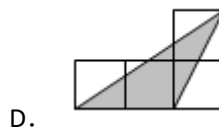
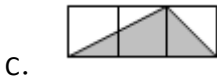
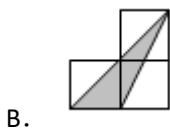
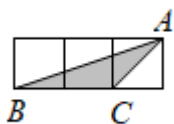


27.2.2 相似三角形的判定

基础篇

一、单选题：

1. 如图，小正方形的边长均为 1，则下列图中的三角形（阴影部分）与 $\triangle ABC$ 相似的是（ ）



【答案】A

【分析】根据网格的特点求出三角形的三边，再根据相似三角形的判定定理即可求解。

【详解】解：由题意可得 $\triangle ABC$ 的三边长分别是

$$AC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}, \quad BC = 2, \quad AB = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10},$$

A. 图中三角形的三边长分别是：1, $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$,

$\therefore \frac{\sqrt{2}}{1} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$, 两个三角形相似，故选项符合题意；

B. 图中三角形的三边长分别是：1, $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, $\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 三边不成比例，故选项不符合题意；

C. 图中三角形的三边长分别是： $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$, $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, 3, 三边不成比例，故选项不符合题意；

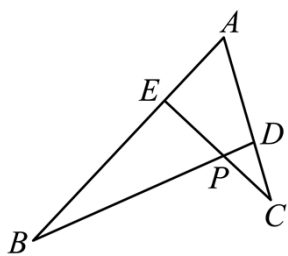
D. 图中三角形的三边长分别是：2, $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$, 三边不成比例，故选项不符合题意；

故选：A

【点睛】此题考查了相似三角形的判定，熟练掌握三边成比例的两个三角形相似是解题的关键。

2. 如图，下列条件能使 $\triangle BPE$ 和 $\triangle CPD$ 相似的有（ ）

① $\angle B = \angle C$ ；② $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB}$ ；③ $\angle ADB = \angle AEC$ ；④ $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ；⑤ $\frac{PE}{PD} = \frac{BP}{PC}$ 。



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】C

【分析】根据“两角相等的两个三角形相似”判断①；根据“两边成比例，且夹角相等的两个三角形相似”证明 $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ ，可得 $\angle B = \angle C$ ，进而判断④，即可说明②；根据平角定义得 $\angle CDP = \angle BEP$ ，再结合“两角相等的两个三角形相似”判断③即可；最后根据“两边成比例，且夹角相等的两个三角形相似”判断⑤即可。

【详解】 $\because \angle B = \angle C$ ， $\angle BPE = \angle CPD$ ，

$\therefore \triangle BPE \sim \triangle CPD$ ，

所以①符合题意；

$\because \angle A = \angle A$ ， $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ ，

$\therefore \triangle ABD \sim \triangle ACE$ ，

$\therefore \angle B = \angle C$ 。

$\because \angle BPE = \angle CPD$ ，

$\therefore \triangle BPE \sim \triangle CPD$ ，

所以④符合题意，②不符合题意；

$\because \angle ADB = \angle AEC$ ，

$\therefore \angle CDP = \angle BEP$ 。

$\because \angle BPE = \angle CPD$ ，

$\therefore \triangle BPE \sim \triangle CPD$ ，

所以③符合题意；

$\because \angle BPE = \angle CPD$ ， $\frac{PE}{PD} = \frac{BP}{PC}$ ，

$\therefore \triangle BPE \sim \triangle CPD$ ，

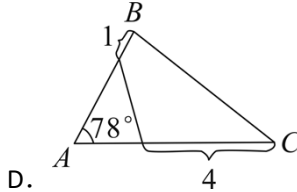
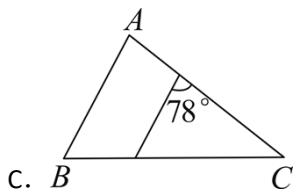
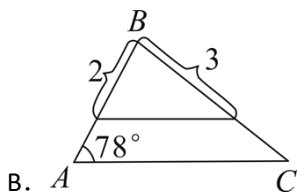
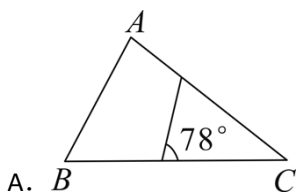
所以⑤符合题意。

则符合题意的有 4 个。

故选：C.

【点睛】本题主要考查了相似三角形的判定，灵活选择判定定理是解题的关键.

