用鸟头模型解决复杂的几何问题	少考

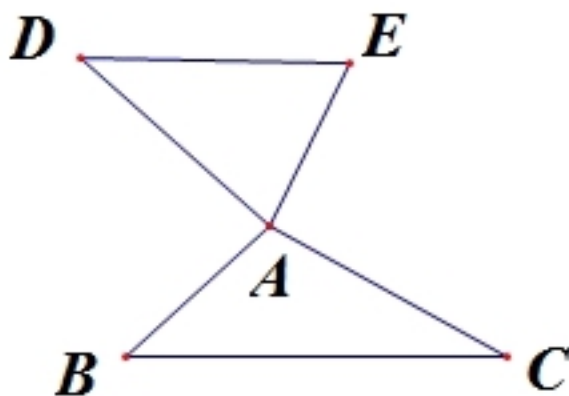
知识提要

鸟头模型

- 概念
两个三角形中有一个角相等或者互补，这两个三角形叫做共角三角形。
- 特征
共角三角形的面积比等于共角（相等角或者互补角）两夹边的乘积之比。
 $S_{\triangle ABC} \mathbin{\dot{:}} S_{\triangle ADE} = (AB \times AC) \mathbin{\dot{:}} (AD \times AE)$



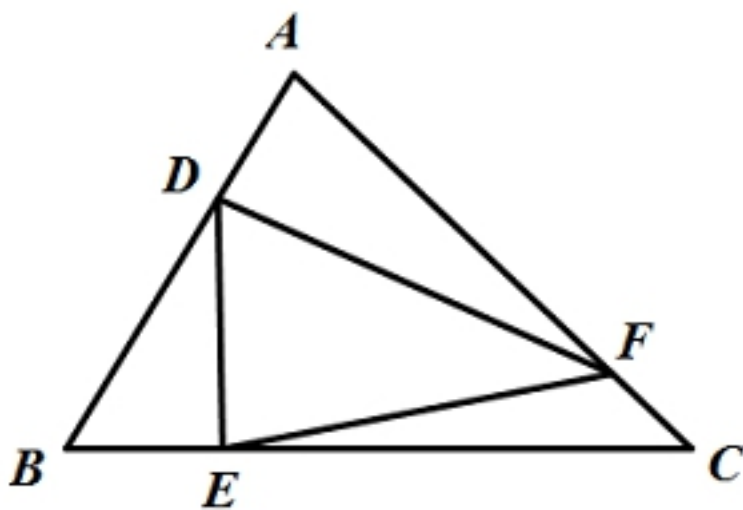




精选例题

鸟头模型

1. 如下图所示，三角形 ABC 的面积为 1，且 $AD = \frac{1}{3}AB$, $BE = \frac{1}{4}BC$, $CF = \frac{1}{5}CA$ ，则三角形 DEF 的面积是_____.

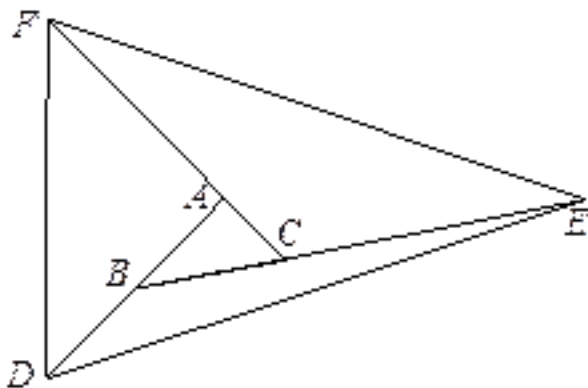


【答案】 $\frac{5}{12}$

【分析】 先分别求出 $\triangle ADF$ 、 $\triangle BDE$ 、 $\triangle CEF$ 的面积，再用 $\triangle ABC$ 的面积减去这三个三角形的面积即为 $\triangle DEF$ 的面积.

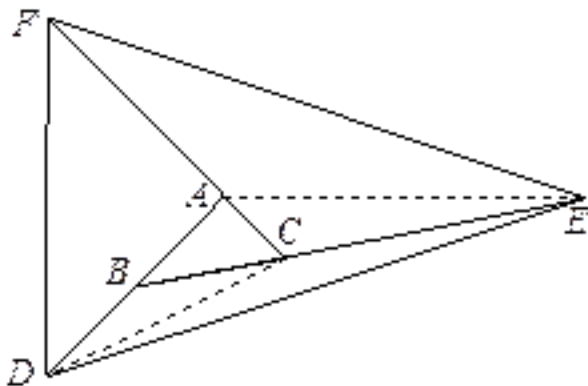
因为, $AD = \frac{1}{3}AB, CF = \frac{1}{5}CA$, 所以, $AF = \frac{4}{5}AC$, 根据“鸟头定理”, $S_{\triangle ADF} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} S_{\triangle ABC} = \frac{4}{15}$, 同理可得, $S_{\triangle BDE} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{6}$, $S_{\triangle CEF} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times 1 = \frac{3}{20}$, 所以 $S_{\triangle DEF} = 1 - \frac{4}{15} - \frac{1}{6} - \frac{3}{20} = \frac{5}{12}$.

