

宁夏大学附属中学 2024 年高考冲刺押题（最后一卷）数学试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P, Q 两点，且 $\angle POQ=120^\circ$ (其中 O 为坐标原点)，则 k 的值为()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$ 和 $-\sqrt{2}$

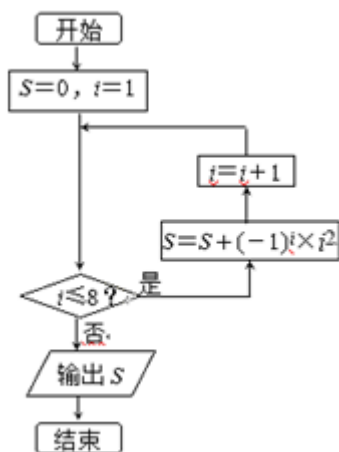
2. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点，过点 F_1 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的切线，与双曲线的左、右两支分别交于点 P, Q ，若 $|QF_2| = |PQ|$ ，则双曲线渐近线的斜率为 ()

- A. ± 1 B. $\pm(\sqrt{3}-1)$ C. $\pm(\sqrt{3}+1)$ D. $\pm\sqrt{5}$

3. 在 $\triangle ABC$ 中， E, F 分别为 AB, AC 的中点， P 为 EF 上的任一点，实数 x, y 满足 $\vec{PA} + x\vec{PB} + y\vec{PC} = \vec{0}$ ，设 $\triangle ABC, \triangle PBC, \triangle PCA, \triangle PAB$ 的面积分别为 S, S_1, S_2, S_3 ，记 $\frac{S_i}{S} = \lambda_i (i=1, 2, 3)$ ，则 $\lambda_2 \cdot \lambda_3$ 取到最大值时， $2x+y$ 的值为 ()

- A. -1 B. 1 C. $-\frac{3}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

4. 执行如下的程序框图，则输出的 S 是 ()



- A. 36 B. 45
C. -36 D. -45

5. 已知椭圆 $\frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与直线 $\frac{y}{a} - \frac{x}{b} = 1$ 交于 A, B 两点，焦点 $F(0, -c)$ ，其中 c 为半焦距，若 $\triangle ABF$

是直角三角形，则该椭圆的离心率为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

6. 关于圆周率 π ，数学发展史上出现过许多很有创意的求法，如著名的蒲丰实验和查理斯实验.受其启发，某同学通过下面的随机模拟方法来估计 π 的值：先用计算机产生 2000 个数对 (x, y) ，其中 x, y 都是区间 $(0, 1)$ 上的均匀随机数，再统计 x, y 能与 1 构成锐角三角形三边长的数对 (x, y) 的个数 m ；最后根据统计数 m 来估计 π 的值.若 $m = 435$ ，则 π 的估计值为（ ）

- A. 3.12 B. 3.13 C. 3.14 D. 3.15

7. 函数 $f(x) = 2x - |3x + 1|$ 在 $[-2, 1]$ 上的最大值和最小值分别为（ ）

- A. $\frac{2}{3}, -2$ B. $-\frac{2}{3}, -9$ C. $-2, -9$ D. $2, -2$

8. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的离心率为 $\sqrt{3}$ ，则其渐近线方程为

- A. $y = \pm\sqrt{2}x$ B. $y = \pm\sqrt{3}x$ C. $y = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$ D. $y = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

9. 以下关于 $f(x) = \sin 2x - \cos 2x$ 的命题，正确的是

A. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left(0, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调递增

B. 直线 $x = \frac{\pi}{8}$ 需是函数 $y = f(x)$ 图象的一条对称轴

C. 点 $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ 是函数 $y = f(x)$ 图象的一个对称中心

D. 将函数 $y = f(x)$ 图象向左平移需 $\frac{\pi}{8}$ 个单位，可得到 $y = \sqrt{2} \sin 2x$ 的图象

10. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x + y \geq -1 \\ x - 2y \leq -1 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $2x - 3y + 4$ 的最大值为（ ）

- A. -1 B. -2 C. 3 D. 2

11. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ， D 是 AB 的中点，若 $CD = 1$ ，且

$\left(a - \frac{1}{2}b\right) \sin A = (c + b)(\sin C - \sin B)$ ，则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是（ ）

- A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{\sqrt{15}}{10}$ D. $\frac{2\sqrt{15}}{5}$

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_1 的直线 l 与双曲线 C 的左支交于

A, B 两点. 若 $|AB| = |AF_2|$, $\angle BAF_2 = 120^\circ$, 则双曲线 C 的渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ B. $y = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}x$ C. $y = \pm(\sqrt{3} - \sqrt{2})x$ D. $y = \pm(\sqrt{3} - 1)x$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$, $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -2$, 则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为_____.

14. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} |x+1|, & x \leq 0 \\ 4x^2, & x > 0 \end{cases}$, 若函数 $y = f(x) - a$ 有 3 个不同的零点 x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$), 则 $x_1 + x_2 + \frac{a}{x_3}$ 的取值范围是_____.

15. 对于任意的正数 a, b , 不等式 $(2ab + a^2)k \leq 4b^2 + 4ab + 3a^2$ 恒成立, 则 k 的最大值为_____.

16. 在 $(2-x)^5$ 的展开式中, x^3 项的系数是_____ (用数字作答).

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 在直角坐标系中, 圆 C 的参数方程为: $\begin{cases} x = 1 + 2\cos\alpha \\ y = \sqrt{3} + 2\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数), 以坐标原点为极点, 以 x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 且长度单位相同.

(1) 求圆 C 的极坐标方程;

(2) 若直线 $l: \begin{cases} x = t\cos\varphi \\ y = t\sin\varphi \end{cases}$ (t 为参数) 被圆 C 截得的弦长为 $2\sqrt{3}$, 求直线 l 的倾斜角.

18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = t, \\ y = 4 - \sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数), 圆 C 的方程为 $x^2 + (y-1)^2 = 1$, 以坐标原点 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求 l 和 C 的极坐标方程;

(2) 过 O 且倾斜角为 α 的直线与 l 交于点 A , 与 C 交于另一点 B , 若 $\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{5\pi}{12}$, 求 $\frac{|OB|}{|OA|}$ 的取值范围.

19. (12 分) 在直角坐标系 xOy 中, 以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系. 曲线 C_1 的极坐标方程为:

$\rho^2 - 2\rho\cos\theta - 4\rho\sin\theta + 4 = 0$, 曲线 C_2 的参数方程为 $\begin{cases} x = t + a, \\ y = a - t, \end{cases}$ 其中 $t \in \mathbf{R}$, t 为参数, a 为常数.

- (1) 写出 C_1 与 C_2 的直角坐标方程；
- (2) a 在什么范围内取值时， C_1 与 C_2 有交点.

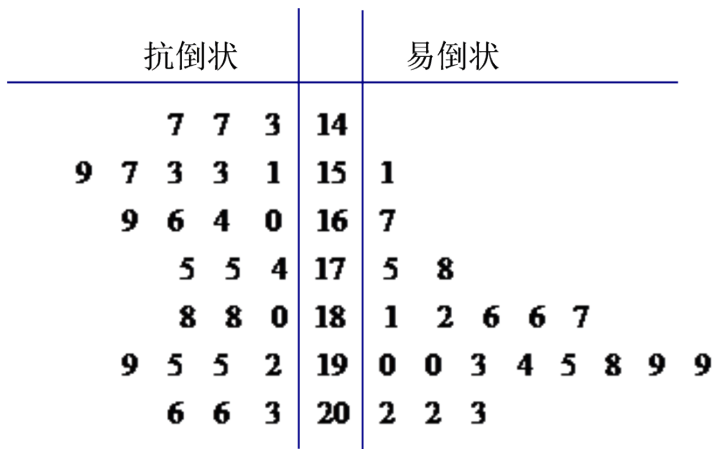
20. (12 分) 在锐角 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别是角 A, B, C 的对边， $\vec{m} = (2b - c, \cos C)$ ， $\vec{n} = (a, \cos A)$ ，且 $\vec{m} \perp \vec{n}$.

- (1) 求角 A 的大小；
- (2) 求函数 $y = 2\sin^2 B + \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2B\right)$ 的值域.

21. (12 分) a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边. 已知 $a(\sin A + 4\sin B) = 8\sin A$.

- (1) 若 $b = 1, A = \frac{\pi}{6}$ ，求 $\sin B$ ；
- (2) 已知 $C = \frac{\pi}{3}$ ，当 $\triangle ABC$ 的面积取得最大值时，求 $\triangle ABC$ 的周长.

22. (10 分) 为了打好脱贫攻坚战，某贫困县农科院针对玉米种植情况进行调研，力争有效地改良玉米品种，为农民提供技术支援，现对已选出的一组玉米的茎高进行统计，获得茎叶图如图（单位：厘米），设茎高大于或等于 180 厘米的玉米为高茎玉米，否则为矮茎玉米.



