

2023-2024 学年河南省高一（上）期末数学模拟试卷

一. 选择题（共 8 小题，满分 40 分，每小题 5 分）

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $A = \{x \mid y = \sqrt{2x - x^2}\}$, $B = \{y \mid y = 2^x, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$ ()

- A. $\{x \mid x < 0\}$ B. $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$ C. $\{x \mid 1 < x \leq 2\}$ D. $\{x \mid x > 2\}$

【答案】D

【解析】

【分析】

本题首先可以根据函数 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 的定义域得出 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, 然后根据补集的性质得出 $\complement_{\mathbf{R}} A$, 再然后根据 $y = 2^x$ 的值域得出 $B = \{y \mid y > 0\}$, 最后根据交集的相关性质即可得出结果.

【详解】因为 $y = \sqrt{2x - x^2}$,

所以 $2x - x^2 \geq 0$, 即 $x(2 - x) \geq 0$, 解得 $0 \leq x \leq 2$, $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$,

因为全集 $U = \mathbf{R}$, 所以 $\complement_{\mathbf{R}} A = \{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$,

因为 $y = 2^x$, 所以 $y > 0$, $B = \{y \mid y > 0\}$,

则 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B = \{x \mid x > 2\}$,

故选: D.

【点睛】易错点睛: 表示集合时, 一定要注意集合中元素的含义, 例如, 集合 $\{x \mid y = \sqrt{2x - x^2}\}$ 表示的是函数 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 的定义域, 集合 $\{y \mid y = \sqrt{2x - x^2}\}$ 表示的是函数 $y = \sqrt{2x - x^2}$ 的值域.

2. 函数 $f(x) = \sqrt{\log_2(1-x)}$ 的定义域是 ()

- A. $(-\infty, 1)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(0, 1)$ D. $(-\infty, 0]$

【答案】D

【解析】

【分析】利用根式及对数函数的定义建立不等式组, 解不等式组得到定义域即可.

【详解】由 $\begin{cases} 1-x > 0 \\ \log_2(1-x) \geq 0 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} 1-x > 0 \\ 1-x \geq 1 \end{cases}$, 解得 $x \leq 0$,

所以函数的定义域为 $(-\infty, 0]$.

故选：D.

3. 三个数 $\log_{\pi} 0.3, 3^{\pi}, \sin \frac{\pi}{10}$ 的大小关系是 ()

A. $\log_{\pi} 0.3 < \sin \frac{\pi}{10} < 3^{\pi}$

B. $\log_{\pi} 0.3 < 3^{\pi} < \sin \frac{\pi}{10}$

C. $\sin \frac{\pi}{10} < \log_{\pi} 0.3 < 3^{\pi}$

D. $3^{\pi} < \log_{\pi} 0.3 < \sin \frac{\pi}{10}$

【答案】A

【解析】

【分析】利用指数函数、对数函数、正弦函数的单调性结合中间量法即可求解.

【详解】解：Q $\log_{\pi} 0.3 < \log_{\pi} 1 = 0$,

$$3^{\pi} > 3^0 = 1,$$

$$0 < \sin \frac{\pi}{10} < 1,$$

$$\therefore \log_{\pi} 0.3 < \sin \frac{\pi}{10} < 3^{\pi}.$$

故选：A

4. 若“ $\exists x \in [1, 2]$ ，使 $2x^2 - \lambda x + 1 < 0$ 成立”是假命题，则实数 λ 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 2\sqrt{2}]$

B. $[2\sqrt{2}, \frac{9}{2}]$

C. $(-\infty, 3]$

D. $[\frac{9}{2}, +\infty)$

【答案】C

【解析】

【分析】先将条件转化为 $\forall x \in [1, 2]$ ，使 $2x^2 - \lambda x + 1 \geq 0$ 成立，再参变分离构造函数，转化为最值问题，求导确定最值即可求解.