3. 已知在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 78^\circ$, $AB = 4$, $AC = 6$ ，则下列选项中阴影部分的三角形与原 $\triangle ABC$ 不相似的是()



【答案】B

【分析】利用相似三角形的判定方法依次判断可求解.

【详解】解 A、由有两组角对应相等的两个三角形相似，可证阴影部分的三角形与原 $\triangle ABC$ 相似，故选项 A 不符合题意；

B、两边对应成比例，而夹角不一定相等，不能证明阴影部分的三角形与原 $\triangle ABC$ 相似，故选项 B 符合题意；

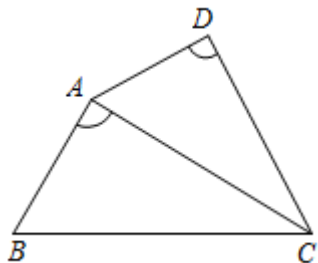
C、由有两组角对应相等的两个三角形相似，可证阴影部分的三角形与原 $\triangle ABC$ 相似，故选项 C 不符合题意；

D、由两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似，故选项 D 不符合题意；

故选：B.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定，掌握相似三角形的判定方法是解题的关键.

4. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle ADC = \angle BAC$ ，那么补充下列条件后不能判定 $\triangle ADC$ 和 $\triangle BAC$ 相似的是()



- A. CA 平分 $\angle BCD$ B. $\angle DAC = \angle ABC$ C. $AC^2 = BC \cdot CD$ D. $\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{AC}$

【答案】C

【分析】根据已知条件 $\angle ADC = \angle BAC$ ，再添加一组角相等，或者夹这个角的两边对应成比例即可判断两三

角形相似，据此即可求解．

【详解】解：在四边形 $ABCD$ 中，已知 $\angle ADC = \angle BAC$ ，

A. CA 平分 $\angle BCD$ ，则 $\angle BCA = \angle ACD$ ，可以判断 $\triangle ADC \sim \triangle BAC$ 相似；不符合题意；

B. $\angle DAC = \angle ABC$ ，可以判断 $\triangle ADC \sim \triangle BAC$ 相似；不符合题意；

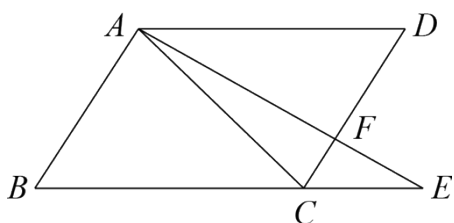
C. $AC^2 = BC \cdot CD$ ，即 $\frac{AC}{BC} = \frac{CD}{AC}$ ，不能判断 $\triangle ADC \sim \triangle BAC$ 相似；符合题意；

D. $\frac{AD}{AB} = \frac{DC}{AC}$ ，可以判断 $\triangle ADC \sim \triangle BAC$ 相似；不符合题意．

故选：C．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定，掌握相似三角形的判定定理是解题的关键．

5. 如图， E 是 $\square ABCD$ 的边 BC 的延长线上的一点，连结 AE 交 CD 于 F ，则图中共有相似三角形（ ）．



A. 2 对

B. 3 对

C. 4 对

D. 5 对

【答案】C

【分析】根据已知及相似三角形的判定方法进行分析，从而得到图中的相似三角形的对数．

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $DC \parallel AB$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle ACB$ ， $\angle D = \angle B$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle CDA$ ；

又 $\angle ABC = \angle FCE$ ， $\angle E = \angle E$ ，

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCE$ ；

$\because \angle DAF = \angle FEC$ ， $\angle AFD = \angle EFC$ ，

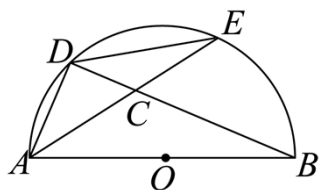
$\therefore \triangle FDA \sim \triangle FCE$ ；

$\therefore \triangle ABE \sim \triangle FDA$ ；

故选：C．

【点睛】此题主要考查了平行四边形的性质及相似三角形的判定，解题关键是掌握相似三角形的判定方法，注意相似三角形具有传递性．

6. 如图， AB 是半圆 O 的直径， D ， E 是半圆上任意两点，连结 AD ， DE ， AE 与 BD 相交于点 C ，要使 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ABD$ 相似，可以添加一个条件．下列添加的条件其中错误的是（ ）



