福建省泉州市2024届高三质量监测（三）数学试题

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．若复数z满足$\frac{1-\mathrm{i}}{\overline{z}}=\mathrm{i}$，则$|z|=$（   ）

A．1　　B．$\sqrt{2}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

2．设集合$A=\{x||x|<1\}$，$B=\{y\mid y=\mathrm{e}^x\}$，则$A\cap B=$（   ）

A．$\varnothing$　　B．$(-1,0)$　　C．$(0,1)$　　D．$(-1,1)$

3．已知圆锥SO的轴截面是边长为2的正三角形，过其底面圆周上一点A作平面α，若α截圆锥SO得到的截口曲线为椭圆，则该椭圆的长轴长的最小值为（   ）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．1　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

4．若$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$3\sin 2\alpha\cos\alpha+2\sin\alpha\cos 2\alpha=0$，则$\tan\alpha=$（   ）

A．4　　B．2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{4}$

5．已知平行四边形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=4$，$B=\frac{2\pi}{3}$，若以C为圆心的圆与对角线BD相切，P是圆C上的一点，则$\overrightarrow{BD}\cdot\left(\overrightarrow{CP}-\overrightarrow{CB}\right)$的最小值是（   ）

A．$8-2\sqrt{3}$　　B．$4+2\sqrt{3}$　　C．$12-4\sqrt{3}$　　D．$6+2\sqrt{3}$

6．中心极限定理是概率论中的一个重要结论．根据该定理，若随机变量$\xi\sim B(n,p)$，则当$np>5$且$n(1-p)>5$时，ξ可以由服从正态分布的随机变量η近似替代，且ξ的期望与方差分别与η的均值与方差近似相等．现投掷一枚质地均匀分布的骰子2500次，利用正态分布估算骰子向上的点数为偶数的次数少于1300的概率为（   ）

附：若：$\eta\sim N(\mu,\sigma^2)$，则$P(\mu-\sigma<\eta<\mu+\sigma)\approx 0.6827$，$P(\mu-2\sigma<\eta<\mu+2\sigma)\approx 0.9545$，$P(\mu-3\sigma<\eta<\mu+3\sigma)\approx 0.9973$．

A．0.0027　　B．0.5　　C．0.8414　　D．0.9773

7．椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_1$且斜率为$-3\sqrt{7}$的直线与椭圆交于$A$，$B$两点（$A$在$B$左侧），若$\left(\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_1F_2}\right)\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，则$C$的离心率为（   ）

A．$\frac{2}{5}$ B．$\frac{3}{5}$ C．$\frac{2}{7}$ D．$\frac{3}{7}$

8．已知函数$f\left(x\right)=x^2\left(1-\frac{2}{e^x+1}\right)$，$g\left(x\right)$满足$g\left(1+3x\right)+g\left(3-3x\right)=0$，$G\left(x\right)=f\left(x-2\right)-g\left(x\right)$，若$G\left(x\right)$恰有$2n+1\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$个零点，则这$2n+1$个零点之和为（　）

A．$2n$ B．$2n+1$ C．$4n$ D．$4n+2$

二、多选题

9．等差数列$\{a_n\}$中，$a_2=-7$，$a_5=-1$，若$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$，$T_n=a_1a_2\cdots a_n$，则（　）

A．S_n有最小值，T_n无最小值　B．S_n有最小值，T_n无最大值

C．S_n无最小值，T_n有最小值　D．S_n无最大值，T_n有最大值

10．已知函数$f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0\right)$是偶函数，将$y=f\left(x\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再将图象上各点的横坐标变为原来的2倍（纵坐标不变），得到$y=g\left(x\right)$的图象．若曲线$y=g\left(x\right)$的两个相邻对称中心之间的距离为2π，则（　）

A．$\omega=2$

B．$g\left(x\right)$的图象关于直线$x=-\frac{\pi}{3}$对称

C．$g\left(x\right)$的图象关于点$\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$对称

D．若$f\left(\pi\right)=-2$，则$g\left(x\right)$在区间$\left[0,\pi\right]$上的最大值为$\sqrt{3}$