【详解】若“ $\exists x \in [1, 2]$ ，使 $2x^2 - \lambda x + 1 < 0$ 成立”是假命题，则“ $\forall x \in [1, 2]$ ，使 $2x^2 - \lambda x + 1 \geq 0$ 成立”是真命题，即 $\forall x \in [1, 2]$ ， $\lambda \leq 2x + \frac{1}{x}$ ；

令 $f(x) = 2x + \frac{1}{x}, x \in [1, 2]$ ，则 $f'(x) = 2 - \frac{1}{x^2} = \frac{2x^2 - 1}{x^2} > 0$ ，则 $f(x)$ 在 $x \in [1, 2]$ 上单增，

$f(x)_{\min} = f(1) = 3$ ，则 $\lambda \leq 3$.

故选：C.

5. 已知函数 $f(x) = \ln \frac{x-1}{x+1} + a \sin x + 2$ ，且 $f(m) = 5$ ，则 $f(-m) =$ ()

- A. -5 B. -3 C. -1 D. 3

【答案】C

【解析】

【分析】令 $g(x) = \ln \frac{x-1}{x+1} + a \sin x$ ，则 $g(x)$ 为奇函数，根据已知求出 $g(m)$ ， $g(-m)$ ，再由 $f(-m) = g(-m) + 2$ 即可求出答案.

【详解】解：根据题意，函数 $f(x) = \ln \frac{x-1}{x+1} + a \sin x + 2$ ，

$$\text{则 } f(-x) = \ln \frac{-x-1}{-x+1} + a \sin(-x) + 2 = -\ln \frac{x-1}{x+1} - a \sin x + 2,$$

$$\text{则有 } f(x) + f(-x) = 4,$$

$$\text{故 } f(m) + f(-m) = 4,$$

$$\text{若 } f(m) = 5, \text{ 则 } f(-m) = -1,$$

故选：C.

6. 若 xy 是正数，则 $\left(x + \frac{1}{2y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2x}\right)^2$ 的最小值是 ()

- A. 3 B. $\frac{7}{2}$ C. 4 D. $\frac{9}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】首先根据题意得到 $\left(x + \frac{1}{2y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2x}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{4x^2}\right) + \left(y^2 + \frac{1}{4y^2}\right) + \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y}\right)$ ，再利用基本等式求最小值即可.

$$\text{【详解】} \left(x + \frac{1}{2y}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2x}\right)^2 = x^2 + \frac{x}{y} + \frac{1}{4y^2} + y^2 + \frac{y}{x} + \frac{1}{4x^2}$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{4x^2}\right) + \left(y^2 + \frac{1}{4y^2}\right) + \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y}\right) \geq 2\sqrt{x^2 \cdot \frac{1}{4x^2}} + 2\sqrt{y^2 \cdot \frac{1}{4y^2}} + 2\sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y}} = 4$$

当且仅当 $x = y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 或 $x = y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时取等号.

故选: C

【点睛】 本题主要考查基本不等式求最值, 考查学生分析问题的能力, 属于简单题.

7. 将函数 $y = 2\sin \omega x (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\phi}{\omega} \left(0 < \phi \leq \frac{\pi}{2}\right)$ 个单位长度后, 再将所得的图象向下平移一

个单位长度得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 且 $y = g(x)$ 的图象与直线 $y = 1$ 相邻两个交点的距离为 π , 若

$g(x) > -1$ 对任意 $x \in \left(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right)$ 恒成立, 则 ϕ 的取值范围是

- A. $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{2}\right]$ B. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$ C. $\left[\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right]$ D. $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right]$

【答案】 B

【解析】

【分析】 由已知求得 $g(x) = 2\sin(\omega x + \phi) - 1$, 再由已知得函数 $g(x)$ 的最小正周期为 π , 求得 $\omega = 2$, 结合 $g(x) > -1$ 对任意 $x \in \left(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right)$ 恒成立列关于 ϕ 的不等式组求解.