- A. $\angle ACD = \angle DAB$ B. $AD = DE$
C. $AD^2 = BD \cdot CD$ D. $CD \cdot AB = AC \cdot BD$

【答案】D

【分析】利用有两组角对应相等的两个三角形相似可对 A 进行判定；先利用等腰三角形的性质和圆周角定理得到 $\angle DAC = \angle B$ ，然后利用有两组角对应相等的两个三角形相似可对 B 进行判定；利用两组对应边的比相等且夹角对应相等的两个三角形相似可对 C、D 进行判定．

【详解】解： $\because \angle ADC = \angle BDA$ ， $\angle ACD = \angle DAB$ ，

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BDA$ ，故 A 选项正确；

$\because AD = DE$ ，

$\therefore \widehat{AD} = \widehat{DE}$ ，

$\therefore \angle DAE = \angle ABD$ ，

$\because \angle ADC = \angle BDA$ ，

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BDA$ ，故 B 选项正确；

$\because AD^2 = BD \cdot CD$ ，

$\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{CD}{AD}$ ，

$\because \angle ADC = \angle BDA$

$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BDA$ ，故 C 选项正确；

$\because CD \cdot AB = AC \cdot BD$ ，

$\therefore \frac{CD}{AC} = \frac{BD}{AB}$ ，

$\because \angle ACD > \angle ABD$ ，

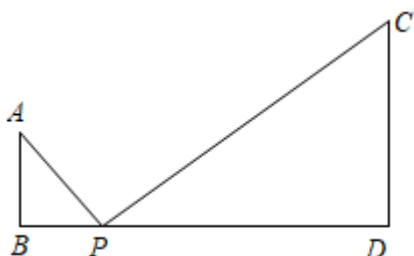
$\therefore \triangle DAC$ 与 $\triangle DBA$ 不相似，故 D 选项错误．

故选：D．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定：三组对应边的比相等的两个三角形相似；两组对应边的比相等且

夹角对应相等的两个三角形相似；有两组角对应相等的两个三角形相似；也考查了圆周角定理，解题的关键是掌握相似三角形的判定方法．

7. 已知 $AB=4$ ， $CD=6$ ， $BD=10$ ， $AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$ ，在线段 BD 上有一点 P ，使得 $\triangle PAB$ 和 $\triangle PCD$ 相似，则满足条件的点 P 的有（ ）个．



A. 1

B. 2

C. 3

D. 无数

【答案】B

【分析】分两种情况讨论，当 $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$ 或 $\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$ 时， $\triangle PAB$ 和 $\triangle PCD$ 相似，列出等式求解即可．

【详解】解：∵ $AB=4$ ， $BD=6$ ， $CD=10$ ，

设 $BP=x$ ，则 $PD=BD-BP=10-x$ ，

∵ $AB \perp BD$ ， $CD \perp BD$ ，

∴ $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，

∴ 当 $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$ 或 $\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$ 时，

$\triangle PAB$ 和 $\triangle PCD$ 相似，

当 $\frac{AB}{CD} = \frac{BP}{PD}$ 时，

则 $\frac{4}{6} = \frac{x}{10-x}$ ，

解得 $x=4$ ；

当 $\frac{AB}{PD} = \frac{BP}{CD}$ 时，

则 $\frac{4}{10-x} = \frac{x}{6}$ ，

解得 $x_1=4$ ， $x_2=6$ ，

∴ $BP=4$ 或 6 ，

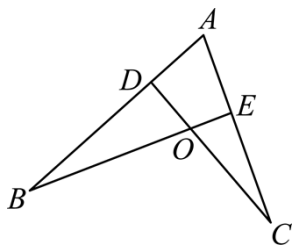
∴ 满足条件的点 P 的有 2 个．

故选：B．

【点睛】本题考查了相似三角形的判定，掌握相似三角形的判定方法是解题的关键.

二、填空题:

8. 如图, 已知 $\angle C = \angle B$, 则 _____ $\sim$ _____, _____ $\sim$ _____.



【答案】 $\triangle ACD$ $\triangle ABE$ $\triangle BOD$ $\triangle COE$

【分析】根据相似三角形的判定定理即可证明哪两个三角形相似, 填空即可.

