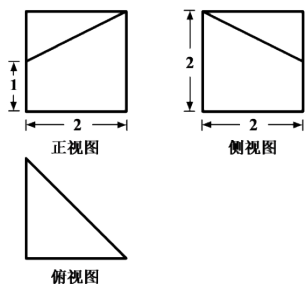


7. 一个几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为 ()



A. $\frac{10}{3}$

B. 3

C. $\frac{8}{3}$

D. $\frac{7}{3}$

8. 已知 $a > b > 0$, $c > 1$, 则下列各式成立的是 ()

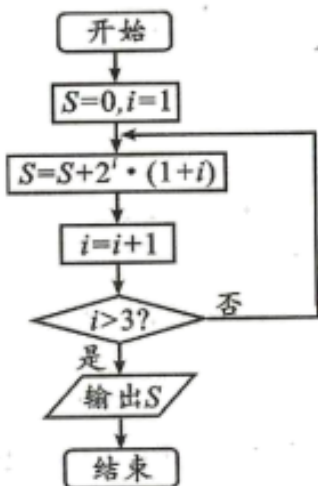
A. $\sin a > \sin b$

B. $c^a > c^b$

C. $a^c < b^c$

D. $\frac{c-1}{b} < \frac{c-1}{a}$

9. 执行如图所示的程序框图, 则输出 S 的值为 ()



A. 16

B. 48

C. 96

D. 128

10. 若函数 $f(x) = -\ln x + x + h$, 在区间 $\left[\frac{1}{e}, e\right]$ 上任取三个实数 a, b, c 均存在以 $f(a), f(b), f(c)$ 为边长的三角形, 则实数 h 的取值范围是 ()

A. $\left(-1, \frac{1}{e}-1\right)$

B. $\left(\frac{1}{e}-1, e-3\right)$

C. $\left(\frac{1}{e}-1, +\infty\right)$

D. $(e-3, +\infty)$

11. 已知函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{4}\right)$ ($x \in R, \omega > 0$) 的最小正周期为 π , 为了得到函数 $g(x) = \cos \omega x$ 的图象, 只要将

$y = f(x)$ 的图象 ()

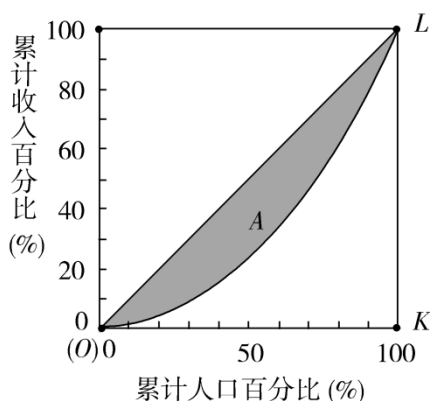
A. 向左平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

B. 向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位长度

C. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

D. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

12. 为了研究国民收入在国民之间的分配, 避免贫富过分悬殊, 美国统计学家劳伦茨提出了著名的劳伦茨曲线, 如图所示. 劳伦茨曲线为直线 OL 时, 表示收入完全平等. 劳伦茨曲线为折线 OKL 时, 表示收入完全不平等. 记区域 A 为不平等区域, a 表示其面积, S 为 $\triangle OKL$ 的面积, 将 $Gini = \frac{a}{S}$ 称为基尼系数.



对于下列说法:

① Gini 越小, 则国民分配越公平;

② 设劳伦茨曲线对应的函数为 $y = f(x)$, 则对 $\forall x \in (0,1)$, 均有 $\frac{f(x)}{x} > 1$;

③ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^2 (x \in [0,1])$, 则 $Gini = \frac{1}{4}$;

④ 若某国家某年的劳伦茨曲线近似为 $y = x^3 (x \in [0,1])$, 则 $Gini = \frac{1}{2}$.

其中正确的是:

A. ①④

B. ②③

C. ①③④

D. ①②④

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 公比为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_2 = 2$, $S_4 - 5S_2 = 0$, 则 $S_6 - S_3$ 的值为_____.