【详解】 将函数 $y = 2\sin \omega x (\omega > 0)$ 的图象向左平移 $\frac{\phi}{\omega} (0 < \phi \leq \frac{\pi}{2})$ 个单位长度后, 再将所得的图象向下平移一个单位长度, 得 $g(x) = 2\sin \omega \left(x + \frac{\phi}{\omega}\right) - 1 = 2\sin(\omega x + \phi) - 1$,

又 $y = g(x)$ 的图象与直线 $y = 1$ 相邻两个交点的距离为 π , 得 $T = \pi$, 即 $\omega = \frac{2\pi}{\pi} = 2$.

$\therefore g(x) = 2\sin(\omega x + \phi) - 1$, 当 $x \in \left(-\frac{\pi}{12}, \frac{\pi}{3}\right)$ 时, $2x + \phi \in \left(-\frac{\pi}{6} + \phi, \frac{2\pi}{3} + \phi\right)$,

$\therefore g(x) > -1, 0 < \phi \leq \frac{\pi}{2}$,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{\pi}{6} + \varphi \geq 0 \\ \frac{2\pi}{3} + \varphi \leq \pi \end{cases}, \text{解得 } \frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}, \therefore \varphi \text{ 的取值范围是 } [\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}], \text{ 故选 B.}$$

【点睛】本题主要考查三角函数的图象变换与性质，根据图象求出函数的解析式是解决本题的关键，是中档题。

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-|x|, & x \leq 2 \\ (x-2)^2, & x > 2 \end{cases}$ ，函数 $g(x) = b - f(2-x)$ ，其中 $b \in \mathbf{R}$ ，若函数

$y = f(x) - g(x)$ 恰有 4 个零点，则 b 的取值范围是 ()

- A. $(\frac{7}{4}, +\infty)$ B. $(-\infty, \frac{7}{4})$ C. $(0, \frac{7}{4})$ D. $(\frac{7}{4}, 2)$

【答案】D

【解析】

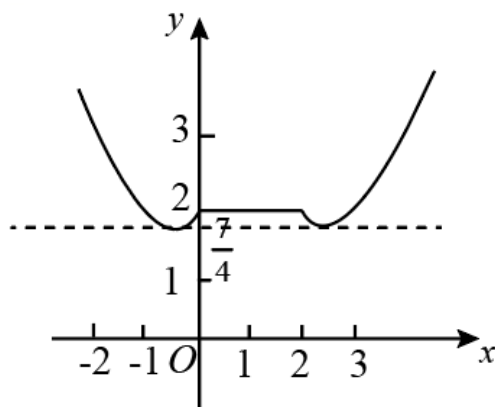
【详解】函数 $y = f(x) - g(x)$ 恰有 4 个零点，即方程 $f(x) - g(x) = 0$ ，

即 $b = f(x) + f(2-x)$ 有 4 个不同的实数根，

即直线 $y = b$ 与函数 $y = f(x) + f(2-x)$ 的图象有四个不同的交点。

$$\text{又 } y = f(x) + f(2-x) = \begin{cases} x^2 + x + 2, & x < 0 \\ 2, & 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 - 5x + 8, & x > 2 \end{cases},$$

做出该函数的图象如图所示，



由图得，当 $\frac{7}{4} < b < 2$ 时，直线 $y = b$ 与函数 $y = f(x) + f(2-x)$ 的图象有 4 个不同的交点，

故函数 $y = f(x) - g(x)$ 恰有 4 个零点时，

b 的取值范围是 $\left(\frac{7}{4}, 2\right]$ ，故选 D.

考点：1、分段函数；2、函数的零点.

【方法点睛】本题主要考查的是分段函数和函数的零点，属于难题. 已知函数的零点个数，一般利用数形结合思想转化为两个函数的图像的交点个数问题，作图时一定要保证图形准确，否则很容易出现错误.

二. 多选题（共 4 小题，满分 20 分，每小题 5 分）

9. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-3, 4)$ ，则 ()

A. $a < 0$

B. 不等式 $bx + c > 0$ 的解集是 $\{x | x > -12\}$

C. 函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的零点为 $(-3, 0)$ 和 $(4, 0)$

D. 不等式 $cx^2 - bx + a > 0$ 的解集为 $\left(-\infty, -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集判断出 $a < 0$ ，结合根与系数关系、一次不等式、一元二次不等式的解法判断 BCD 选项的正确性.