2. 如图. 将三角形 ABC 的 AB 边延长 1 倍到 D , BC 边延长 2 倍到 E , CA 边延长 3 倍到 F . 如果三角形 ABC 的面积等于 1, 那么三角形 DEF 的面积是_____.



【答案】 18

【分析】 (法 1) 连接 AE 、 CD .



因为 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{1}{1}$, $S_{\triangle ABC} = 1$, 所以 $S_{\triangle DBC} = 1$.
同理可得其它, 最后三角形 DEF 的面积 = 18.

(法 2) 用共角定理因为在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CFE$ 中, $\angle ACB$ 与 $\angle FCE$ 互补, 所以

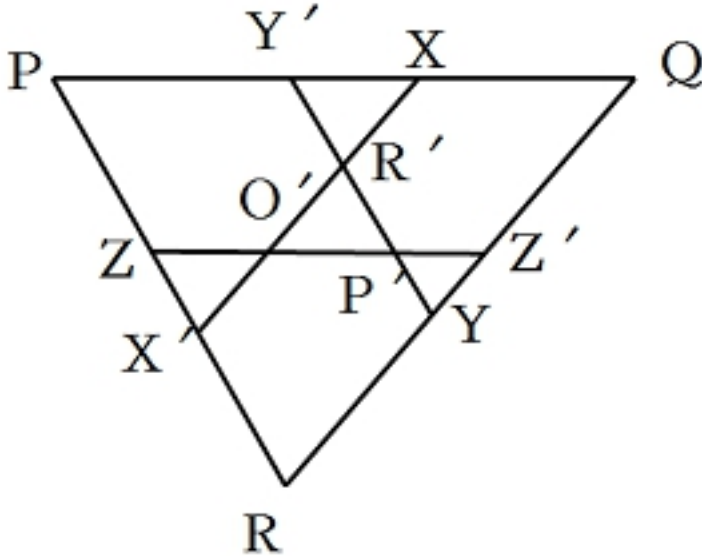
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle FCE}} = \frac{AC \cdot BC}{FC \cdot CE} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}.$$

又 $S_{\triangle ABC} = 1$, 所以 $S_{\triangle FCE} = 8$.

同理可得 $S_{\triangle ADF} = 6$, $S_{\triangle BDE} = 3$.
所以

$$\begin{aligned} S_{\triangle DEF} &= S_{\triangle ABC} + S_{\triangle FCE} + S_{\triangle ADF} + S_{\triangle BDE} \\ &= 1 + 8 + 6 + 3 \\ &= 18. \end{aligned}$$

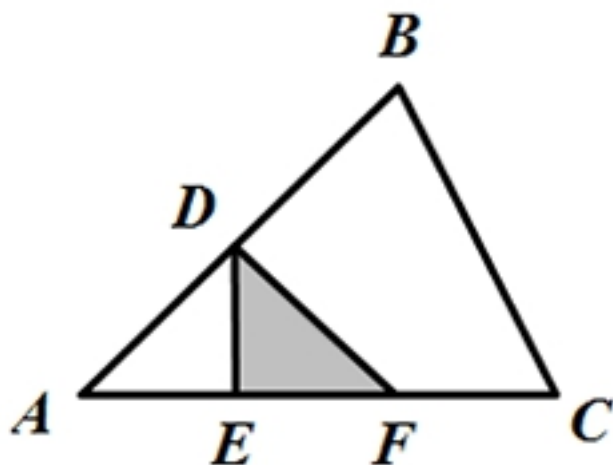
3. 如下图所示, 点 Q' 和 R' 三等分 $X'X$, R' 和 P' 三等分 $Y'Y$, Q' 和 P' 三等分 $Z'Z$. $\triangle PQR$ 面积是 $\triangle P'Q'R'$ 面积的_____倍.



【答案】 25

【分析】 连接 $ZY', X'Y, XZ'$, 根据鸟头模型, 可以得到 $\triangle P'Y'Z, \triangle X'YR', \triangle XQ'Z'$ 都是 $\triangle P'Q'R'$ 的 4 倍, 那么可以得到平行四边形 $PZP'Y', X'R'YR, XQ'Z'Q$ 均为 $\triangle P'Q'R'$ 的 8 倍, 图中的三个小三角形的面积都与 $\triangle P'Q'R'$ 的面积相等, 那么 $\triangle PQR$ 面积是 $\triangle P'Q'R'$ 面积的 $8 \times 3 + 1 = 25$ (倍).