11．已知函数$f\left(x\right)=-x^2+2x$，$g\left(x\right)=x^2+a$，则（　）

A．$f\left(x\right)\le g\left(x\right)$恒成立的充要条件是$a\ge\frac{1}{2}$

B．当$a=\frac{1}{4}$时，两个函数图象有两条公切线

C．当$a=\frac{1}{2}$时，直线$4x-4y+1=0$是两个函数图象的一条公切线

D．若两个函数图象有两条公切线，以四个切点为顶点的凸四边形的周长为$2+2\sqrt{2}$，则$a=1$

三、填空题

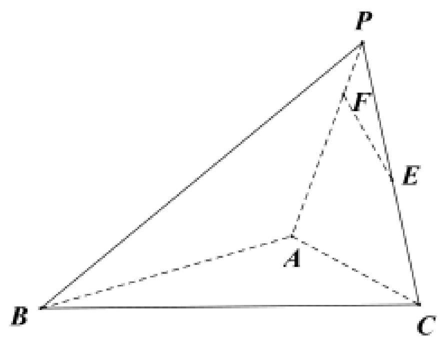
12．$x^2\left(1-\frac{1}{x}\right)^n$展开式中常数项为$10$，则$n=$______．

13．已知抛物线C的顶点为坐标原点，对称轴为坐标轴，准线为l．若C恰过$\left(-2,1\right)$，$\left(1,\frac{1}{4}\right)$，$\left(-2,-2\right)$三点中的两点，则$C$的方程为______；若过$C$的焦点的直线与$C$交于$A$，$B$两点，且$A$到$l$的距离为4，则$\left|AB\right|=$______．

14．已知$x>\mathrm{e}$，$y>1$，$x+\mathrm{e}^y=2\mathrm{e}^3$，则$\frac{x^{y-1}}{\mathrm{e}^y}$的最大值为______．

四、解答题

15．如图，在三棱锥$P-ABC$中，$PA=PC=AB=AC=2$，$BC=2\sqrt{2}$，E为PC的中点，点F在PA上，且$EF\perp$平面PAB，$\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{PB}\left(\lambda\in\mathrm{R}\right)$．



(1)若$MF//$平面ABC，求λ；

(2)若$\lambda=\frac{1}{2}$，求平面PAB与平面MAC夹角的正弦值．

16．淄博烧烤、哈尔滨冬日冰雪、山河四省梦幻联动、鄂了赣饭真湘……，2023年全国各地的文旅部门在网络上掀起了一波花式创意宣传，带火了各地的文旅市场，很好地推动国内旅游业的发展．已知某旅游景区在手机APP上推出游客竞答的问卷，题型为单项选择题，每题均有4个选项，其中有且只有一项是正确选项．对于游客甲，在知道答题涉及的内容的条件下，可选出唯一的正确选项；在不知道答题涉及的内容的条件下，则随机选择一个选项．已知甲知道答题涉及内容的题数占问卷总题数的$\frac{1}{3}$．

(1)求甲任选一题并答对的概率；

(2)若问卷答题以题组形式呈现，每个题组由2道单项选择题构成，每道选择题答对得2分，答错扣1分，放弃作答得0分．假设对于任意一道题，甲选择作答的概率均为$\frac{2}{3}$，且两题是否选择作答及答题情况互不影响，记每组答题总得分为X.

（i）求$P\left(X=4\right)$和$P\left(X=-2\right)$；

（ii）求$E\left(X\right)$.

17.（1）已知$x\in\left[\frac{1}{2},1\right]$，求$f\left(x\right)=\frac{\ln x+1}{x^2}$的最大值与最小值；

（2）若关于x的不等式$\ln x>ax^2-1$存在唯一的整数解，求实数a的取值范围.

18．$\left(a,b\right)$表示正整数a，b的最大公约数，若$\left\{x_1,x_2,\cdots,x_k\right\}\subseteq\left\{1,2,\cdots,m\right\}\left(k,m\in\mathrm{N}^*\right)$，且$\forall x\in\left\{x_1,x_2,\cdots,x_k\right\}$，$\left(x,m\right)=1$，则将$k$的最大值记为$\varphi\left(m\right)$，例如：$\varphi\left(1\right)=1$，$\varphi\left(5\right)=4$.