- (1) 求出易倒伏玉米茎高的中位数 m ；
- (2) 根据茎叶图的数据，完成下面的列联表：

	抗倒伏	易倒伏
矮茎		
高茎		

- (3) 根据 (2) 中的列联表，是否可以在犯错误的概率不超过 1% 的前提下，认为抗倒伏与玉米矮茎有关？

$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},$$

$P(K^2 \dots K)$	0.050	0.010	0.001
K	3.841	6.635	10.828

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

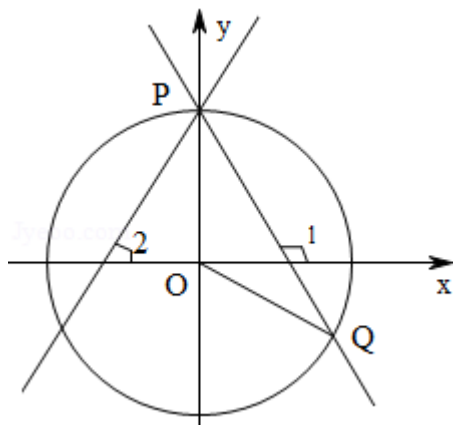
1、C

【解析】

直线过定点，直线 $y=kx+1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 相交于 P、Q 两点，且 $\angle POQ=120^\circ$ （其中 O 为原点），可以发现 $\angle QOx$ 的大小，求得结果.

【详解】

如图，直线过定点 $(0, 1)$ ，



$\because \angle POQ=120^\circ \therefore \angle OPQ=30^\circ, \Rightarrow \angle 1=120^\circ, \angle 2=60^\circ,$

$\therefore$ 由对称性可知 $k=\pm\sqrt{3}$.

故选 C.

【点睛】

本题考查过定点的直线系问题，以及直线和圆的位置关系，是基础题.

2、C

【解析】

如图所示：切点为 M ，连接 OM ，作 $PN \perp x$ 轴于 N ，计算 $|PF_1| = 2a$ ， $|PF_2| = 4a$ ， $|PN| = \frac{2a^2}{c}$ ， $|F_1N| = \frac{2ab}{c}$ ，

根据勾股定理计算得到答案.

【详解】

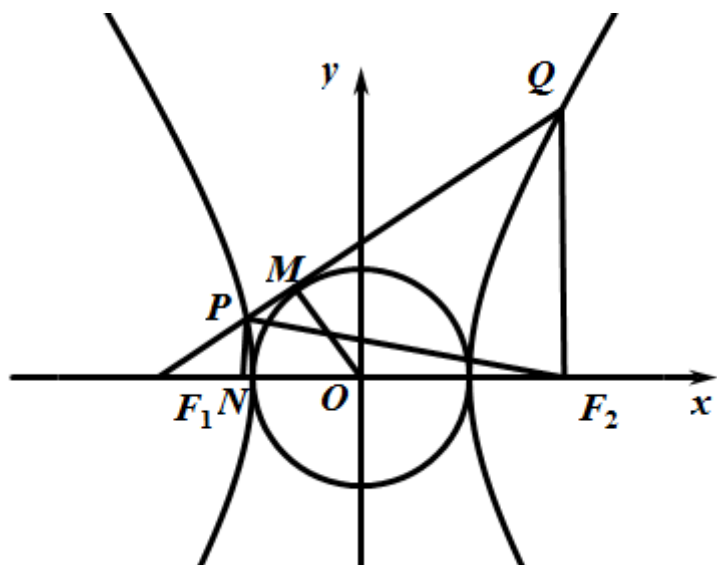
如图所示：切点为 M ，连接 OM ，作 $PN \perp x$ 轴于 N ，

$|QF_1| - |QF_2| = |QP| + |PF_1| - |QF_2| = |PF_1| = 2a$ ，故 $|PF_2| = 4a$ ，

在 $Rt\triangle MOF_1$ 中， $\sin \angle MF_1O = \frac{a}{c}$ ，故 $\cos \angle MF_1O = \frac{b}{c}$ ，故 $|PN| = \frac{2a^2}{c}$ ， $|F_1N| = \frac{2ab}{c}$ ，

根据勾股定理： $16a^2 = \frac{4a^4}{c^2} + \left(2c - \frac{2ab}{c}\right)^2$ ，解得 $\frac{b}{a} = \sqrt{3} + 1$.

故选：C.



【点睛】

本题考查了双曲线的渐近线斜率，意在考查学生的计算能力和综合应用能力.