4. 如图, $AD = DB$, $AE = EF = FC$, 已知阴影部分面积为 5 平方厘米, $\triangle ABC$ 的面积是_____平方厘米.



【答案】 30 平方厘米

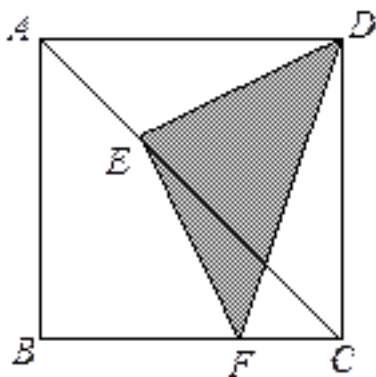
【分析】 $S_{\triangle ADE} = S_{\triangle DEF}$,

$$\begin{aligned} S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC} &= (AD \times AE):(AB \times AC) \\ &= (1 \times 1):(2 \times 3) \\ &= 1:6, \end{aligned}$$

所以

$$S_{\triangle ABC} = 5 \times 6 = 30(\text{平方厘米}).$$

5. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 边长为 6 厘米, $AE = \frac{1}{3}AC$, $CF = \frac{1}{3}BC$. 三角形 DEF 的面积为_____平方厘米.



【答案】 10

【分析】 由题意知

$$AE = \frac{1}{3}AC, CF = \frac{1}{3}BC,$$

可得

$$CE = \frac{2}{3}AC.$$

根据“共角定理”可得，

$$S_{\triangle CEF}:S_{\triangle ABC} = (CF \times CE):(CB \times AC) = (1 \times 2):(3 \times 3) = 2:9;$$

而

$$S_{\triangle ABC} = 6 \times 6 \div 2 = 18;$$

所以

$$S_{\triangle CEF} = 4;$$

同理得，

$$S_{\triangle CDE}:S_{\triangle ACD} = 2:3,$$

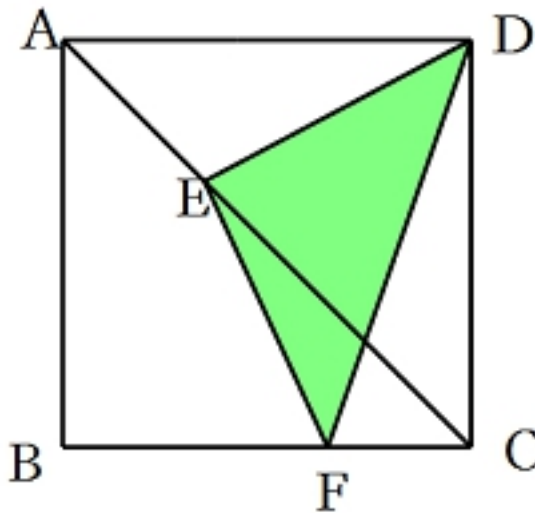
$$S_{\triangle CDE} = 18 \div 3 \times 2 = 12,$$

$$S_{\triangle CDF} = 6$$

故

$$S_{\triangle DEF} = S_{\triangle CEF} + S_{\triangle DEC} - S_{\triangle DFC} = 4 + 12 - 6 = 10(\text{平方厘米}).$$

6. 正方形 $ABCD$ 边长为 6 厘米, $AE = \frac{1}{3}AC, CF = \frac{1}{3}BC$. 三角形 DEF 的面积为_____平方厘米.



【答案】 10

【分析】 正方形的面积为 $6 \times 6 = 36$ (平方厘米), 那么根据鸟头模型可以得出

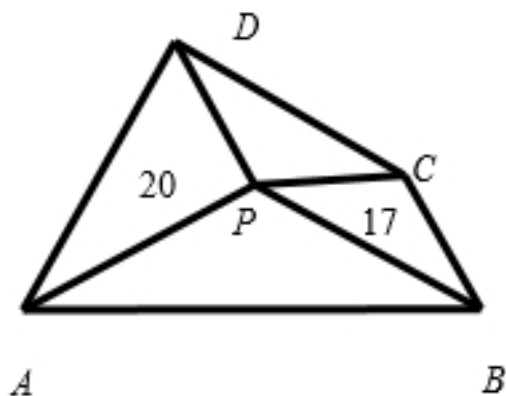
$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle ACD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 36 = 6(\text{平方厘米}),$$

$$S_{\triangle CDF} = \frac{1}{3} \times S_{\triangle BCD} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 36 = 6(\text{平方厘米}),$$

$$S_{ABFE} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle CEF} = 18 - 18 \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 14(\text{平方厘米}),$$

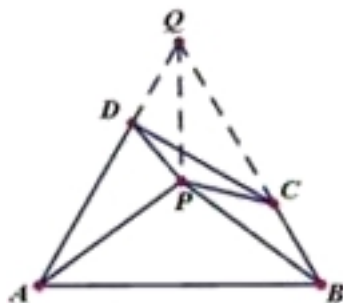
阴影部分面积为 $36 - 6 - 6 - 14 = 10(\text{平方厘米})$.

