沈阳二中 2023—2024 学年度下学期 4 月阶段测试

高一（26 届）数学试题

命题人：高一数学组　审校人：高一数学组

说明：1．考试时长 120 分钟，满分 150 分．

2．考生务必将答案答在答题卡相应位置上，在试卷上作答无效．

第 I 卷（选择题 共 58 分）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 集合 $A=\left\{x\left|-\frac{3\pi}{2}\le x<\frac{3\pi}{2}\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$C=A\cap B$，则集合 C 中的元素个数为（　　）

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

2. 已知平面向量 $\vec{a}=(10\sin\theta,1)$，$\vec{b}=(\cos\theta,3)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $\tan\theta=$（　　）

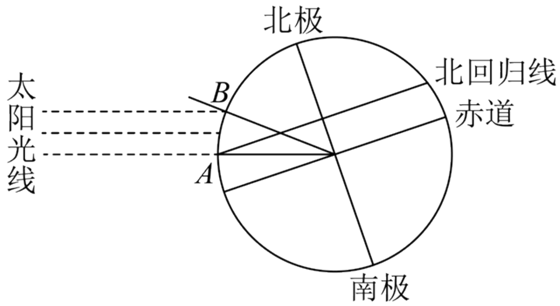
A. $-\frac{1}{3}$ 或 -3　　B. $\frac{1}{3}$ 或 -3

C. $\frac{1}{3}$ 或 3　　D. $-\frac{1}{3}$ 或 3

3. $\sqrt{3}\tan 85^\circ\tan 35^\circ-\tan 85^\circ-\tan 35^\circ=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $-\sqrt{3}$

4. 古希腊地理学家埃拉托色尼从书中得知，位于尼罗河第一瀑布的塞伊尼（现在的阿斯旺，在北回归线上）记为 A，夏至那天正午，阳光直射，立杆无影；同样在夏至那天，他所在的城市——埃及北部的亚历山大城记为 B，测得立杆与太阳光线所成的角约为 7.2°.他又派人测得 A，B 两地的距离 $\overset{\frown}{AB}=800$ km，平面示意图如图，则可估算地球的半径约为（　　）（$\pi\approx 3.14$）



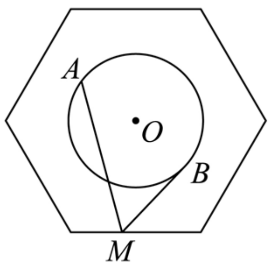
A. $7260\ \text{km}$　　B. $6870\ \text{km}$　　C. $6369\ \text{km}$　　D. 5669

km

5. 已知 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ 均为单位向量，且满足 $3\vec{a}+4\vec{b}+5\vec{c}=\vec{0}$，则 $\cos\langle\vec{a}-\vec{b},\vec{c}\rangle=$（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{5}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{10}$　　C. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

6. 如图，正六边形的边长为 $2\sqrt{2}$，半径为 1 的圆 O 的圆心为正六边形的中心，若点 M 在正六边形的边上运动，动点 A，B 在圆 O 上运动且关于圆心 O 对称，则 $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 的取值范围为（　　）



A. $[4,5]$　　B. $[5,7]$　　C. $[4,6]$　　D. $[5,8]$

7. 在 $\triangle ABC$ 中，$AC=2\sqrt{7}$，O 是 $\triangle ABC$ 的外心，M 为 BC 的中点，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AO}=8$，$N$ 是直线 OM 上异于 M、O 的任意一点，则 $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BC}=$（　　）

A. 3　　B. 6　　C. 7　　D. 9

8. 设函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)-\dfrac{1}{2}(\omega>0)$，若对于任意实数 φ，函数 $f(x)$ 在区间 $[0,2\pi]$ 上至少有 2 个零点，至多有 3 个零点，则 ω 的取值范围是（　　）

A. $\left[\frac{1}{3},1\right)$ B. $\left[1,\frac{4}{3}\right)$ C. $\left[1,\frac{5}{3}\right)$ D. $\left[\frac{4}{3},\frac{5}{3}\right)$

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 在等腰$\triangle ABC$中，已知$AB=4,CA=CB=8$，若H、W、G、I分别为$\triangle ABC$的垂心、外心、重心和内心，则下列四种说法正确的有（　　）

A. $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$　　B. $\overrightarrow{AW}\cdot\overrightarrow{BC}=24$

C. $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BC}=16$　　D. $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{BC}=12$