【详解】解: $\because \angle C = \angle B$, $\angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ACD \sim \triangle ABE$,

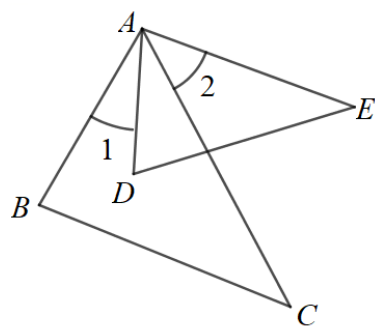
$\because \angle C = \angle B$, $\angle DOB = \angle EOC$,

$\therefore \triangle BOD \sim \triangle COE$,

故答案为: $\triangle ACD$, $\triangle ABE$, $\triangle BOD$, $\triangle COE$.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定, 解题关键是熟练运用两个角对应相等的两个三角形相似进行判断推理.

9. 如图, $\angle 1 = \angle 2$, 请你补充一个条件: _____, 使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.



【答案】 $\angle B = \angle D$ (答案不唯一)

【分析】相似三角形的判定问题, 由题意, $\angle BAC = \angle DAE$, 所以再加一对对应角相等即可.

【详解】解: $\because \angle 1 = \angle 2$, $\therefore \angle BAC = \angle DAE$,

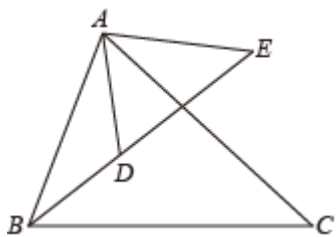
要使 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$, 只需再有一对应角相等即可,

$\therefore$ 添加的条件为 $\angle B = \angle D$.

故答案为: $\angle B = \angle D$.

【点睛】本题主要考查三角形相似的判定，熟练掌握相似三角形的性质及判定定理是解题的关键.

10. 如图, 若 $\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{() } = \frac{AC}{AE}$, 则 $\triangle BAC \sim \triangle DAE$.



【答案】DE

【分析】结合相似三角形的性质即可求解

【详解】解: $\because \triangle BAC \sim \triangle DAE$

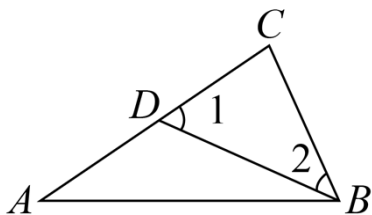
$$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE} \quad (\text{相似三角形对应边成比例})$$

故答案是: DE

【点睛】本题主要考察相似三角形的性质, 属于基础理解题, 难度不大. 解题的关键是掌握相似三角形的性质和相似三角形顶点的对应关系. 注意: 在相似三角形中, 用相似符号 ($\sim$) 连接的两个三角形, 则相同位置的顶点是对应顶点.

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为边 AC 上的一点, 选择下列条件:

① $\angle 2 = \angle A$; ② $\angle 1 = \angle CBA$; ③ $\frac{BC}{AC} = \frac{CD}{AB}$; ④ $\frac{BC}{AC} = \frac{CD}{BC} = \frac{DB}{AB}$ 中的一个, 不能得出 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BCD$ 相似的是: _____ (填序号).



【答案】③

【分析】根据相似三角形的判定定理可得结论.

【详解】解: ① $\angle 2 = \angle A$, $\angle C = \angle C$ 时, $\triangle ABC \sim \triangle BDC$, 故①不符合题意;

② $\angle 1 = \angle CBA$, $\angle C = \angle C$ 时, $\triangle ABC \sim \triangle BDC$, 故②不符合题意;

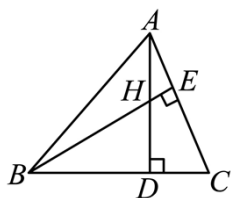
③ $\frac{BC}{AC} = \frac{CD}{AB}$, $\angle C = \angle C$ 时, 不能推出 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$, 故③符合题意;

④ $\frac{BC}{AC} = \frac{CD}{BC} = \frac{DB}{AB}$, $\angle C = \angle C$ 时, $\triangle ABC \sim \triangle BDC$, 故④不符合题意,

故答案为：③

【点睛】本题考查了相似三角形的判定，解题的关键是掌握两组对应边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似；有两角对应相等的两个三角形相似。