(1)求$\varphi\left(2\right)$，$\varphi\left(3\right)$，$\varphi\left(6\right)$；

(2)已知$\left(m,n\right)=1$时，$\varphi\left(mn\right)=\varphi\left(m\right)\varphi\left(n\right)$.

（i）求$\varphi\left(6^n\right)$；

（ii）设$b_n=\frac{1}{3\varphi\left(6^n\right)-1}$，数列$\left\{b_n\right\}$的前$n$项和为$T_n$，证明：$T_n<\frac{6}{25}$.

19．已知中心在原点、焦点在x轴上的圆锥曲线E的离心率为2，过E的右焦点F作垂直于x轴的直线，该直线被E截得的弦长为6.

(1)求E的方程；

(2)若面积为3的$\triangle ABC$的三个顶点均在E上，边BC过F，边AB过原点，求直线BC的方程；

(3)已知$M\left(1,0\right)$，过点$T\left(\frac{1}{2},2\right)$的直线$l$与$E$在$y$轴的右侧交于不同的两点$P$，$Q$，$l$上是否存在点$S$满足$\overrightarrow{TP}\cdot\overrightarrow{SQ}=\overrightarrow{PS}\cdot\overrightarrow{TQ}$，且$\left|SM\right|^2+\left|SF\right|^2=13$？若存在，求点$S$的横坐标的取值范围，若不存在，请说明理由.

参考答案：

1．B

【分析】

化简复数$\overline{z}$，由共轭复数的定义求出$z=-1+\mathrm{i}$，再由复数的模长公式求解即可.

【详解】因为$\dfrac{1-\mathrm{i}}{\overline{z}}=\mathrm{i}$，所以$\overline{z}=\dfrac{1-\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=\dfrac{(1-\mathrm{i})\mathrm{i}}{\mathrm{i}^2}=\dfrac{\mathrm{i}+1}{-1}=-1-\mathrm{i}$，

所以$z=-1+\mathrm{i}$，所以$|z|=\sqrt{(-1)^2+1^2}=\sqrt{2}$.

故选：B.

2．C

【分析】

求出集合A和B即可求解.

【详解】因为$A=\{x||x|<1\}$，所以$A=\{x|-1<x<1\}$，

因为$B=\{y|y=\mathrm{e}^x\}$，所以$B=\{y|y>0\}$，

所以$A\cap B=(0,1)$.

故选：C.

3．C

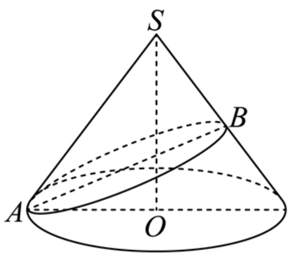
【分析】

根据题意，得到该椭圆的长轴垂直于母线时，此时椭圆的长轴取得最小值，即可求解.

【详解】如图所示，当该椭圆的长轴垂直于母线时，此时椭圆的长轴取得最小值，

且最小值为边长为2的正三角形的高，即$2a=AB=\sqrt{3}$.

故选：C.



4．B

【分析】

由二倍角的正弦和余弦公式化简已知式可得$\cos^2\alpha=\dfrac{1}{5}$，再由同角三角函数的基本关系即可得出答案.

【详解】由$3\sin 2\alpha\cos\alpha+2\sin\alpha\cos 2\alpha=0$可得$6\sin\alpha\cos^2\alpha+2\sin\alpha\left(2\cos^2\alpha-1\right)=0$，

则$5\sin\alpha\cos^2\alpha-\sin\alpha=0$，因为$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以$\sin\alpha\neq 0$，

所以$\cos^2\alpha=\frac{1}{5}$，因为$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，所以$\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{5},\sin\alpha=\frac{2\sqrt{5}}{5}$，

所以$\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=2$.

故选：B.