10. 下列说法中正确的有（　　）

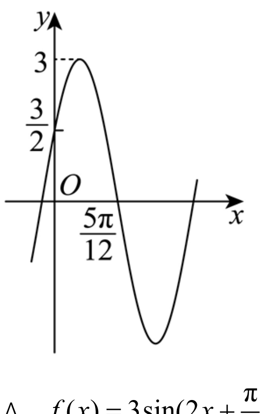
A. 与$\vec{a}=(2,-1)$垂直的单位向量为$\left(\frac{\sqrt{5}}{5},\frac{-2\sqrt{5}}{5}\right)$

B. 已知$\vec{a}$在$\vec{b}$上的投影向量为$\frac{1}{2}\vec{b}$且$|\vec{b}|=5$，则$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{25}{2}$

C. 若非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$\vec{a}$与$\vec{a}+\vec{b}$的夹角是$30°$

D. 已知$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,1)$，且$\vec{a}$与$\vec{a}+\lambda\vec{b}$夹角为锐角，则λ的取值范围是$\left(-\frac{5}{3},+\infty\right)$

11. 函数$f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的部分图象如图所示，则（　　）



A. $f(x)=3\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

B. $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度后得到的新函数是奇函数

C. $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{4\pi}{3},0)$ 对称

D. 若方程 $f(x)=\frac{3}{2}$ 在 $\left(0,m\right)$ 上有且只有 6 个根，则 $m\in(3\pi,\frac{10\pi}{3}]$

第 II 卷（非选择题 共 92 分）

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

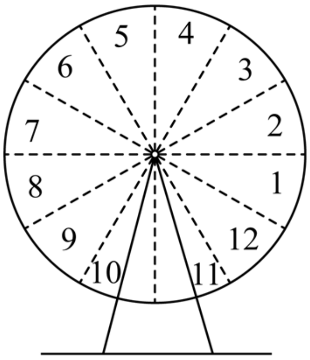
12. 已知平面单位向量 $\vec{e_1},\vec{e_2}$，满足 $\left|\vec{e_1}-\vec{e_2}\right|=\sqrt{2}$，设 $\vec{a}=\vec{e_1}+\vec{e_2}$，$\vec{b}=3\vec{e_1}+\vec{e_2}$，向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 θ，则 $\cos\theta=$_____.

13. 求值 $\dfrac{\cos10^\circ\left(1+\sqrt{3}\tan10^\circ\right)-2\sin50^\circ}{\sin5^\circ}=$_______.

14. 已知函数 $y=f\left(x\right)$ 的定义域为 C，值域为 D，若存在整数 $m\in C$，$n\in D$，且 $n=f\left(m\right)$，则 mn 为函数 $y=f\left(x\right)$ 的“子母数”.已知集合 $A=\left\{x\left|\sin\left(\frac{\sqrt{3}\pi}{3}\tan\frac{x}{24}+\frac{\pi}{3}\right)\geq\frac{\sqrt{3}}{2},x\in\left[-8\pi,8\pi\right]\right.\right\}$，函数 $g\left(x\right)=\left[\cos x\right]$，$x\in A$（$\left[x\right]$ 表示不超过 x 的最大整数，例如 $\left[1.2\right]=1$），当 $xg\left(x\right)<0$ 时，函数 $y=g\left(x\right)$ 的所有“子母数”之和为_______.

四、解答题

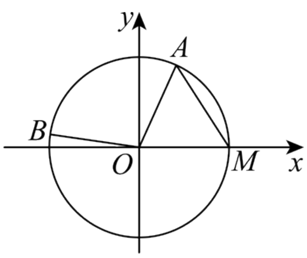
15. 某游乐场的摩天轮示意图如图，已知该摩天轮的半径为 30 米，轮上最低点与地面的距离为 2 米，沿逆时针方向匀速旋转，旋转一周所需时间为 $T=24$ 分钟．在圆周上均匀分布 12 个座舱，标号分别为 1～12（可视为点），在旋转过程中，座舱与地面的距离 h 与时间 t 的函数关系基本符合正弦函数模型，现从图示位置，即 1 号座舱位于圆周最右端时开始计时，旋转时间为 t 分钟.



（1）求 1 号座舱与地面的距离 h 与时间 t 的函数关系 $h\left(t\right)$ 的解析式；

（2）在前 24 分钟内，求 1 号座舱与地面的距离为 17 米时 t 的值；

16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，顶点在坐标原点，以 x 轴非负半轴为始边的锐角 α 与钝角 β 的终边与单位圆 O 分别交于 A，B 两点，x 轴的非负半轴与单位圆 O 交于点 M，已知 $S_{\triangle OAM}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$，点 B 的横坐标是 $-\dfrac{7\sqrt{2}}{10}$.