14. 已知抛物线 $C: y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F , 其准线与坐标轴交于点 E , 过 F 的直线 l 与抛物线 C 交于 A, B 两点, 若 $3\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB}$, 则直线 l 的斜率 $k =$ _____.

15. 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 $C: xy = \sqrt{3}$ 上任意一点 P 到直线 $l: x + \sqrt{3}y = 0$ 的距离的最小值为_____.

16. 已知平面向量 $\vec{a} = (m, 2)$, $\vec{b} = (1, 3)$, 且 $\vec{b} \perp (\vec{a} - \vec{b})$, 则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角的大小为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = |2x + a| - |x - 3| (a \in \mathbb{R})$.

- (1) 若 $a = -1$ ，求不等式 $f(x) + 1 > 0$ 的解集；
- (2) 已知 $a > 0$ ，若 $f(x) + 3a > 2$ 对于任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，求 a 的取值范围.

18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，以 O 为极点， x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为

$$\rho = 2\sin \theta + 2a\cos \theta (a > 0); \text{ 直线 } l \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = -2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}), \text{ 直线 } l \text{ 与曲线 } C \text{ 分别交于 } M, N \text{ 两}$$

点.

- (1) 写出曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的普通方程；
- (2) 若点 P 的极坐标为 $(2, \pi)$ ， $|PM| + |PN| = 5\sqrt{2}$ ，求 a 的值.

19. (12 分) 已知凸 n 边形 $A_1A_2A_3\cdots A_n$ 的面积为 1，边长 $A_iA_{i+1} = a_i (i = 1, 2, \cdots, n-1)$ ， $A_nA_1 = a_n$ ，其内部一点 P 到边 $A_iA_{i+1} = a_i (i = 1, 2, \cdots, n-1)$ 的距离分别为 $d_1, d_2, d_3, \cdots, d_n$. 求证: $\frac{2a_1}{d_1} + \frac{2a_2}{d_2} + \cdots + \frac{2a_n}{d_n} \geq (n\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n})^2$.

20. (12 分) 唐诗是中国文学的瑰宝.为了研究计算机上唐诗分类工作中检索关键字的选取，某研究人员将唐诗分成 7 大类别，并从《全唐诗》48900 多篇唐诗中随机抽取了 500 篇，统计了每个类别及各类别包含“花”、“山”、“帘”字的篇数，得到下表：

	爱情婚姻	咏史怀古	边塞战争	山水田园	交友送别	羁旅思乡	其他	总计
篇数	100	64	55	99	91	73	18	500
含“山”字的篇数	51	48	21	69	48	30	4	271
含“帘”字的篇数	21	2	0	0	7	3	5	38
含“花”字的篇数	60	6	14	17	32	28	3	160

- (1) 根据上表判断，若从《全唐诗》含“山”字的唐诗中随机抽取一篇，则它属于哪个类别的可能性最大，属于哪个类别的可能性最小，并分别估计该唐诗属于这两个类别的概率；
- (2) 已知检索关键字的选取规则为：
- ①若有超过 95%的把握判断“某字”与“某类别”有关系，则“某字”为“某类别”的关键字；

②若“某字”被选为“某类别”关键字，则由其对应列联表得到的 K^2 的观测值越大，排名就越靠前；

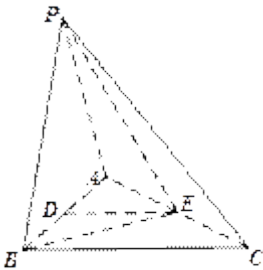
设“山”“帘”“花”和“爱情婚姻”对应的 K^2 观测值分别为 k_1, k_2, k_3 .已知 $k_1 \approx 0.516, k_2 \approx 31.962$ ，请完成下面列联表，并从上述三个字中选出“爱情婚姻”类别的关键字并排名.

	属于“爱情婚姻”类	不属于“爱情婚姻”类	总计
含“花”字的篇数			
不含“花”的篇数			
总计			

附： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n = a + b + c + d$.