5．C

【分析】根据题意做出图形，结合平面向量数量积的运算法则整理计算即可求得最终结果

【详解】如图所示，过C作BD的平行线交圆C于点P，过P作$PH\perp BD$，垂足为H，

在平行四边形$ABCD$中，$AB=2$，$BC=4$，$B=\frac{2\pi}{3}$，

可得$A=\frac{\pi}{3}$，$AD=BC=4$，则由余弦定理可得$BD=\sqrt{4+16-2\times 2\times 4\times\frac{1}{2}}=2\sqrt{3}$，

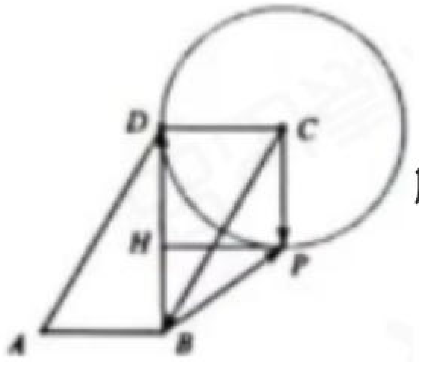
由$AB^2+BD^2=AD^2$，可得$AB\perp BD$，则四边形$DCPH$为正方形，

则$DH=CP=CD=2$，因为$\overrightarrow{BD}\cdot\left(\overrightarrow{CP}-\overrightarrow{CB}\right)=\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BP}$，

则$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BP}$的最小值为$BD\cdot BH=2\sqrt{3}\times\left(2\sqrt{3}-2\right)=12-4\sqrt{3}$，

即$\overrightarrow{BD}\cdot\left(\overrightarrow{CP}-\overrightarrow{CB}\right)$的最小值为$12-4\sqrt{3}$，故C正确。

故选：C.



6．D

【分析】

先得到$\xi\sim B\left(2500,\frac{1}{2}\right)$，满足$np>5$且$n\left(1-p\right)>5$，从而计算出期望和方差，得到$\eta$：$N\left(1250,25^2\right)$，利用正态分布的对称性求解.

【详解】骰子向上的点数为偶数的概率 $p=\dfrac{1}{2}$，故 $\xi\sim B\left(2500,\dfrac{1}{2}\right)$，

显然 $np=n(1-p)=2500\times\dfrac{1}{2}>5$，其中 $np=1250$，$np(1-p)=625$，

故 η：$N\left(1250,25^2\right)$，

则 $\mu+2\sigma=1250+50=1300$，

由正态分布的对称性可知，估算骰子向上的点数为偶数的次数少于 1300 的概率为

$0.5+\dfrac{1}{2}\times 0.9545\approx 0.9773$.

故选：D

7．A

【分析】根据 $\left(\overrightarrow{F_1F_2}+\overrightarrow{F_1A}\right)\cdot\overrightarrow{F_2A}=0$ 得到三角形为等腰三角形，然后结合椭圆的定义得到

$\left|AF_2\right|$，设 $\angle AF_1F_2=\theta$，得到 $\sin\dfrac{\theta}{2}$，再作 $F_1M\perp AF_2$ 得到关于 a,c 的齐次方程，从而得解.

【详解】因为 $\left(\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_1F_2}\right)\cdot\overrightarrow{AF_2}=0$，

所以 $\left(\overrightarrow{F_1A}+\overrightarrow{F_1F_2}\right)\cdot\left(\overrightarrow{F_1F_2}-\overrightarrow{F_1A}\right)=\overrightarrow{F_1F_2}^2-\overrightarrow{F_1A}^2=0$，

则 $\left|\overrightarrow{F_1A}\right|=\left|\overrightarrow{F_1F_2}\right|=0$，故 $\left|AF_1\right|=\left|F_1F_2\right|=2c$，

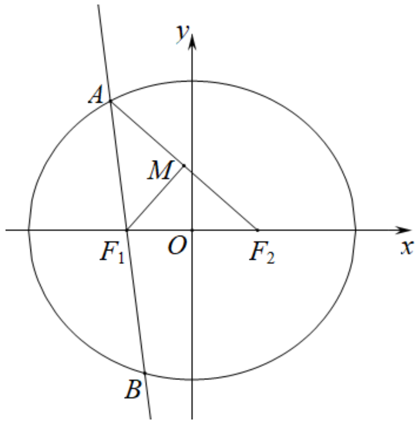
由椭圆的定义知，$\left|AF_2\right|=2a-2c$，

设 $\angle AF_1F_2=\theta(0<\theta<\pi)$，则 $\tan\theta=-3\sqrt{7}$，故 $\dfrac{\pi}{2}<\theta<\pi$，