7. 如图, P 为四边形 $ABCD$ 内部的点, $AB:BC:DA = 3:1:2$, $\angle DAB = \angle CBA = 60^\circ$. 图中所有三角形的面积都是整数. 如果三角形 PAD 和 三角形 PBC 的面积分别为 20 和 17, 那么四边形 $ABCD$ 的面积最大是_____.



【答案】 147

【分析】 延长 AD , BC 交于点 Q , 连接 PQ .



$\angle DAB = \angle CBA = 60^\circ$, 所以三角形 ABQ 为正三角形.
由于

$$AB:BC:DA = 3:1:2,$$

所以 $PCQD$ 的面积为

$$20 \div 2 + 17 \times 2 = 44;$$

而三角形 QCD 面积占 QAB 面积的

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9},$$

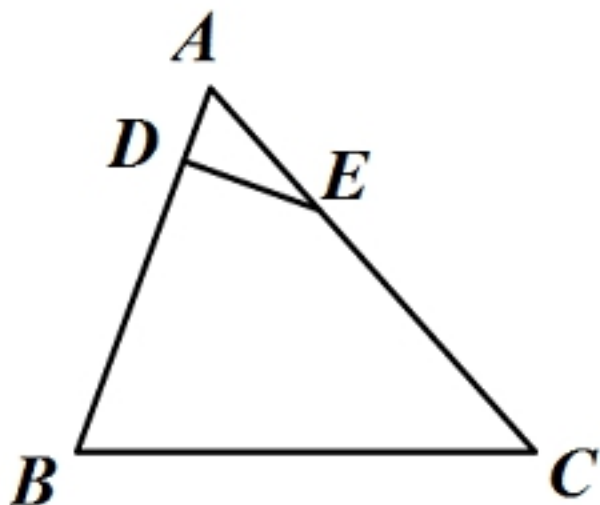
$ABCD$ 面积是 QCD 面积的

$$(1 - \frac{2}{9}) \div \frac{2}{9} = \frac{7}{2}.$$

注意到 $ABCD$ 中各三角形面积均为整数，所以 QAB 面积为 9 的倍数. QCD 面积是 2 的倍数，所以 QCD 面积最大为 42， $ABCD$ 面积最大为

$$42 \times \frac{7}{2} = 147.$$

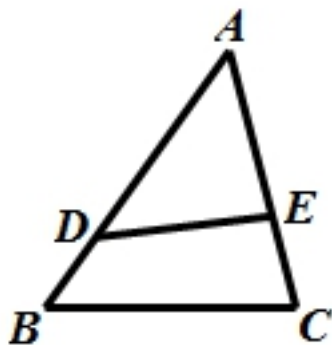
8. 如图，三角形 ABC 中， AB 是 AD 的 5 倍， AC 是 AE 的 3 倍，如果三角形 ADE 的面积等于 1，那么三角形 ABC 的面积是多少？



【答案】 15

【分析】 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} = (1 \times 1) : (5 \times 3) = 1 : 15$, $S_{\triangle ABC} = 15S_{\triangle ADE} = 15 \times 1 = 15$.

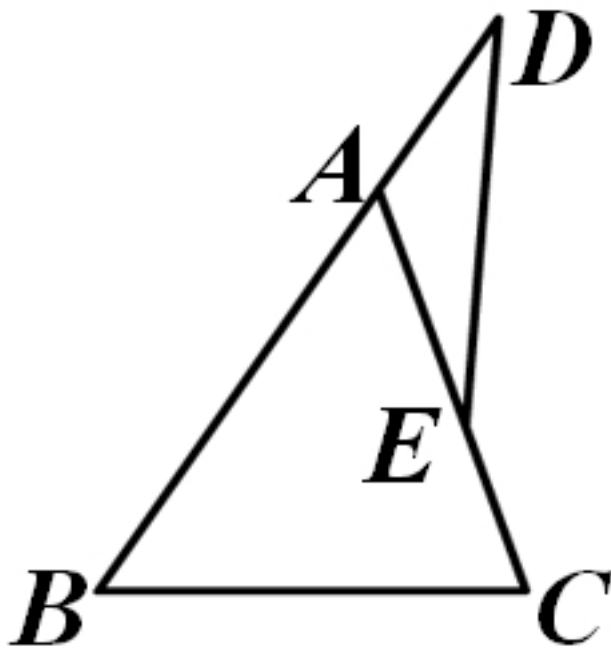
9. 如图，在三角形 ABC 中， AD 的长度是 BD 的 3 倍， AC 的长度是 EC 的 3 倍. 三角形 AED 的面积是 10，那么三角形 ABC 的面积是多少？



