



4.3.1 等比数列的概念

情景导入

1. 两河流域发掘的古巴比伦时期的泥板上记录了下面的数列：

$9, 92, 93, \dots, 910;$ ①

$100, 100^2, 1003, \dots, 10010;$ ②

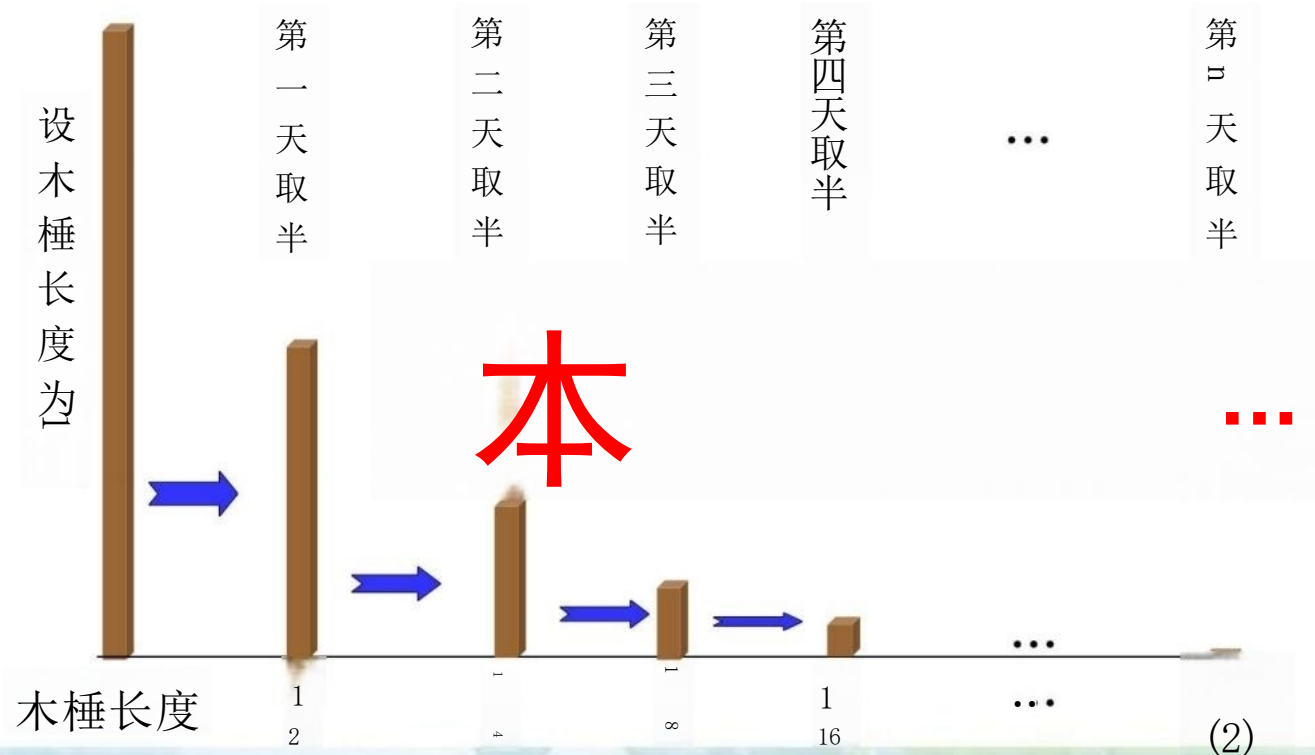
$5, 52, 53, \dots, 510;$ ③



你发现上述数列有什么规律？

情景导入

2. 《庄子·天下》中提到：“一尺之棰，日取其半，万世不竭。”如果把“一尺之棰”的长度看成单位“1”，那么从第1天开始，各天得到的“棰”的长度依次是：



你发现上述数列有什么规律？

④

情景导入

3. 在营养和生存空间没有限制的情况下，某种细菌每20 min 就通过分裂繁殖一代，那么一个这种细菌从第1次分裂开始，各次分裂产生的后代个数依次是：

分裂次数



细菌个数

第一次

00

2

第二次

0000

4

第三次



8

第 n 次

000

0 2n

2, 4, 8, 16, 32, 64, ...