（1）求 $\cos(\alpha-\beta)$ 的值；

（2）求 $2\alpha-\beta$ 的值.

17. 已知函数 $f(x)=\sin(2x+\varphi)(0<\varphi<\pi)$.

（1）若 $f\left(x\right)$ 为偶函数，求函数 $g(x)=\lg\left[f\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{1}{2}\right]$ 的定义域；

（2）若 $f\left(x\right)$ 过点 $\left(\dfrac{\pi}{6},1\right)$，设 $h(x)=\cos^2 x+2a\sin x$，若对任意的 $x_1\in\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$，$x_2\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，都有 $h\left(x_1\right)<f\left(x_2\right)+3$，求实数 a 的取值范围.

18. 已知向量 $\vec{m}=(\sin x,\sin x+\cos x)$，$\vec{n}=(\cos x,-2)$，函数 $f\left(x\right)=\vec{m}\cdot\vec{n}$.

（1）求 $f\left(\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的值；

（2）当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$ 时，方程 $2f\left(x\right)-m+1=0$ 有解，求实数 m 的取值范围；

（3）是否存在正实数 a，使不等式 $\left|\vec{m}+\vec{n}\right|^2-4af\left(x\right)-10\geq 0$ 对所有 $x\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$ 恒成立？若存在，求出 a 的取值范围；若不存在，说明理由.

19. 已知 O 为坐标原点，对于函数 $f\left(x\right)=a\sin x+b\cos x$，称向量 $\overrightarrow{OM}=\left(a,b\right)$ 为函数 $f\left(x\right)$ 的相伴特征向量，同时称函数 $f\left(x\right)$ 为向量 $\overrightarrow{OM}$ 的相伴函数.

（1）记向量 $\overrightarrow{ON}=\left(1,\sqrt{3}\right)$ 的相伴函数为 $f\left(x\right)$，若当 $f\left(x\right)=\dfrac{8}{5}$ 且 $x\in\left(-\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{6}\right)$ 时，求 $\sin x$ 的值；

（2）设 $g\left(x\right)=\sqrt{3}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)+3\cos\left(\dfrac{\pi}{3}-x\right)\left(x\in\mathbf{R}\right)$，试求函数 $g\left(x\right)$ 的相伴特征向量 $\overrightarrow{OM}$，并求出与 $\overrightarrow{OM}$ 共线的单位向量；

（3）已知 $A\left(-2,3\right)$，$B\left(2,6\right)$，$\overrightarrow{OT}=\left(-\sqrt{3},1\right)$ 为函数 $h\left(x\right)=m\sin\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)\left(m\in\mathrm{R}\right)$ 的相伴特征向量，$\varphi\left(x\right)=h\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{\pi}{3}\right)$，请问在 $y=\varphi\left(x\right)$ 的图象上是否存在一点 P，使得 $\overrightarrow{AP}\perp\overrightarrow{BP}$？若存在，求出 P 点的坐标；若不存在，说明理由.

沈阳二中 2023—2024 学年度下学期 4 月阶段测试

高一（26 届）数学试题

命题人：高一数学组　审校人：高一数学组

说明：1．考试时长 120 分钟，满分 150 分．

2．考生务必将答案答在答题卡相应位置上，在试卷上作答无效．

第 I 卷（选择题 共 58 分）

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. 集合 $A=\left\{x\left|-\frac{3\pi}{2}\le x<\frac{3\pi}{2}\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，$C=A\cap B$，则集合 C 中的元素个数为（　　）

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

【答案】B

【解析】

【分析】解不等式 $-\frac{3\pi}{2}\le k\pi+\frac{\pi}{2}<\frac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，得出整数 k 的取值，即可得解.

【详解】解不等式 $-\frac{3\pi}{2}\le k\pi+\frac{\pi}{2}<\frac{3\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，可得 $-2\le k<1$，

所以，整数 k 的取值有 -2、-1、0，

又因为集合 $A=\left\{x\left|-\frac{3\pi}{2}\le x<\frac{3\pi}{2}\right.\right\}$，$B=\left\{x\left|x=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in\mathbf{Z}\right.\right\}$，

则 $C=A\cap B=\left\{-\frac{3\pi}{2},-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right\}$，即集合 C 中的元素个数为 3.