12. 如图， $\triangle ABC$ 的两条高 AD 、 BE 交于点 H ，则图中的相似三角形共有____对。



【答案】6

【分析】根据相似三角形的判定定理找出相似的三角形即可。

【详解】解：∵ $AD \perp BC$ ， $BE \perp AC$ ，

$$\therefore \angle ADC = \angle BEC,$$

$$\therefore \angle C = \angle C,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BEC;$$

$$\therefore \angle A = \angle A, \angle ADC = \angle AEH,$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle AEH;$$

$$\therefore \triangle AEH \sim \triangle BEC;$$

$$\therefore \angle BHD = \angle AHE, \angle BDH = \angle AEH,$$

$$\therefore \triangle BDH \sim \triangle AEH;$$

$$\therefore \triangle BDH \sim \triangle BEC;$$

$$\therefore \triangle ADC \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \triangle BDH \sim \triangle ADC;$$

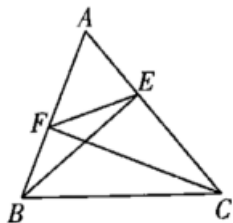
综上所述：有 6 对相似三角形。

故答案为：6

【点睛】本题考查相似三角形的判定定理，解题的关键是熟练掌握相似三角形的判定定理，找出所有的相似三角形。

提升篇

1. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 60^\circ$, BE 、 CF 分别是 AC 、 AB 边上的高, 连接 EF , 则 $EF:BC$ 的值为()



- A. 1:2 B. 2:3 C. 1:4 D. 2:5

【答案】A

【分析】先证明 $\triangle ABE \sim \triangle ACF$ 得到 $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$, 接着可以判断 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ 得到比例式 $\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}$, 再利用含 30° 的直角三角形三边的关系得到 $AE = \frac{1}{2}AB$, 即 $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$, 可得到 $EF:BC$ 的值.

【详解】 $\because BE, CF$ 分别是 AC, AB 边上的高, $\therefore \angle AEB = \angle AFC = 90^\circ$,

$\because \angle A = \angle A$, $\therefore \triangle ABE \sim \triangle ACF$,

$$\therefore \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC}, \text{ 即 } \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}.$$

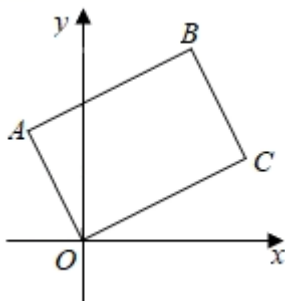
$$\text{又 } \because \angle A = \angle A, \therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC, \therefore \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC}.$$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $\angle ABE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AB, \therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}. \text{故选项 A 正确.}$$

【点睛】本题考查的知识点是相似三角形的性质与判定及含有 30° 的直角三角形具有的特殊边的关系.

2. 将矩形 $OABC$ 如图放置, O 为坐标原点, 若点 $A(-1, 2)$, 点 B 的纵坐标是 $\frac{7}{2}$, 则点 C 的坐标是()

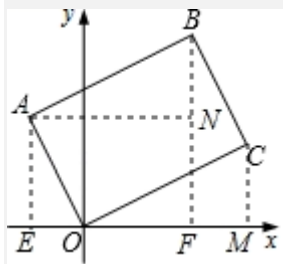


- A. $(4, 2)$ B. $(3, \frac{3}{2})$ C. $(3, \frac{9}{4})$ D. $(2, \frac{3}{2})$

【答案】B

【分析】首先构造直角三角形，利用相似三角形的判定与性质以及结合全等三角形的判定与性质得出 $CM = \frac{3}{2}$ ， $MO=3$ ，进而得出答案．

【详解】如图，过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E ，过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于点 F ，过点 A 作 $AN \perp BF$ 于点 N ，



过点 C 作 $CM \perp x$ 轴于点 M ．

$$\because \angle EAO + \angle AOE = 90^\circ, \quad \angle AOE + \angle MOC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle EAO = \angle COM,$$

$$\text{又} \because \angle AEO = \angle CMO = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AEO \sim \triangle OMC,$$

$$\therefore \frac{OE}{CM} = \frac{AE}{OM},$$

$$\because \angle BAN + \angle OAN = 90^\circ, \quad \angle EAO + \angle OAN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAN = \angle EAO = \angle COM,$$

在 $\triangle ABN$ 和 $\triangle OCM$ 中，

$$\begin{cases} \angle BNA = \angle CMO \\ \angle BAN = \angle COM, \\ AB = OC \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABN \cong \triangle OCM \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BN = CM.$$

$$\because \text{点 } A(-1, 2), \text{ 点 } B \text{ 的纵坐标是 } \frac{7}{2},$$

$$\therefore BN = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CM = \frac{3}{2},$$

$$\therefore \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{OM},$$

$$\therefore MO = 3,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/448053041034006077>