3、D

【解析】

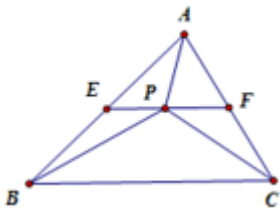
根据三角形中位线的性质，可得 P 到 BC 的距离等于 $\triangle ABC$ 的 BC 边上高的一半，从而得到 $S_1 = \frac{1}{2}S = S_2 + S_3$ ，由此

结合基本不等式求最值，得到当 $\lambda_2 \cdot \lambda_3$ 取到最大值时， P 为 EF 的中点，再由平行四边形法则得出

$\vec{PA} + \frac{1}{2}\vec{PB} + \frac{1}{2}\vec{PC} = \vec{0}$ ，根据平面向量基本定理可求得 $x = y = \frac{1}{2}$ ，从而可求得结果.

【详解】

如图所示：



因为 EF 是 $\triangle ABC$ 的中位线，

所以 P 到 BC 的距离等于 $\triangle ABC$ 的 BC 边上高的一半，

$$\text{所以 } S_1 = \frac{1}{2} S = S_2 + S_3,$$

$$\text{由此可得 } \lambda_2 \lambda_3 = \frac{S_2}{S} \times \frac{S_3}{S} = \frac{S_2 S_3}{S^2} \leq \frac{\left(\frac{S_2 + S_3}{2}\right)^2}{S^2} = \frac{1}{16},$$

当且仅当 $S_2 = S_3$ 时，即 P 为 EF 的中点时，等号成立，

$$\text{所以 } \vec{PE} + \vec{PF} = \vec{0},$$

$$\text{由平行四边形法则可得 } \vec{PA} + \vec{PB} = 2\vec{PE}, \quad \vec{PA} + \vec{PC} = 2\vec{PF},$$

$$\text{将以上两式相加可得 } 2\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = 2(\vec{PE} + \vec{PF}) = \vec{0},$$

$$\text{所以 } \vec{PA} + \frac{1}{2}\vec{PB} + \frac{1}{2}\vec{PC} = \vec{0},$$

$$\text{又已知 } \vec{PA} + x\vec{PB} + y\vec{PC} = \vec{0},$$

$$\text{根据平面向量基本定理可得 } x = y = \frac{1}{2},$$

$$\text{从而 } 2x + y = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$$

故选：D

【点睛】

本题考查了向量加法的平行四边形法则，考查了平面向量基本定理的应用，考查了基本不等式求最值，属于中档题.

4、A

【解析】

列出每一步算法循环，可得出输出结果 S 的值.

【详解】

$$i=1 \leq 8 \text{ 满足，执行第一次循环， } S = 0 + (-1)^1 \times 1^2 = -1, \quad i = 1 + 1 = 2;$$

$i=2 \leq 8$ 成立, 执行第二次循环, $S = -1 + (-1)^2 \times 2^2 = 3$, $i = 2 + 1 = 3$;

$i=3 \leq 8$ 成立, 执行第三次循环, $S = 3 + (-1)^3 \times 3^2 = -6$, $i = 3 + 1 = 4$;

$i=4 \leq 8$ 成立, 执行第四次循环, $S = -6 + (-1)^4 \times 4^2 = 10$, $i = 4 + 1 = 5$;

$i=5 \leq 8$ 成立, 执行第五次循环, $S = 10 + (-1)^5 \times 5^2 = -15$, $i = 5 + 1 = 6$;

$i=6 \leq 8$ 成立, 执行第六次循环, $S = -15 + (-1)^6 \times 6^2 = 21$, $i = 6 + 1 = 7$;

$i=7 \leq 8$ 成立, 执行第七次循环, $S = 21 + (-1)^7 \times 7^2 = -28$, $i = 7 + 1 = 8$;

$i=8 \leq 8$ 成立, 执行第八次循环, $S = -28 + (-1)^8 \times 8^2 = 36$, $i = 8 + 1 = 9$;

$i=9 \leq 8$ 不成立, 跳出循环体, 输出 S 的值为 36, 故选: A.

【点睛】

本题考查算法与程序框图的计算, 解题时要根据算法框图计算出算法的每一步, 考查分析问题和计算能力, 属于中等问题.

5、A

【解析】

联立直线与椭圆方程求出交点 A, B 两点, 利用平面向量垂直的坐标表示得到关于 a, b, c 的关系式, 解方程求解即可.