故选：B.

2. 已知平面向量 $\vec{a}=(10\sin\theta,1)$，$\vec{b}=(\cos\theta,3)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $\tan\theta=$（　　）

A. $-\frac{1}{3}$ 或 -3　　B. $\frac{1}{3}$ 或 -3

C. $\frac{1}{3}$ 或 3　　D. $-\frac{1}{3}$ 或 3

【答案】A

【解析】

【分析】根据向量垂直的坐标表示得到$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{10}$，再进行弦化切即可得到$\tan\theta$.

【详解】$\because \vec{a}=(10\sin\theta,1),\vec{b}=(\cos\theta,3)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=10\sin\theta\cos\theta+3=0$，即$\sin\theta\cos\theta=-\dfrac{3}{10}$，

$\therefore \dfrac{\sin\theta\cos\theta}{\sin^2\theta+\cos^2\theta}=-\dfrac{3}{10}$，即$-\dfrac{3}{10}=\dfrac{\tan\theta}{\tan^2\theta+1}$,$\therefore 3\tan^2\theta+10\tan\theta+3=0$，

$\therefore \tan\theta=-\dfrac{1}{3}$或$-3$.

故选：A.

3. $\sqrt{3}\tan 85°\tan 35°-\tan 85°-\tan 35°=$（　　）

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $-\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】利用正切和角公式得到$\dfrac{\tan 85°+\tan 35°}{1-\tan 85°\tan 35°}=-\sqrt{3}$，整理后得到答案.

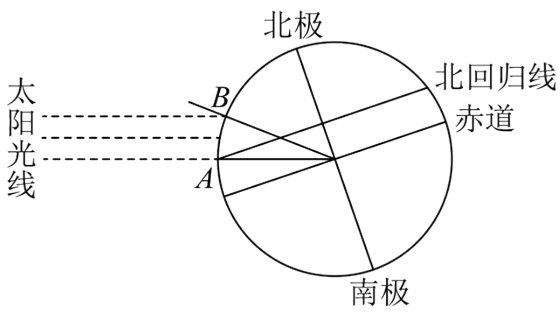
【详解】$\tan 120°=\tan\left(85°+35°\right)=\dfrac{\tan 85°+\tan 35°}{1-\tan 85°\tan 35°}=-\sqrt{3}$，

$\therefore \tan 85°+\tan 35°=-\sqrt{3}+\sqrt{3}\tan 85°\tan 35°$，

$\therefore \sqrt{3}\tan 85°\tan 35°-\tan 85°-\tan 35°=\sqrt{3}$.

故选：C

4. 古希腊地理学家埃拉托色尼从书中得知，位于尼罗河第一瀑布的塞伊尼（现在的阿斯旺，在北回归线上）记为A，夏至那天正午，阳光直射，立杆无影；同样在夏至那天，他所在的城市——埃及北部的亚历山大城记为B，测得立杆与太阳光线所成的角约为$7.2°$.他又派人测得A，B两地的距离$\overset{\frown}{AB}=800\text{ km}$，平面示意图如图，则可估算地球的半径约为（　　）（$\pi\approx 3.14$）



A. 7260 km　　B. 6870 km　　C. 6369 km　　D. 5669 km

【答案】C

【解析】

【分析】利用圆的性质及周长公式即可求解.

【详解】设地心为O，依题意可得，$\angle AOB=7.2^{\circ}$，$\overset{\frown}{AB}=800$，

设地球的周长为C，半径为R，

则$\frac{7.2}{360}=\frac{800}{C}=\frac{800}{2\pi R}$，所以$R=\frac{800\times 360}{2\pi\times 7.2}\approx 6369\text{ km}$.

故选：C

5. 已知$\vec{a},\vec{b},\vec{c}$均为单位向量，且满足$3\vec{a}+4\vec{b}+5\vec{c}=\vec{0}$，则$\cos\left\langle\vec{a}-\vec{b},\vec{c}\right\rangle=$（　　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{5}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】由$3\vec{a}+4\vec{b}+5\vec{c}=\vec{0}$，得$3\vec{a}+4\vec{b}=-5\vec{c}$，两边平方求出$\vec{a}\cdot\vec{b}$，$\vec{c}=-\frac{3}{5}\vec{a}-\frac{4}{5}\vec{b}$，

分别求出$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|,\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\vec{c}$，再根据向量夹角得计算公式即可得解.