【答案】 20

【分析】 详解： AD 是 AB 的 $\frac{3}{4}$ ， AE 是 AC 的 $\frac{2}{3}$ ， 根据鸟头模型， 有 $\triangle ADE$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的 $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$ 。 那么 $\triangle ABC$ 的面积是 20。

10. 如图在 $\triangle ABC$ 中， D 在 BA 的延长线上， E 在 AC 上， 且 $AB:AD=5:2$ ， $AE:EC=3:2$ ， $S_{\triangle ADE}=12$ 平方厘米， 求 $\triangle ABC$ 的面积。



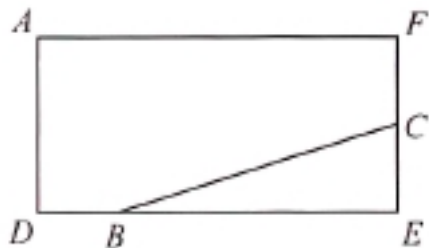
【答案】 50 平方厘米

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC} &= (AD \times AE):(AB \times AC) \\
 \text{【分析】} &= (3 \times 2):(5 \times 5) \\
 &= 6:25,
 \end{aligned}$$

因为 $S_{\triangle ADE} = 12$ (平方厘米),

所以 $S_{\triangle ABC} = 12 \div 6 \times 25 = 50$ (平方厘米).

11. 如图, 已知长方形的面积是 16, $BE = 3BD$, $CE = CF$. 请问: 三角形 BEC 的面积是多少?



【答案】 3

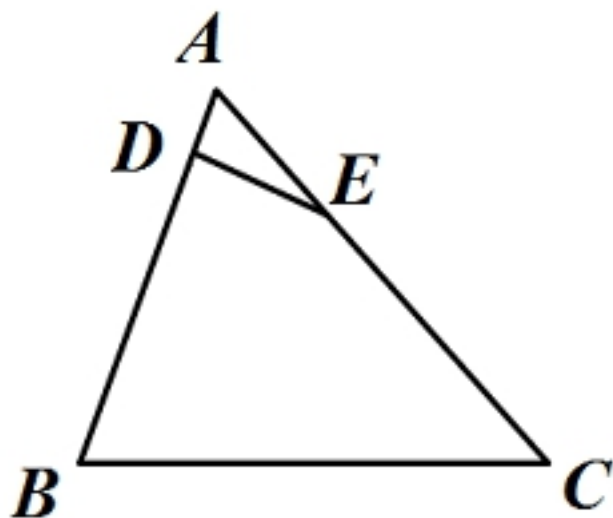
【分析】 详解: 连结 DF , 根据鸟头模型, 可知 $\triangle BCE$ 面积是 $\triangle DEF$ 面积的

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}.$$

那么 $\triangle BCE$ 的面积是

$$16 \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} = 3.$$

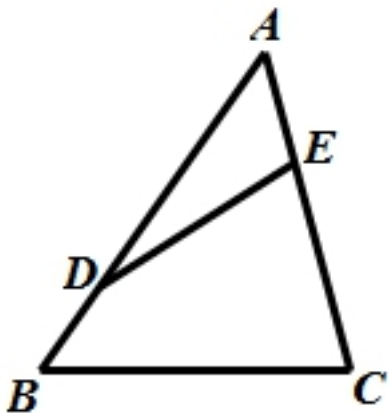
12. 如图, 三角形 ABC 中, AB 是 AD 的 6 倍, EC 是 AE 的 3 倍, 如果三角形 ADE 的面积等于 1, 那么三角形 ABC 的面积是多少?



【答案】 24

【分析】 $S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC} = (1 \times 1):(6 \times 4) = 1:24$, $S_{\triangle ABC} = 24S_{\triangle ADE} = 24 \times 1 = 24$.

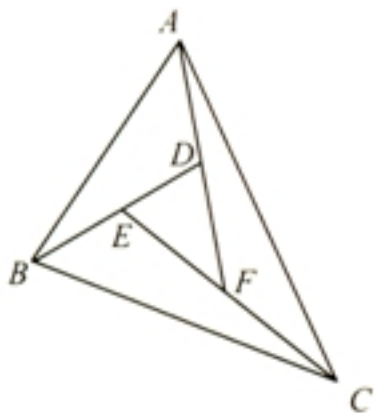
13. 三角形 ABC 中, BD 的长度是 AB 的 $\frac{1}{4}$, AE 的长度是 AC 的 $\frac{1}{3}$. 三角形 AED 的面积是 8, 那么三角形 ABC 的面积是多少?



