

强度计算.结构分析：振动分析：非线性振动理论

1 强度计算.结构分析：振动分析：非线性振动理论

1.1 基础理论

1.1.1 线性振动与非线性振动的区别

线性振动与非线性振动的主要区别在于系统响应与激励之间的关系。在线性振动系统中，系统响应与激励成正比，遵循叠加原理，即多个激励作用下的总响应等于每个激励单独作用时响应的线性组合。这种系统可以用线性微分方程描述，其解可以通过解析或数值方法直接求得。

非线性振动系统则不遵循叠加原理，系统响应与激励之间存在非线性关系。这种系统通常由非线性微分方程描述，其解往往需要通过数值方法求得，因为解析解通常不存在或非常复杂。非线性振动系统可以展现出多种复杂行为，如周期解、准周期解、混沌解等，这些行为在线性系统中是不存在的。

1.1.2 非线性振动系统的分类

非线性振动系统可以根据其非线性特性的来源和表现形式进行分类：

1. **几何非线性**：当结构的变形较大时，结构的几何形状变化对系统动力学特性产生显著影响，如大挠度梁的振动。
2. **材料非线性**：材料的应力-应变关系不是线性的，如塑性材料、粘弹性材料的振动。
3. **接触非线性**：当结构之间存在接触时，接触力的非线性特性会影响振动行为，如齿轮啮合、球轴承的振动。
4. **外部非线性**：外部激励的非线性特性，如风力、地震力的非线性作用。

1.1.3 非线性振动的基本概念

非线性振动的基本概念包括：

- **平衡点**：系统在没有外部激励时的静止状态，可以是稳定的或不稳定的。
- **极限环**：在非线性振动系统中，当系统达到一定条件时，其响应会稳定在一个周期性的轨道上，这个轨道称为极限环。
- **分岔**：系统参数变化时，系统行为的突然改变，如从稳定状态变为周期性振动，或从周期性振动变为混沌振动。
- **混沌**：在某些非线性振动系统中，即使初始条件的微小变化也会导致系统响应的极大差异，这种行为称为混沌。

1.2 示例：非线性振动系统的数值分析

假设我们有一个简单的非线性振动系统，描述为：

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + \alpha x^3 = F(t)$$

其中， m 是质量， c 是阻尼系数， k 是线性刚度系数， α 是非线性刚度系数， $F(t)$ 是外部激励力。

1.2.1 Python 代码示例

下面使用 Python 的 `scipy.integrate.solve_ivp` 函数来求解上述非线性振动系统的数值解。

```
import numpy as np
from scipy.integrate import solve_ivp
import matplotlib.pyplot as plt

# 定义非线性振动系统的微分方程
def nonlinear_vibration(t, y, m, c, k, alpha, F):
    x, v = y
    dxdt = v
    dvdt = (F - c*v - k*x - alpha*x**3) / m
    return [dxdt, dvdt]

# 系统参数
m = 1.0
c = 0.1
k = 1.0
alpha = 0.1
F = 1.0 * np.sin(2 * np.pi * t) # 外部激励力

# 初始条件
y0 = [0.1, 0.0]

# 时间范围
t_span = (0, 10)

# 求解微分方程
sol = solve_ivp(nonlinear_vibration, t_span, y0, args=(m, c, k, alpha, F), dense_output=True)

# 绘制结果
t = np.linspace(t_span[0], t_span[1], 1000)
x = sol.sol(t)[0]

plt.figure()
```

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/447156031052006160>