所以 $\begin{cases}\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}=-3\sqrt{7}\\ \sin^2\theta+\cos^2\theta=1\end{cases}$，解得 $\cos\theta=-\dfrac{1}{8}$（正值舍去），

所以 $\sin\dfrac{\theta}{2}=\sqrt{\dfrac{1-\cos\theta}{2}}=\dfrac{3}{4}$，

如图，作 $F_1M\perp AF_2$，M 为垂足，由 $\left|AF_1\right|=\left|F_1F_2\right|$，得 M 为 AF_2 的中点，



所以$|MF_2|=\dfrac{1}{2}|AF_2|=a-c$，

则$\sin\dfrac{\theta}{2}=\dfrac{|MF_2|}{|F_1F_2|}=\dfrac{a-c}{2c}=\dfrac{3}{4}$，故$e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{2}{5}$.

故选：A.

8．D

【分析】由$f(x)$解析式可知$f(x)$为奇函数，进而可得$f(x)$的对称中心，根据$g(x)$满足的关系式，可得函数$g(x)$的对称中心，由两个函数的对称中心相同，即可判断出其零点的特征，进而求得$2n+1$个零点的和.

【详解】因为$f(x)=x^2\left(1-\dfrac{2}{e^x+1}\right)$的定义域为$\mathbf{R}$，关于原点对称，

所以$f(-x)=(-x)^2\left(1-\dfrac{2}{e^{-x}+1}\right)=x^2\left(1-\dfrac{2e^x}{1+e^x}\right)=x^2\left(\dfrac{1-e^x}{1+e^x}\right)$

$=-x^2\left(1-\dfrac{2}{e^x+1}\right)=-f(x)$，所以函数$f(x)$为奇函数，关于原点$(0,0)$中心对称，

而函数$f(x-2)$是函数$f(x)$向右平移两个单位得到的函数，

因而$f(x-2)$关于$(2,0)$中心对称，

函数$g(x)$满足$g(1+3x)+g(3-3x)=0$，所以$g(1+3x)=-g(3-3x)$，

即$g(1+x)=-g(3-x)$，所以函数$g(x)$关于$(2,0)$中心对称，且$g(2)=0$，

且$G(2)=f(2-2)-g(2)=0$，

所以由函数零点定义可知$G(x)=f(x-2)-g(x)$，

即$f(x-2)=g(x)$，

由于函数 $f(x-2)$ 和函数 $g(x)$ 都关于 $(2,0)$ 中心对称，

所以两个函数的交点也关于 $(2,0)$ 中心对称，

又因为 $G(x)$ 恰有 $2n+1\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 个零点，

即函数 $f(x-2)$ 和函数 $g(x)$ 的交点恰有 $2n+1\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 个，

且其中一个为 $x=2$，其余的 $2n$ 个交点关于 $(2,0)$ 对称分布，

所以 $2n+1\left(n\in\mathbf{N}^*\right)$ 个零点的和满足 $\frac{2n}{2}\times 4+2=4n+2$，

故选：D.

【点睛】关键点点睛：本题的关键点是能够通过函数解析式和抽象函数关系式确定函数的对称中心，从而可确定零点所具有的对称关系.

9．AD

【分析】

先利用等差数列的通项公式求得基本量 a,d，从而得到 S_n,T_n，利用它们的表达式进行分析即可得解.

【详解】设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，

依题意，得 $\begin{cases}a_1+d=-7\\a_1+4d=-1\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a_1=-9\\d=2\end{cases}$，

$\therefore a_n=-9+2(n-1)=2n-11$，

$\therefore S_n=\frac{n\cdot(-9+2n-11)}{2}=n^2-10n=(n-5)^2-25$，

$\therefore$ 当 $n=5$ 时，S_n 有最小值 $-25, S_n$ 无最大值，

而 $T_n=-9\times(-7)\times(-5)\times(-3)\times(-1)\times1\times3\times\ldots\times(2n-11)$，

易得 $T_1<0,T_3<0,T_5<0$，$T_2>0,T_4>0$，且 $T_4>T_2$，

当 $n\geq 6$ 时，$T_n<0$，

$\therefore$ 当 $n=4$ 时，T_n 有最大值，T_n 无最小值.