⑤

你发现上述数列有什么规律？

探究新知

思考：请同学们仔细观察以下五个数列，类比等差数列的研究，你认为可以通过**怎样的运算**发现以下数列的取值规律？你发现了什么规律？

$9, 9^2, 9^3, \dots, 9^{10};$ ①

如果用 $\{a_n\}$ 表示数列①, 那么有

$100, 100^2, 100^3, \dots, 100^{10};$ ②

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = a, \quad a_n = a \cdot a_{n-1}, \quad a_{n-1} = a \cdot a_{n-2}$$

$5, 5^2, 5^3, \dots, 5^{10};$ ③

$2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$ ④

取值规律：从第2项起，每一项与它的前一项的比都等于9.

$2, 4, 8, 16, 32, 64, \dots$ ⑤

共同特点：从第二项起，每一项与前一项的比都等于同一个常数.

探究新知

探究1: 类比等差数列的概念，你能抽象出等比数列的概念吗？

等差数列

定义

如果一个数列从第二项起，每一项与它的前一项的差都等于同一个常数，那么这个数列就叫做等差数列。

常数叫做等差数列的公差。

公差通常用字母d表示

符号

$$a_n - a_{n-1} = d \quad (n \in \mathbb{N}^* \text{ 且 } n \geq 2)$$

等比数列

如果一个数列从第二项起，每一项与它的前一项的比都等于同一个常数，那么这个数列就叫做等比数列。

常数叫做等比数列的公比

公比通常用字母q表示($q \neq 0$)

$$\frac{a_n}{a_{n-1}} = q \quad (n \geq 2)$$

小试牛刀

1. 观察并判断下列数列是否是等比数列，是的话，指出公比，不是的话请说明理由：

(1) $1, 2, 4, 8, \dots$; 是，公比是2

(2) $4, -8, 16, -32, 64, \dots$; 是，公比是-2

(3) $5, 5, 5, 5, 5, 5, \dots$ 是，公比是1

(4) $0, 1, 2, 4, 8, \dots$. 不是，分母不能为0

(5) $2, 0, 2, 0, 2, \dots$ 不是，公比不能是0

(6) $1, a, a^2, a^3, a^4, \dots$ 不一定，分类讨论

探究新知

思考1: 等差数列的项、公差均可以是0吗?等比数列呢?

等差数列的项、公差均可以是0,
但等比数列的项和公比均不可以是0

思考2: 常数列是等差数列吗?是等比数列吗?

常数列一定是等差数列,公差为0;
非零常数列是等比数列,公比为1.

思考3: 是否存在既是等差数列又是等比数列的数列?

非零常数列既是等差数列又是等比数列,
公差为0,公比为1.

探究新知

探究2: 类比等差中项的概念，你能抽象出等比中项的概念吗？

等差中项

如果三个数 a, A, b 组成等差数列，那么 A 叫做 a 和 b 的等差中项。

a, A, b 成
等差数列

$$A = \frac{a+b}{2}$$

等比中项

如果三个数 a, G, b 组成等比数列，那么 G 叫做 a 和 b 的等比中项。

a, G, b 成
等比数列

$$G^2 = a \cdot b$$

$$\text{即 } G = \pm \sqrt{ab}$$

注意：若 a, b 同号，则有两个等比中项；若 a, b 异号，则无等比中项。

探究新知

探究3: 类比等差数列的通项公式，你能根据等比数列的定义推导它的通项公式吗？

等差数列

$$\because a_2 = a_1 + d,$$

$$a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d,$$

$$a_4 = a_3 + d = a_1 + 3d,$$

...

$$\therefore a_n = a_1 + (n-1)d$$

等比数列

$$\because a_2 = a_1 q,$$

$$a_3 = a_2 q = a_1 q^2,$$

$$a_4 = a_3 q = a_1 q^3,$$

...

$$\therefore a_n$$

$$= a_1 q^{n-1}$$

不完全归纳法

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：
<https://d.book118.com/446124015223010141>