$P(K^2 \geq k)$	0.05	0.025	0.010
k	3.841	5.024	6.635

- 21.（12分）如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中， $PA=PB=AB=2, BC=3, \angle ABC=90^\circ$ ，平面 $PAB \perp$ 平面 ABC ，
 $D、E$ 分别为 $AB、AC$ 中点.
- （1）求证： $AB \perp PE$ ；
 - （2）求二面角 $A-PB-E$ 的大小.



- 22.（10分）已知函数 $f(x)=(x-\frac{1}{x})\ln x, g(x)=x-\frac{k}{x}$.
- （1）证明：函数 $f(x)$ 的极小值点为 1；
 - （2）若函数 $y=f(x)-g(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 有两个零点，证明： $1\leq k < \frac{17}{8}$.

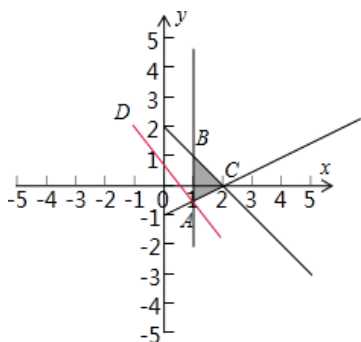
参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、B

【解析】

作出 inequality 组对应的平面区域，目标函数 $z = \frac{y-2}{x+1}$ 的几何意义为动点 $M(x, y)$ 到定点 $D(-1, 2)$ 的斜率，利用数形结合即可得到 z 的最小值。



【详解】

解：作出 inequality 组对应的平面区域如图：

目标函数 $z = \frac{y-2}{x+1}$ 的几何意义为动点 $M(x, y)$ 到定点 $D(-1, 2)$ 的斜率，

当 M 位于 $A\left(1, -\frac{1}{2}\right)$ 时，此时 DA 的斜率最小，此时 $z_{\min} = \frac{-\frac{1}{2}-2}{1+1} = -\frac{5}{4}$ 。

故选 B。

【点睛】

本题主要考查线性规划的应用以及两点之间的斜率公式的计算，利用 z 的几何意义，通过数形结合是解决本题的关键。

2、B

【解析】

由 $(1+ax)(1+x)^5 = (1+x)^5 + ax(1+x)^5$ ，进而分别求出展开式中 x^2 的系数及展开式中 x^3 的系数，令二者之和等于 -10 ，可求出实数 a 的值。

【详解】

$$\text{由 } (1+ax)(1+x)^5 = (1+x)^5 + ax(1+x)^5,$$

则展开式中 x^2 的系数为 $C_5^2 + aC_5^1 = 10 + 5a$ ，展开式中 x^3 的系数为 $C_5^3 + aC_5^2 = 10 + 10a$ ，

二者的系数之和为 $(10 + 5a) + (10a + 10) = 15a + 20 = -10$ ，得 $a = -2$ 。

故选：B.

【点睛】

本题考查二项式定理的应用，考查学生的计算求解能力，属于基础题.

3、B

【解析】

根据条件 2 名内科医生，每个村一名，3 名外科医生和 3 名护士，平均分成两组，则分 1 名外科，2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士，根据排列组合进行计算即可。

【详解】

2 名内科医生，每个村一名，有 2 种方法，

3 名外科医生和 3 名护士，平均分成两组，要求外科医生和护士都有，则分 1 名外科，2 名护士和 2 名外科医生和 1 名护士，

若甲村有 1 外科,2 名护士,则有 $\square_3^1 \square_3^2 = 3 \times 3 = 9$ ，其余的分到乙村，

若甲村有 2 外科,1 名护士,则有 $\square_3^2 \square_3^1 = 3 \times 3 = 9$ ，其余的分到乙村，

则总共的分配方案为 $2 \times (9+9) = 2 \times 18 = 36$ 种，

故选：B.

【点睛】

本题主要考查了分组分配问题，解决这类问题的关键是先分组再分配，属于常考题型.