【详解】关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-3, 4)$ ，

所以 $a < 0$ ，且 -3 和 4 是关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根，

$$\text{由韦达定理得} \begin{cases} -3 + 4 = -\frac{b}{a}, \\ -3 \times 4 = \frac{c}{a} \end{cases},$$

则 $b = -a, c = -12a$ ，所以 A 正确；

不等式 $bx + c > 0$ 即为 $-ax - 12a > 0$ ，解得 $x > -12$ ，所以 B 正确；

因为 -3 和 4 是关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根，

函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的零点为 -3 和 4 ，故 C 错误；

不等式 $cx^2 - bx + a > 0$ 即为 $-12ax^2 + ax + a > 0$ ，即 $12x^2 - x - 1 > 0$ ，解得 $x < -\frac{1}{4}$ 或 $x > \frac{1}{3}$ ，

所以不等式 $cx^2 - bx + a > 0$ 的解集为 $\left(-\infty, -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{3}, +\infty\right)$ ，所以 D 正确.

故选：ABD.

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x, & x \leq 0 \\ |\log_2 x|, & x > 0 \end{cases}$ ，若 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$ ，且 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4)$ ，则下列结论正确的是

()

A. $x_1 + x_2 = -1$

B. $x_3 x_4 = 1$

C. $1 < x_4 < 2$

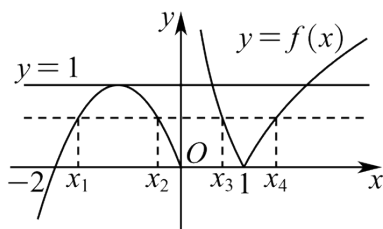
D. $0 < x_1 x_2 x_3 x_4 < 1$

【答案】BCD

【解析】

【分析】由解析式得到函数图象，结合函数各分段的性质有 $x_1 + x_2 = -2$ ， $x_3 x_4 = 1$ ， $\frac{1}{2} < x_3 < 1 < x_4 < 2$ ，即可知正确选项.

【详解】由 $f(x)$ 函数解析式可得图象如下：



∴由图知： $x_1 + x_2 = -2$ ， $-2 < x_1 < -1$ ，而当 $y = 1$ 时，有 $|\log_2 x| = 1$ ，即 $x = \frac{1}{2}$ 或 2 ，

∴ $\frac{1}{2} < x_3 < 1 < x_4 < 2$ ，而 $f(x_3) = f(x_4)$ 知 $|\log_2 x_3| = |\log_2 x_4|$ ： $\log_2 x_3 + \log_2 x_4 = 0$ ，

∴ $x_3 x_4 = 1$ ， $x_1 x_2 x_3 x_4 = x_1 x_2 = -(x_1 + 1)^2 + 1 \in (0, 1)$.

故选：BCD

【点睛】关键点睛：利用分段函数的性质确定函数图象，由二次函数、对数运算性质确定 x_1, x_2, x_3, x_4 的范围及关系.

11. 已知正数 x, y, z 满足 $3^x = 4^y = 6^z$ ，则下列说法中正确的是 ()

- A. $x + y > \left(\frac{3}{2} + \sqrt{2}\right)z$ B. $xy > 2z^2$ C. $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{z}$ D. $3x > 4y > 6z$

【答案】ABC

【解析】

【分析】把指数式化成相应的对数式，运用对数的运算法则及换底公式和基本不等式可求得结果.

