

西藏山南市第二高级中学 2024-2025 学年高三下学期期末调研测试数学试题理试题

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号。回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设 $x \in \mathbf{R}$, 则“ $x^3 < 27$ ”是“ $|x| < 3$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

2. 已知 $a > 0, f(x) = ax^2 - x + 1 (x > 0), A = \{x | f(x) \leq x\}, B = \{x | f(f(x)) \leq f(x) \leq x\}$, 若 $A = B \neq \emptyset$ 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1]$ B. $(0, \frac{3}{4}]$ C. $[\frac{3}{4}, 1]$ D. $[1, +\infty)$

3. 已知某批零件的长度误差 (单位: 毫米) 服从正态分布 $N(0, 3^2)$, 从中随机取一件, 其长度误差落在区间 $(3, 6)$ 内的概率为 ()

(附: 若随机变量 ξ 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma < \xi < \mu + \sigma) = 68.26\%$,

$P(\mu - 2\sigma < \xi < \mu + 2\sigma) = 95.44\%$.)

- A. 4.56% B. 13.59% C. 27.18% D. 31.74%

4. 若复数 z 满足 $z = (2+i)(1-i)$ (i 是虚数单位), 则 $|z| =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ B. $\sqrt{10}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\sqrt{5}$

5. 已知函数 $f(x) = \ln x + \ln(3-x)$, 则 ()

- A. 函数 $f(x)$ 在 $(0, 3)$ 上单调递增 B. 函数 $f(x)$ 在 $(0, 3)$ 上单调递减
C. 函数 $f(x)$ 图像关于 $x = \frac{3}{2}$ 对称 D. 函数 $f(x)$ 图像关于 $(\frac{3}{2}, 0)$ 对称

6. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$, O 为坐标原点, F_1, F_2 为其左、右焦点, 点 G 在 C 的渐近线上,

$F_2G \perp OG$, 且 $\sqrt{6}|OG| = |GF_1|$, 则该双曲线的渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ C. $y = \pm x$ D. $y = \pm \sqrt{2}x$

7. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 给出下列四个命题 ①若 $m \parallel n, m \perp \beta$, 则 $n \perp \beta$; ②若 $m \parallel \alpha, m \parallel \beta$, 则 $\alpha \parallel \beta$; ③若 $m \perp \alpha, n \parallel \alpha$, 则 $m \perp n$; ④若 $m \parallel \alpha, m \perp \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$; 其中真命题的个数为 ()

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. 已知函数 $f(x) = \cos(2x + \frac{\pi}{3})$, 则下列结论错误的是 ()

A. 函数 $f(x)$ 的最小正周期为 π

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(\frac{\pi}{12}, 0)$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3})$ 上单调递增

D. 函数 $f(x)$ 的图象可由 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度得到

9. 已知复数 $z = \frac{2}{1+i}$, 其中 i 为虚数单位, 则 $|z| =$ ()

- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{2}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n + 2$, 将这个数列中的项摆放成如图所示的数阵. 记 b_n 为数阵从左至右的 n 列, 从上到下的 n 行共 n^2 个数的和, 则数列 $\left\{\frac{n}{b_n}\right\}$ 的前 2020 项和为 ()

a_1	a_2	a_3	$\cdots$	a_n
a_2	a_3	a_4	$\cdots$	a_{n+1}
a_3	a_4	a_5	$\cdots$	a_{n+2}
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_n	a_{n+1}	a_{n+2}	$\cdots$	a_{2n-1}

- A. $\frac{1011}{2020}$ B. $\frac{2019}{2020}$ C. $\frac{2020}{2021}$ D. $\frac{1010}{2021}$

11. 一个频率分布表 (样本容量为 30) 不小心被损坏了一部分, 只记得样本中数据在 $[20, 60)$ 上的频率为 0.8, 则估计样本在 $[40, 50)$ 、 $[50, 60)$ 内的数据个数共有 ()

分组	$[10, 20)$	$[20, 30)$	$[30, 40)$	
频数	3	4	5	

- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17

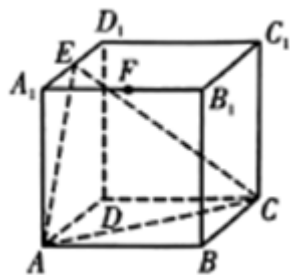
12. 公比为 2 的等比数列 $\{a_n\}$ 中存在两项 a_m, a_n , 满足 $a_m a_n = 32 a_1^2$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{4}{n}$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{9}{7}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{4}{3}$ D. $\frac{13}{10}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 若函数 $f(x) = \sin 2x + \cos 2x$ 在 $[0, \frac{m}{2}]$ 和 $[3m, \pi]$ 上均单调递增，则实数 m 的取值范围为_____.