【详解】

$$\text{联立方程} \begin{cases} \frac{y^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1 \\ \frac{y}{a} - \frac{x}{b} = 1 \end{cases}, \text{解方程可得} \begin{cases} x=0 \\ y=a \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=-b \\ y=0 \end{cases},$$

不妨设 $A(0, a)$, $B(-b, 0)$, 由题意可知, $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BF} = 0$,

因为 $\overrightarrow{BA} = (b, a)$, $\overrightarrow{BF} = (b, -c)$,

由平面向量垂直的坐标表示可得, $b \cdot b - ac = 0$,

因为 $b^2 = a^2 - c^2$, 所以 $a^2 - c^2 = ac$,

两边同时除以 a^2 可得, $e^2 + e - 1 = 0$,

解得 $e = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 或 $e = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$ (舍去),

所以该椭圆的离心率为 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

故选：A

【点睛】

本题考查椭圆方程及其性质、离心率的求解、平面向量垂直的坐标表示；考查运算求解能力和知识迁移能力；利用平面向量垂直的坐标表示得到关于 a, b, c 的关系式是求解本题的关键；属于中档题、常考题型.

6、B

【解析】

先利用几何概型的概率计算公式算出 x, y 能与1构成锐角三角形三边长的概率, 然后再利用随机模拟方法得到 x, y 能与1构成锐角三角形三边长的概率, 二者概率相等即可估计出 π .

【详解】

因为 x, y 都是区间 $(0, 1)$ 上的均匀随机数, 所以有 $0 < x < 1, 0 < y < 1$, 若 x, y 能与1构成锐角三角形三边长,

$$\text{则 } \begin{cases} x+y>1 \\ x^2+y^2>1 \end{cases}, \text{ 由几何概型的概率计算公式知 } P = \frac{1 \times 1 - \frac{\pi}{4}}{1 \times 1} = 1 - \frac{\pi}{4} = \frac{m}{n} = \frac{435}{2000},$$

$$\text{所以 } \pi = 4 \times (1 - \frac{435}{2000}) = 3.13.$$

故选：B.

【点睛】

本题考查几何概型的概率计算公式及运用随机数模拟法估计概率, 考查学生的基本计算能力, 是一个中档题.

7、B

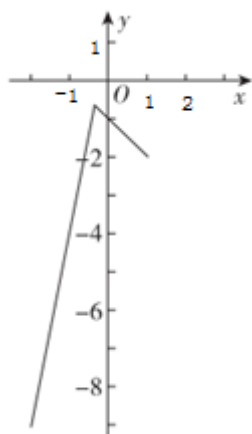
【解析】

由函数解析式中含绝对值, 所以去绝对值并画出函数图象, 结合图象即可求得在 $[-2, 1]$ 上的最大值和最小值.

【详解】

$$\text{依题意, } f(x) = 2x - |3x + 1| = \begin{cases} 5x + 1, & -2 \leq x < -\frac{1}{3} \\ -x - 1, & -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \end{cases},$$

作出函数 $f(x)$ 的图象如下所示;



由函数图像可知，当 $x = -\frac{1}{3}$ 时， $f(x)$ 有最大值 $-\frac{2}{3}$ ，

当 $x = -2$ 时， $f(x)$ 有最小值 -9 。

故选：B.

【点睛】

本题考查了绝对值函数图象的画法，由函数图象求函数的最值，属于基础题.

8、A

【解析】

分析：根据离心率得 a,c 关系，进而得 a,b 关系，再根据双曲线方程求渐近线方程，得结果.

详解：

$$\because \frac{c}{a} = \sqrt{3}, \therefore \frac{c^2}{a^2} = \frac{c^2 - b^2}{b^2} = \frac{c^2}{b^2} - 1 = 3 - 1 = 2, \therefore \frac{c}{b} = \sqrt{2}.$$

因为渐近线方程为 $y = \pm \frac{b}{a}x$ ，所以渐近线方程为 $y = \pm \sqrt{2}x$ ，选 A.

点睛：已知双曲线方程 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 求渐近线方程： $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0 \Rightarrow y = \pm \frac{b}{a}x$.

9、D

【解析】

利用辅助角公式化简函数得到 $f(x) = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$ ，再逐项判断正误得到答案.

【详解】

$$f(x) = \sin 2x - \cos 2x = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4})$$

A 选项， $x \in (0, \frac{2\pi}{3}) \Rightarrow 2x - \frac{\pi}{4} \in (-\frac{\pi}{4}, \frac{13\pi}{12})$ 函数先增后减，错误

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/446043104101010142>