【答案】 32

【分析】 简答: $8 \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{3}\right) = 32$.

14. 如图, 把三角形 DEF 的各边向外延长 2 倍后得到三角形 ABC , 三角形 ABC 的面积为 1. 三角形 DEF 的面积是多少?



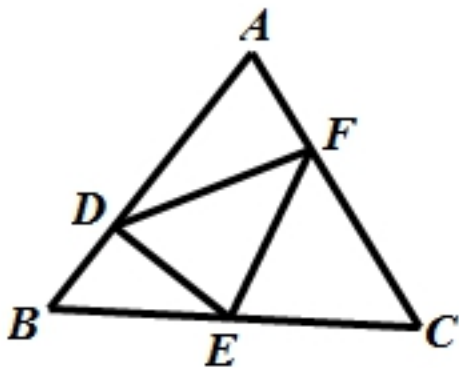
【答案】 $\frac{1}{19}$

【分析】 令三角形 DEF 为 1 份，则根据共角模型，有：

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{EF \times DF}{CF \times FA} = \frac{1}{6}.$$

所以三角形 AFC 的面积为 6 份，同理，三角形 ABD 的面积为 6 份，三角形 BEF 的面积为 6 份。则三角形 ABC 的面积为 $1 + 6 + 6 + 6 = 19$ 份，对应面积为 1，所以 $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{19}$ 。

15. 已知 $\triangle CEF$ 的面积为 9 平方厘米， $BE = CE, AD = 2BD, CF = 3AF$ ，求 $\triangle DEF$ 的面积。



【答案】 7 平方厘米。

【分析】

$$\begin{aligned} S_{\triangle CEF}:S_{\triangle ABC} &= (CE \times CF):(CB \times CA) \\ &= (1 \times 3):(2 \times 4) \\ &= 3:8 \\ &= 9:24, \end{aligned}$$

所以三角形 ABC 的面积为 24 平方厘米

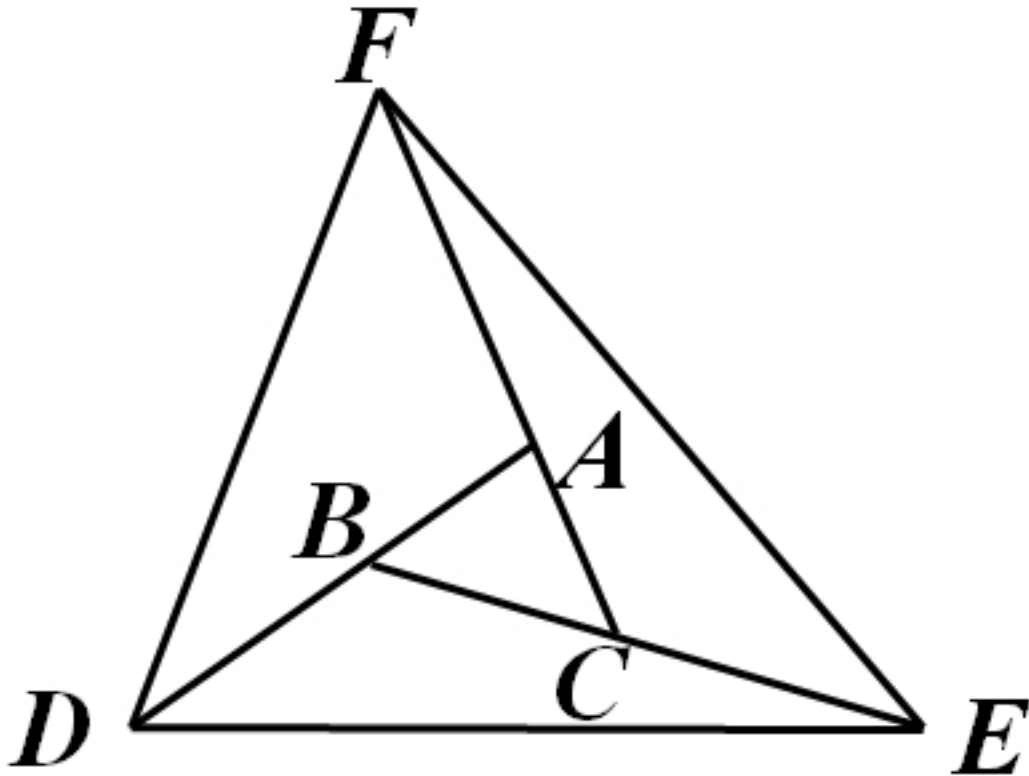
$$\begin{aligned}
 S_{\triangle BDE}:S_{\triangle ABC} &= (BD \times BE):(BA \times BC) \\
 &= (1 \times 1):(2 \times 3) \\
 &= 1:6 \\
 &= 4:24,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{\triangle ADF}:S_{\triangle ABC} &= (AD \times AF):(AB \times AC) \\
 &= (2 \times 1):(3 \times 4) \\
 &= 1:6 \\
 &= 4:24,
 \end{aligned}$$