故选：AD.

10．BC

【分析】

首先利用三角函数的性质求出 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的关系，进一步利用三角函数的性质求出结果.

【详解】由于函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0\right)$ 是偶函数，所以 $\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}\ (k\in\mathbf{Z})$，

由于将 $y=f\left(x\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，

再将图象上各点的横坐标变为原来的 2 倍（纵坐标不变），

得到 $y=g\left(x\right)$ 的图象，则 $g\left(x\right)=A\sin\left(\frac{1}{2}\omega x+\frac{\omega\pi}{6}+\varphi\right)$，

对于 A，因为曲线 $y=g\left(x\right)$ 的两个相邻对称中心之间的距离为 2π，

故 $T=\dfrac{2\pi}{\frac{1}{2}\omega}=4\pi$，解得 $\omega=1$，故 A 不正确；

所以函数 $f\left(x\right)=A\sin\left(x+\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$，则 $f\left(x\right)=A\cos x$ 或 $f\left(x\right)=-A\cos x$，

$g\left(x\right)=A\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$，则 $g\left(x\right)=A\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$ 或 $g\left(x\right)=-A\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$，

对于 B，令 $\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}=k\pi\ (k\in\mathbf{Z})$，解得 $x=2k\pi-\frac{\pi}{3}$，

所以当 $k=0$ 时，$g\left(x\right)$ 的图象关于直线 $x=-\frac{\pi}{3}$ 对称，故 B 正确；

对于 C,令 $\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}\ (k\in\mathbf{Z})$，解得 $x=2k\pi+\frac{2\pi}{3}$，

所以当 $k=0$ 时，所以 $g\left(x\right)$ 的图象关于点 $\left(\frac{2\pi}{3},0\right)$ 对称，故 C 正确；

对于 D，当 $f\left(\pi\right)=-2$ 时，$A=-2$ 或 $A=2$，

所以 $g\left(x\right)=A\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$ 或 $g\left(x\right)=-A\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$，

当 $g\left(x\right)=-2\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$ 时，当 $x\in\left[0,\pi\right]$ 时，$\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$，

所以 $g\left(x\right)$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上单调递增，故函数的最大值为 $g(\pi)=1$；

当 $g\left(x\right)=2\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\right)$ 时，当 $x\in\left[0,\pi\right]$ 时，$\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}\in\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$，

所以 $g\left(x\right)$ 在 $\left[0,\pi\right]$ 上单调递减，故函数的最大值为 $g(0)=\sqrt{3}$，故 D 不正确；

故选：BC.

11．ACD

【分析】

根据导数求解恒成立即可求解A，根据导数求解切线方程，根据公切线的性质即可结合选项求解BCD.

【详解】

对于A，若$f(x)\le g(x)$恒成立，即$g(x)-f(x)\ge 0$恒成立，

而$g(x)-f(x)=x^2+a+x^2-2x=2x^2-2x+a=2(x-\frac{1}{2})^2+a-\frac{1}{2}\ge 0$恒成立，所以$a-\frac{1}{2}\ge 0$，解得$a\ge\frac{1}{2}$，故A正确；

对于B，设切点$(x_1,f(x_1))$，$(x_2,g(x_2))$，$f'\left(x\right)=-2x+2$，$g'\left(x\right)=2x$，

有$\frac{f\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)}{x_1-x_2}=f'\left(x_1\right)=g'\left(x_2\right)\Rightarrow\begin{cases}-2x_1+2=2x_2 ① \\ \frac{-x_1{}^2+2x_1-x_2{}^2-a}{x_1-x_2}=2x_2 ②\end{cases}$，