4、A

【解析】

$\sqrt{x-2} > 0$ 可得集合 B ，求出补集 $C_R B$ ，再求出 $A \cap (C_R B)$ 即可。

【详解】

由 $\sqrt{x-2} > 0$ ，得 $x > 2$ ，即 $B = (2, +\infty)$ ，

所以 $C_R B = (-\infty, 2]$ ，

所以 $A \cap (C_R B) = (1, 2]$ 。

故选:A

【点睛】

本题考查了集合的补集和交集的混合运算,属于基础题.

5、D

【解析】

设出 A, B 坐标, 联立直线方程与抛物线方程, 利用弦长公式求得 $|AB|$, 再由点到直线的距离公式求得 P 到 AB 的距离, 得到 $\triangle PAB$ 的面积为 S , 作差后利用导数求最值.

【详解】

设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 联立 $\begin{cases} y = kx + 1 \\ x^2 = 4y \end{cases}$, 得 $x^2 - 4kx - 4 = 0$

则 $x_1 + x_2 = 4k$, $y_1 + y_2 = k(x_1 + x_2) + 2 = 4k^2 + 2$

则 $|AB| = y_1 + y_2 + p = 4k^2 + 4$

由 $x^2 = 4y$, 得 $y = \frac{x^2}{4} \Rightarrow y' = \frac{1}{2}x$

设 $P(x_0, y_0)$, 则 $\frac{1}{2}x_0 = k \Rightarrow x_0 = 2k$, $y_0 = k^2$

则点 P 到直线 $y = kx + 1$ 的距离 $d = \sqrt{k^2 + 1} \geq 1$

从而 $S = \frac{1}{2}|AB| \cdot d = 2(k^2 + 1) \cdot \sqrt{k^2 + 1}$

$S - |AB| = 2(k^2 + 1) \cdot \sqrt{k^2 + 1} - 4(k^2 + 1) = 2d^3 - 4d^2 (d \geq 1)$.

令 $f(x) = 2x^3 - 4x^2 \Rightarrow f'(x) = 6x^2 - 8x (x \geq 1)$

当 $1 \leq x \leq \frac{4}{3}$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > \frac{4}{3}$ 时, $f'(x) > 0$

故 $f(x)_{\min} = f\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{64}{27}$, 即 $S - |AB|$ 的最小值为 $-\frac{64}{27}$

本题正确选项: D

【点睛】

本题考查直线与抛物线位置关系的应用, 考查利用导数求最值的问题. 解决圆锥曲线中的面积类最值问题, 通常采用构造函数关系的方式, 然后结合导数或者利用函数值域的方法来求解最值.

6、D

【解析】

利用等差数列的通项公式可得 $a_1 = -6d$, 再利用等差数列的前 n 项和公式即可求解.

【详解】

由 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}$ 构成等差数列可得

$$\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_4} - \frac{1}{a_3}$$

$$\text{即 } \frac{a_1 - a_3}{a_1 a_3} = \frac{a_3 - a_4}{a_3 a_4} \Rightarrow \frac{-2d}{a_1} = \frac{-d}{a_4} \Rightarrow a_1 = 2a_4$$

$$\text{又 } a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_1 = 2(a_1 + 3d)$$

$$\text{解得: } a_1 = -6d$$

$$\text{又 } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2}(-12d + (n-1)d) = \frac{n}{2}d(n-13)$$

所以 $S_n = 0$ 时, $n = 13$.

故选: D

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式、等差数列的前 n 项和公式, 需熟记公式, 属于基础题.

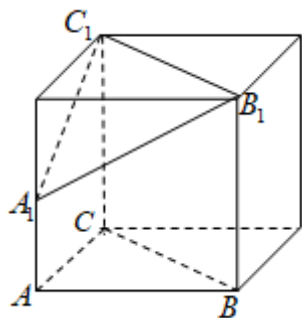
7、A

【解析】

根据题意, 可得几何体, 利用体积计算即可.

【详解】

由题意, 该几何体如图所示:



$$\text{该几何体的体积 } V = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times 2 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = \frac{10}{3}.$$

故选: A.

【点睛】

本题考查了常见几何体的三视图和体积计算, 属于基础题.

8、B

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/447005100161010003>