14. 如图，在棱长为 2 的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E 、 F 分别是棱 A_1D_1 ， A_1B_1 的中点， P 是侧面正方形 BCC_1B_1 内一点（含边界），若 $FP \parallel$ 平面 AEC ，则线段 A_1P 长度的取值范围是_____.



15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2 - |x|, & x \leq 2, \\ (x-2)^2, & x > 2, \end{cases}$ 函数 $g(x) = b - f(2-x)$ ，其中 $b \in R$ ，若函数 $y = f(x) - g(x)$ 恰有 4 个零点，则 b 的取值范围是_____.

16. 从集合 $\{1, 2, 3\}$ 中随机取一个元素，记为 a ，从集合 $\{2, 3, 4\}$ 中随机取一个元素，记为 b ，则 $a \leq b$ 的概率为_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 古人云：“腹有诗书气自华。”为响应全民阅读，建设书香中国，校园读书活动的热潮正在兴起.某校为统计学生一周课外读书的时间，从全校学生中随机抽取 n 名学生进行问卷调查，统计了他们一周课外读书时间（单位：h）的数据如下：

一周课外 读书时间/ h	(0,2]	(2,4]	(4,6]	(6,8]	(8,10]	(10,12]	(12,14]	(14,16]	(16,18]	合 计
频数	4	6	10	12	14	24	a	46	34	n
频率	0.02	0.03	0.05	0.06	0.07	0.12	0.25	p	0.17	1

- (1) 根据表格中提供的数据，求 a ， p ， n 的值并估算一周课外读书时间的中位数.
- (2) 如果读书时间按 $(0,6]$ ， $(6,12]$ ， $(12,18]$ 分组，用分层抽样的方法从 n 名学生中抽取 20 人.
- ①求每层应抽取的人数；

②若从 $(0,6]$ ， $(6,12]$ 中抽出的学生中再随机选取2人，求这2人不在同一层的概率.

18. (12分) 已知函数 $f(x) = x^3 - 3ax + e$, $g(x) = 1 - \ln x$, 其中 e 为自然对数的底数.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;

(2) 用 $\max\{m, n\}$ 表示 m, n 中较大者, 记函数 $h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$, $(x > 0)$. 若函数 $h(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上恰有2个零点, 求实数 a 的取值范围.

19. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t, \\ y = 4 - \sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数), 圆 C 的方程为

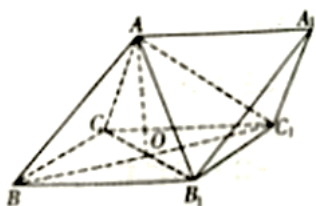
$x^2 + (y-1)^2 = 1$, 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求 l 和 C 的极坐标方程;

(2) 过 O 且倾斜角为 α 的直线与 l 交于点 A , 与 C 交于另一点 B , 若 $\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{12}$, 求 $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的取值范围.

20. (12分) 如图, 三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BB_1C_1C 是菱形, 其对角线的交点为 O , 且

$AB = AC_1 = \sqrt{6}$, $AB \perp B_1C$.



(1) 求证: $AO \perp$ 平面 BB_1C_1C ;

(2) 设 $\angle B_1BC = 60^\circ$, 若直线 A_1B_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 45° , 求二面角 $A_1 - B_1C_1 - B$ 的正弦值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = |2x + 1|$.

(1) 解不等式: $f(x) + f(x-2) \leq 6$;

(2) 求证: $f(x+a^2) - f(x-1) \leq |x+2a^2+3| + |x+2a-a^2|$.

22. (10分) 改革开放40年, 我国经济取得飞速发展, 城市汽车保有量在不断增加, 人们的交通安全意识也需要不断加强. 为了解某城市不同性别驾驶员的交通安全意识, 某小组利用假期进行一次全市驾驶员交通安全意识调查. 随机抽取男女驾驶员各50人, 进行问卷测评, 所得分数的频率分布直方图如图所示. 规定得分在80分以上为交通安全意识强.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/446011020033010230>