①代入②，可得$2x_1^2-2x_1+1-a=0$，

当$a=\frac{1}{4}$时，代入方程解得：$8x_1^2-8x_1+3=0$，

$\Delta=64-3\times 4\times 8<0$，方程无解，即两个函数图象无公切线，故B错误；

对于C，当$a=\frac{1}{2}$时，代入方程$2x_1^2-2x_1+1-a=0$得：$4x_1^2-4x_1+1=0$，

$x_1=\frac{1}{2}$，故$f'(\frac{1}{2})=1$，$f(\frac{1}{2})=\frac{3}{4}$，

所以函数$f(x)$与$g(x)$的一条公切线为：$4x-4y+1=0$，故C正确；

对于D，如图，不妨设切线与$f\left(x\right)$切于A,B，与$g\left(x\right)$切于C,D，

设$A(x_A,y_A)$，$B(x_B,y_B)$，$C(x_C,y_C)$，$D(x_D,y_D)$，$f'(x)=-2x+2$，$g'(x)=2x$，

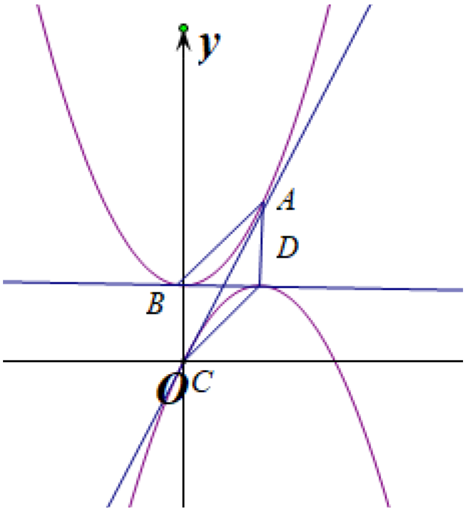
故$f'\left(x_A\right)=g'(x_C)\Rightarrow -2x_A+2=2x_C, f'\left(x_B\right)=g'(x_D)\Rightarrow -2x_B+2=2x_D$

所以$x_A+x_C=1$，$x_B+x_D=1$，

$y_A+y_C=-x_A^2+2x_A+x_C^2+a=\left(x_C+x_A\right)\left(x_C-x_A\right)+2x_A+a=1+a$，同理$y_B+y_D=1-a$，

则AC中点即可BD中点，

所以四边形$ABCD$是平行四边形，



由A处的切线方程为$y=(-2x_A+2)(x-x_A)-x_A^2+2x_A \Rightarrow y=(-2x_A+2)x+x_A^2$，

C处的切线方程为$y=2x_C(x-x_C)+x_C^2+a \Rightarrow y=2x_Cx-x_C^2+a$，

得$x_A^2+x_C^2=a$，即$x_Ax_C=\frac{1-a}{2}$，结合$x_A+x_C=1$可知x_A，x_C 是方程$2x^2-2x+1-a=0$的根，

由C选项可知：A,B是$f(x)$的两个切点，所以x_B，x_A也是方程$2x^2-2x+1-a=0$的根，

所以$2x_B^2-2x_B+1-a=0$，且$\Delta=4-8(1-a)=8a-4>0$，故$a>\frac{1}{2}$，

则$x_C=x_B$，$|CB|=|y_C-y_B|=\left|x_C^2+a+x_B^2-2x_B\right|=\left|a+2x_B^2-2x_B\right|=|2a-1|=2a-1$，

$|AB|=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(y_A-y_B)^2}=\sqrt{(x_A-x_B)^2+(x_A^2+a-x_B^2-a)^2}=\sqrt{(x_A-x_B)^2[1+(x_A+x_B)^2]}$

$=\sqrt{2(x_A-x_B)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x_A+x_B)^2-4x_Ax_B}=\sqrt{2}\sqrt{1-4\frac{1-a}{2}}=\sqrt{2}\sqrt{2a-1}$，

$|AB|+|BC|=\sqrt{2}\sqrt{2a-1}+2a-1=1+\sqrt{2}$，

令$\sqrt{2a-1}=t,t>0$，则$t^2+\sqrt{2}t-(1+\sqrt{2})=0 \Rightarrow (t-1)(t+1+\sqrt{2})=0 \Rightarrow t=1$，

故$\sqrt{2a-1}=1 \Rightarrow a=1$，故D正确.

故选：ACD.

【点睛】

关键点点睛：本题BC选项的关键是设切点，根据导数含义和斜率定义得到

$\begin{cases}-2x_1+2=2x_2① \\ \dfrac{-x_1{}^2+2x_1-x_2{}^2-a}{x_1-x_2}=2x_2②\end{cases}$，再整理化简代入$a$值即可判断.

12．5