【详解】由$3\vec{a}+4\vec{b}+5\vec{c}=\vec{0}$，得$3\vec{a}+4\vec{b}=-5\vec{c}$，

则$9\vec{a}^{2}+24\vec{a}\cdot\vec{b}+16\vec{b}^{2}=25\vec{c}^{2}$，所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，

由$3\vec{a}+4\vec{b}+5\vec{c}=\vec{0}$，得$\vec{c}=-\frac{3}{5}\vec{a}-\frac{4}{5}\vec{b}$，

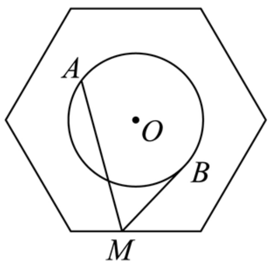
所以$\left|\vec{a}-\vec{b}\right|=\sqrt{\left(\vec{a}-\vec{b}\right)^2}=\sqrt{\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}}=\sqrt{2}$，

$\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\vec{c}=\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\left(-\frac{3}{5}\vec{a}-\frac{4}{5}\vec{b}\right)=-\frac{3}{5}\vec{a}^2+\frac{4}{5}\vec{b}^2-\frac{1}{5}\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{5}$，

所以$\cos\left\langle\vec{a}-\vec{b},\vec{c}\right\rangle=\frac{\left(\vec{a}-\vec{b}\right)\cdot\vec{c}}{\left|\vec{a}-\vec{b}\right|\left|\vec{c}\right|}=\frac{\frac{1}{5}}{\sqrt{2}\times1}=\frac{\sqrt{2}}{10}$.

故选：B.

6. 如图，正六边形的边长为$2\sqrt{2}$，半径为1的圆O的圆心为正六边形的中心，若点M在正六边形的边上运动，动点A，B在圆O上运动且关于圆心O对称，则$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$的取值范围为（　　）



A. $[4,5]$　　B. $[5,7]$　　C. $[4,6]$　　D. $[5,8]$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，由平面向量数量积的运算化简，可得$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\left|\overrightarrow{MO}\right|^2-1$，再由$\left|\overrightarrow{MO}\right|$的范围，即可得到结果.

【详解】由题意可得，$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OB}\right)=\left(\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MO}-\overrightarrow{OA}\right)$

$=\left|\overrightarrow{MO}\right|^2-\left|\overrightarrow{OA}\right|^2=\left|\overrightarrow{MO}\right|^2-1$，

当OM与正六边形的边垂直时，$\left|\overrightarrow{MO}\right|_{\min}=\sqrt{6}$，

当点M运动到正六边形的顶点时，$\left|\overrightarrow{MO}\right|_{\max}=2\sqrt{2}$，

所以$\left|\overrightarrow{MO}\right| \in \left[\sqrt{6}, 2\sqrt{2}\right]$，则$\left|\overrightarrow{MO}\right|^2 \in [6,8]$，即$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = \left(\left|\overrightarrow{MO}\right|^2 - 1\right) \in [5,7]$.

故选：B

7. 在$\triangle ABC$中，$AC = 2\sqrt{7}$，O是$\triangle ABC$的外心，M为BC的中点，$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO} = 8$，$N$是直线$OM$上异于$M$、$O$的任意一点，则$\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BC} =$（　　）

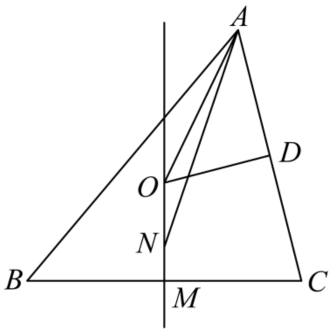
A. 3　　B. 6　　C. 7　　D. 9

【答案】B

【解析】

【分析】根据外心的性质得到$OM \perp BC$，设$\overrightarrow{ON} = \lambda \overrightarrow{OM}$，根据数量积的运算律得到$\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC}$，再由数量积的定义及几何意义求出$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC}$，从而得解.

【详解】因为O是$\triangle ABC$的外心，M为BC的中点，设AC的中点为D，连接OD，



所以$OM \perp BC$，$OD \perp AC$，设$\overrightarrow{ON} = \lambda \overrightarrow{OM}$，

则$\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BC} = \left(\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{ON}\right) \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC} + \lambda \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{BC}$

$= \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AO} \cdot \left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$

$= \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC}$，

又O是$\triangle ABC$的外心，所以$\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = \left|\overrightarrow{AO}\right| \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right| \cos\angle CAO = \left(\left|\overrightarrow{AO}\right| \cos\angle CAO\right) \cdot \left|\overrightarrow{AC}\right|$

$= \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AC}\right|^2 = \frac{1}{2} \times \left(2\sqrt{7}\right)^2 = 14$，

所以$\overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{AC} = -8 + 14 = 6$.