【详解】 $x, y, z > 0$ ，令 $3^x = 4^y = 6^z = t (t > 1)$ ，则 $x = \log_3 t$ ， $y = \log_4 t$ ， $z = \log_6 t$.

$$\frac{x+y}{z} = \frac{x}{z} + \frac{y}{z} = \frac{\log_3 t}{\log_6 t} + \frac{\log_4 t}{\log_6 t} = \frac{\lg 6}{\lg 3} + \frac{\lg 6}{2 \lg 2} = \frac{3}{2} + \left(\frac{\lg 2}{\lg 3} + \frac{\lg 3}{2 \lg 2} \right) > \frac{3}{2} + 2 \sqrt{\frac{\lg 2}{\lg 3} \times \frac{\lg 3}{2 \lg 2}} = \frac{3}{2} + \sqrt{2}, \text{ 故}$$

A 正确;

$$\frac{xy}{z^2} = \frac{x}{z} \cdot \frac{y}{z} = \frac{\lg 6}{\lg 3} \cdot \frac{\lg 6}{2 \lg 2} = \frac{(\lg 2 + \lg 3)^2}{2 \lg 2 \lg 3} = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\lg 2}{\lg 3} + \frac{\lg 3}{\lg 2} \right) > 1 + \sqrt{\frac{\lg 2}{\lg 3} \times \frac{\lg 3}{\lg 2}} = 2, \text{ 故 B 正确;}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{\log_3 t} + \frac{1}{2 \log_4 t} = \log_t 3 + \frac{1}{2} \log_t 4 = \log_t 6 = \frac{1}{z}, \text{ 故 C 正确;}$$

$$\frac{4}{x} = 4 \log_t 3 = \log_t 81, \quad \frac{3}{y} = 3 \log_t 4 = \log_t 64, \text{ 因为 } t > 1, \text{ 所以 } \frac{4}{x} > \frac{3}{y}, \text{ 即 } 3x < 4y, \text{ 故 D 错误.}$$

故选: ABC.

12. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) (\omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$ ，将 $y = f(x)$ 的图象上所有点向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度，然后横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，得到函数 $y = g(x)$ 的图象. 若 $g(x)$ 为偶函数，且最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ ，则下列说法正确的是 ()

- A. $y = f(x)$ 的图象关于 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称
- B. $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{5\pi}{12}\right)$ 上单调递减
- C. $g(x) \geq \frac{1}{2}$ 的解为 $\left[\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, \frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}\right] (k \in \mathbb{Z})$

D. 方程 $f(x) = g\left(\frac{x}{2}\right)$ 在 $\left(0, \frac{5\pi}{4}\right)$ 上有 2 个解

【答案】AC

【解析】

【分析】根据三角函数的平移变换原则求出 $g(x)$ ，再根据三角函数的性质求出 ω, φ ，由三角函数的性质逐一判断 即可.

【详解】将 $y = f(x)$ 的图象上所有点向右平移 $\frac{2\pi}{3}$ 个单位长度，

$$\text{可得 } y = \sin\left[\omega\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + \varphi\right],$$

横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ 倍，纵坐标不变，

$$\text{可得 } g(x) = \sin\left(2\omega x - \frac{4\pi}{3} + \varphi\right),$$

由 $g(x)$ 为偶函数，且最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ ，

$$\text{则 } -\frac{4\pi}{3} + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, \text{ 且 } \frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{2}, 0 < \varphi < \pi$$

$$\text{解得 } \omega = 2, \varphi = \frac{5\pi}{6},$$

$$\text{所以 } f(x) = \sin\left(2x + \frac{5\pi}{6}\right),$$

$$\text{对于 A, 当 } x = \frac{\pi}{12} \text{ 时, } 2x + \frac{5\pi}{6} = \pi, \text{ 即 } f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \sin \pi = 0,$$

故 $y = f(x)$ 的图象关于 $\left(\frac{\pi}{12}, 0\right)$ 对称，故 A 正确；

$$\text{对于 B, 由 } 0 < x < \frac{5\pi}{12}, \text{ 则 } 2x + \frac{5\pi}{6} \in \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}\right),$$

$$\text{正弦函数的单调递减区间为 } \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right], k \in \mathbb{Z},$$

$$\text{由 } \left(\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{3}\right) \text{ 不是 } \left[2k\pi + \frac{\pi}{2}, 2k\pi + \frac{3\pi}{2}\right], k \in \mathbb{Z} \text{ 的子集, 故 B 不正确;}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/446030220024011030>