

山西省晋中市和诚中学 2025 届高三下学期联考数学试题

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚, 将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时请按要求用笔。
3. 请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试卷上答题无效。
4. 作图可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5. 保持卡面清洁, 不要折暴、不要弄破、弄皱, 不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 3 本不同的语文书, 2 本不同的数学书, 从中任意取出 2 本, 取出的书恰好都是数学书的概率是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{10}$

2. 若 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$, 则 $\cos 2\alpha =$ ()

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

3. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期为 π , $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后关于 y 轴对称, 则 $f(x - \frac{\pi}{6})$ 的单调递增区间为 ()

- A. $\left[\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{5\pi}{6} + k\pi\right] k \in \mathbb{Z}$ B. $\left[-\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{\pi}{6} + k\pi\right] k \in \mathbb{Z}$
- C. $\left[-\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi\right] k \in \mathbb{Z}$ D. $\left[-\frac{\pi}{6} + k\pi, \frac{\pi}{3} + k\pi\right] k \in \mathbb{Z}$

4. 以下三个命题: ①在匀速传递的产品生产流水线上, 质检员每 10 分钟从中抽取一件产品进行某项指标检测, 这样的抽样是分层抽样; ②若两个变量的线性相关性越强, 则相关系数的绝对值越接近于 1; ③对分类变量 X 与 Y 的随机变量 k^2 的观测值 k 来说, k 越小, 判断“ X 与 Y 有关系”的把握越大; 其中真命题的个数为 ()

- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

5. 已知 $(1 + \lambda x)^n$ 展开式中第三项的二项式系数与第四项的二项式系数相等, $(1 + \lambda x)^n = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$, 若 $a_1 + a_2 + \dots + a_n = 242$, 则 $a_0 - a_1 + a_2 - \dots + (-1)^n a_n$ 的值为 ()

- A. 1 B. -1 C. 81 D. -81

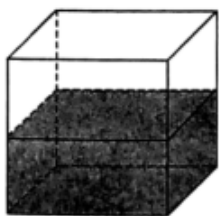
6. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ 内有一条以点 $P\left(1, \frac{1}{3}\right)$ 为中点的弦 AB , 则直线 AB 的方程为 ()

- A. $3x - 3y - 2 = 0$ B. $3x - 3y + 2 = 0$
- C. $3x + 3y - 4 = 0$ D. $3x + 3y + 4 = 0$

7. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_5 + a_8 = -3$, $a_4 a_9 = -18$, 则 $a_2 + a_{11} =$ ()

- A. 9 B. -9 C. $\frac{21}{2}$ D. $-\frac{21}{4}$

8. 一个封闭的棱长为 2 的正方体容器, 当水平放置时, 如图, 水面的高度正好为棱长的一半. 若将该正方体绕下底面 (底面与水平面平行) 的某条棱任意旋转, 则容器里水面的最大高度为 ()



- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{2}$

9. 若实数 x, y 满足的约束条件 $\begin{cases} y \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ 2x - y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的取值范围是 ()

- A. $[4, +\infty)$ B. $[0, 6]$ C. $[0, 4]$ D. $[6, +\infty)$

10. 已知双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{3} = 1 (a > 0)$ 的一个焦点与抛物线 $x^2 = 8y$ 的焦点重合, 则双曲线 C 的离心率为 ()

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. 3 D. 4

11. 设 i 为虚数单位, 复数 $z = (a + i)(1 - i) \in R$, 则实数 a 的值是 ()

- A. 1 B. -1 C. 0 D. 2

12. 甲、乙、丙、丁四位同学利用暑假游玩某风景名胜大峡谷, 四人各自去景区的百里绝壁、千丈瀑布、原始森林、远古村寨四大景点中的一个, 每个景点去一人. 已知: ①甲不在远古村寨, 也不在百里绝壁; ②乙不在原始森林, 也不在远古村寨; ③“丙在远古村寨”是“甲在原始森林”的充分条件; ④丁不在百里绝壁, 也不在远古村寨. 若以上语句都正确, 则游玩千丈瀑布景点的同学是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E 为棱 AA_1 的中点, F 是棱 A_1B_1 上的点, 且 $A_1F = \frac{1}{3}FB_1$, 则异面直线 EF 与 BC_1 所成角的余弦值为_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数, 满足 $a_1 = 1$, $a_{k+1} - a_k = a_i$. ($i \leq k, k = 1, 2, 3, \dots, n-1$), 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____.

15. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} x \geq 1 \\ x + y \leq 4 \\ ax + by + c \leq 0 \end{cases}$ 且目标函数 $z = 2x + y$ 的最大值为 7, 最小值为 1, 则 $\frac{a+b+c}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 若 $\tan \alpha = 2$, 则 $\frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{4}\right)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 求下列函数的导数：

(1) $f(x) = e^{-0.05x+1}$

(2) $f(x) = (\sin 2x + 1)^2$

18. (12 分) 已知椭圆： $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 四点 $P_1(1,1)$, $P_2(0,1)$, $P_3\left(-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $P_4\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 中恰有三点在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设椭圆 C 的左右顶点分别为 A , B . P 是椭圆 C 上异于 A , B 的动点, 求 $\angle APB$ 的正切的最大值.

19. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A , B , C 的对边分别是 a , b , c , 已知 $(a - \sqrt{3}b)\sin A + b\sin B = c\sin C$.

(1) 求角 C 的值;

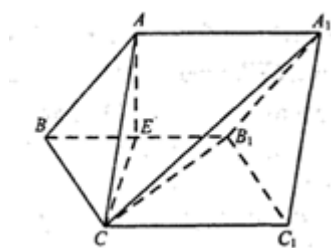
(2) 若 $\sin A \sin B = \frac{1+\sqrt{3}}{4}$, $c = 2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = |2x-1| + |2x+1|$, 记不等式 $f(x) < 4$ 的解集为 M .

(1) 求 M ;

(2) 设 $a, b \in M$, 证明: $|ab| - |a| - |b| + 1 > 0$.

21. (12 分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BCC_1B_1 是菱形, $AC=BC=2$, $\angle CBB_1 = \frac{\pi}{3}$, 点 A 在平面 BCC_1B_1 上的投影为棱 BB_1 的中点 E .



(1) 求证: 四边形 ACC_1A_1 为矩形;

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/445313312201012123>