所以

$$S_{\triangle DEF} = 24 - 4 - 4 - 9 = 7(\text{平方厘米}).$$

16. 如图, 已知三角形 ABC 面积为 1, 延长 AB 至 D , 使 $BD = AB$; 延长 BC 至 E , 使 $CE = 2BC$; 延长 CA 至 F , 使 $AF = 3AC$, 求三角形 DEF 的面积.



【答案】 18

【分析】 $\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{AD \times AF}{AB \times AC} = \frac{2 \times 3}{1 \times 1} = 6,$

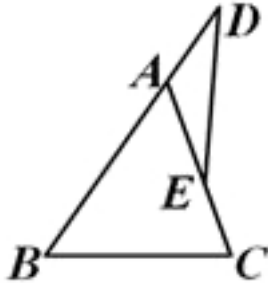
$$\begin{aligned}
 \frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{BD \times BE}{AB \times BC} = \frac{1 \times 3}{1 \times 1} = 3, \\
 \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{CE \times CF}{BC \times AC} = \frac{2 \times 4}{1 \times 1} = 8.
 \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle ABC}} &= \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle BDE}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle CEF}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC}} \\ &= 6 + 3 + 8 + 1 \\ &= 18,\end{aligned}$$

$$S_{\triangle DEF} = 18S_{\triangle ABC} = 18.$$

17. 如图在 $\triangle ABC$ 中, D 在 BA 的延长线上, E 在 AC 上, 且 $AB:BD = 5:7$, $AE:EC = 3:2$, $S_{\triangle ADE} = 36$ 平方厘米, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



【答案】 150 平方厘米

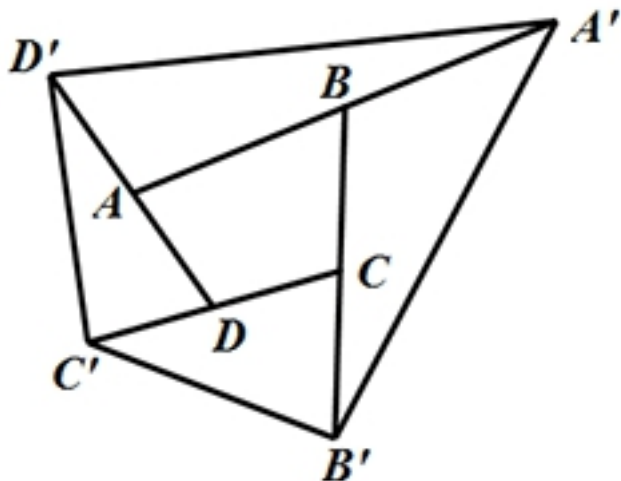
$$S_{\triangle ADE}:S_{\triangle ABC} = (AD \times AE):(AB \times AC)$$

$$\begin{aligned}\text{【分析】} \quad &= [3 \times (7 - 5)]:[5 \times (3 + 2)] \\ &= 6:25,\end{aligned}$$

因为 $S_{\triangle ADE} = 36$ (平方厘米),

所以 $S_{\triangle ABC} = 36 \div 6 \times 25 = 150$ (平方厘米).

18. 分别延长四边形 $ABCD$ 的四个边, 使得 $AB = BA', BC = CB', CD = DC', DA = AD'$ (如下图所示). 如果四边形 $ABCD$ 的面积是 1 平方厘米, 请问四边形 $A'B'C'D'$ 的面积为多少平方厘米?



【答案】 5

【分析】 连接 BD ，根据鸟头模型，可得

$$S_{\triangle AA'D'} = 1 \times 2 \times S_{\triangle ABD} = 2S_{\triangle ABD},$$

$$S_{\triangle CC'B'} = 1 \times 2 \times S_{\triangle BCD} = 2S_{\triangle BCD},$$