故选：B

【点睛】关键点点睛：本题解答的关键是根据外接圆的性质将 $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BC}$ 转化为 $-\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}$，再一个就是利用数量积的几何意义求出 $\overrightarrow{AO}\cdot\overrightarrow{AC}$.

8. 设函数 $f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\varphi\right)-\frac{1}{2}\left(\omega>0\right)$，若对于任意实数 φ，函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,2\pi\right]$ 上至少有 2 个零点，至多有 3 个零点，则 ω 的取值范围是（　　）

A. $\left[\frac{1}{3},1\right)$　　B. $\left[1,\frac{4}{3}\right)$　　C. $\left[1,\frac{5}{3}\right)$　　D. $\left[\frac{4}{3},\frac{5}{3}\right)$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，将问题转化为研究 $y=\sin\omega x-\frac{1}{2}$ 在任意一个长度为 2π 的区间上的零点问题，分别求得相邻三个零点之间的距离，相邻四个零点之间的最小距离，从而得到关于 ω 的不等式组，解之即可得解.

【详解】因为 φ 为任意实数，故函数 $f(x)$ 的图象可以任意平移，

从而研究函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,2\pi\right]$ 上的零点问题，

即研究函数 $y=\sin\omega x-\frac{1}{2}$ 在任意一个长度为 $2\pi-0=2\pi$ 的区间上的零点问题，

令 $y=\sin\omega x-\frac{1}{2}=0$，得 $\sin\omega x=\frac{1}{2}$，则它在 y 轴右侧靠近坐标原点处的零点分别为

$\frac{\pi}{6\omega}$，$\frac{5\pi}{6\omega}$，$\frac{13\pi}{6\omega}$，$\frac{17\pi}{6\omega}$，$\frac{25\pi}{6\omega}$，$\cdots$，

则它们相邻两个零点之间的距离分别为 $\frac{2\pi}{3\omega}$，$\frac{4\pi}{3\omega}$，$\frac{2\pi}{3\omega}$，$\frac{4\pi}{3\omega}$，$\cdots$，

故相邻三个零点之间的距离为 $\frac{2\pi}{\omega}$，相邻四个零点之间的最小距离为 $\frac{8\pi}{3\omega}$，

所以要使函数 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[0,2\pi\right]$ 上至少有 2 个零点，至多有 3 个零点，

则需相邻三个零点之间的距离不大于 2π，相邻四个零点之间的最小距离大于 2π，

即 $\begin{cases}\dfrac{2\pi}{\omega}\le 2\pi\\ \dfrac{8\pi}{3\omega}>2\pi\end{cases}$，解得 $1\le\omega<\dfrac{4}{3}$，即 $\omega\in\left[1,\dfrac{4}{3}\right)$.

故选：B

【点睛】关键点点睛：在求解复杂问题时，要善于将问题进行简单化，本题中的 φ 以及区间 $\left[0,2\pi\right]$ 是干扰因素，所以排除干扰因素是解决问题的关键所在.

二、多项选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．

9. 在等腰 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=4,CA=CB=8$，若 H、W、G、I 分别为 $\triangle ABC$ 的垂心、外心、重心和内心，则下列四种说法正确的有（　　）

A. $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

B. $\overrightarrow{AW}\cdot\overrightarrow{BC}=24$

C. $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BC}=16$

D. $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{BC}=12$

【答案】ABC

【解析】

【分析】根据三角形各心的性质结合向量的加减法则即可求得.

【详解】A 选项：H 为垂心，为高线的交点，则 $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$，选项 A 正确.

B 选项：$\overrightarrow{AW}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AW}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AW}\cdot\overrightarrow{AB}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}|^2-\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|^2=32-8=24$，选项 B 正确；

C 选项：$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB})\cdot(\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB})=\frac{1}{3}\left(\left|\overrightarrow{AC}\right|^2-\left|\overrightarrow{AB}\right|^2\right)=16$，选项 C 正确；

D 选项：$\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{AB}=2\cdot|\overrightarrow{AC}|-2\cdot|\overrightarrow{AB}|=8$，选项 D 错误；

故选：ABC

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

https://d.book118.com/445302241030011304