那么可得

$$S_{\triangle AA'D'} + S_{\triangle CC'B'} = 2S_{\text{四边形 } ABCD}$$

连接 AC ，同理可得：

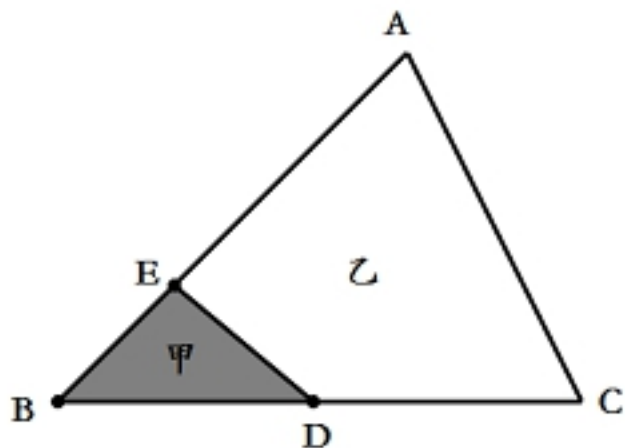
$$S_{\triangle DD'C'} + S_{\triangle BB'A'} = 2S_{\text{四边形 } ABCD}$$

所以整个图形的面积是

$$2 + 2 + 1 = 5(\text{平方厘米}).$$

19. 下图中的三角形 ABC 被分成了甲（阴影部分）、乙两部分，

$BD = DC = 4, BE = 3, AE = 6$. 求甲部分面积占乙部分面积的几分之几.

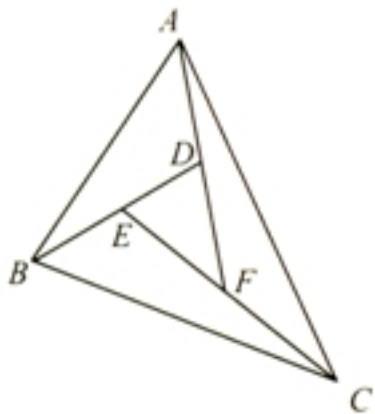


【答案】 $\frac{1}{5}$

【分析】 $\frac{BE}{BA} = \frac{3}{3+6} = \frac{1}{3}, \frac{BD}{BC} = \frac{4}{4+4} = \frac{1}{2}$, 根据鸟头模型, 甲部分占整个图形面积的 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$, 那么甲部分占乙部分的 $\frac{1}{5}$.

20. 如图, 把三角形 DEF 的各边向外延长 1 倍后得到三角形 ABC , 三角形 ABC 的面积为

1. 三角形 DEF 的面积是多少?



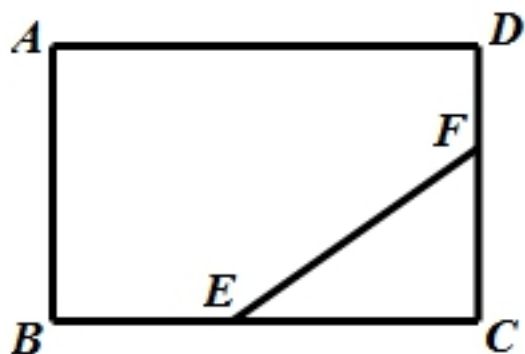
【答案】 $\frac{1}{7}$

【分析】 令三角形 DEF 为 1 份, 则根据共角模型, 有:

$$\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle AFC}} = \frac{EF \times DF}{CF \times FA} = \frac{1}{2}.$$

所以三角形 AFC 的面积为 2 份, 同理, 三角形 ABD 的面积为 2 份, 三角形 BEF 的面积为 2 份. 则三角形 ABC 的面积为 7 份, 对应面积为 1, 所以 $S_{\text{三角形 } DEF} = \frac{1}{7}$.

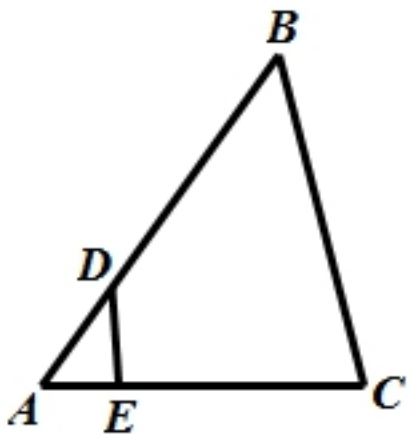
21. 如图，长方形 $ABCD$ 的面积是 48， $BE:CE = 3:5$ ， $DF:CF = 1:2$ 。三角形 CFE 面积是多少？



【答案】 10

【分析】 简答： $48 \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{8} \times \frac{2}{3} = 10$ 。

22. 如图， $AD:DB = 1:4$ ， $AE:EC = 1:5$ ，如果 $\triangle ABC$ 的面积是 120，那么 $\triangle ADE$ 的面积是多少？



【答案】 4

【分析】 简答：由已知条件得

$$AD:AB = 1:5,$$

$$AE:AC = 1:6,$$

利用“共角三角形”性质得三角形 AED 的面积是

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/445302121310012110>