

湖北省孝感市 2022-2023 学年招生全国统一考试仿真卷（十二）-高考数学试题仿真试题

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

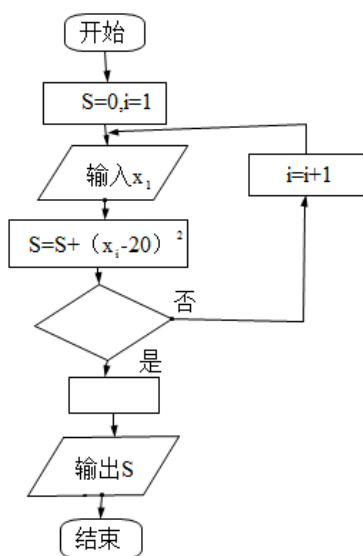
1. 在正项等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_5 - a_1 = 15$ ， $a_4 - a_2 = 6$ ，则 $a_3 =$ ()

- A. 2 B. 4 C. $\frac{1}{2}$ D. 8

2. 框图与程序是解决数学问题的重要手段，实际生活中的一些问题在抽象为数学模型之后，可以制作框图，编写程序，

得到解决，例如，为了计算一组数据的方差，设计了如图所示的程序框图，其中输入 $x_1 = 15$ ， $x_2 = 16$ ， $x_3 = 18$ ，

$x_4 = 20$ ， $x_5 = 22$ ， $x_6 = 24$ ， $x_7 = 25$ ，则图中空白框中应填入 ()



- A. $i > 6$ ， $S = \frac{S}{7}$ B. $i \leq 6$ ， $S = \frac{S}{7}$ C. $i > 6$ ， $S = 7S$ D. $i \leq 6$ ， $S = 7S$

3. 设函数 $f(x)$ 定义域为全体实数，令 $g(x) = f(|x|) - |f(x)|$ ，有以下 6 个论断：

- ① $f(x)$ 是奇函数时， $g(x)$ 是奇函数；
- ② $f(x)$ 是偶函数时， $g(x)$ 是奇函数；
- ③ $f(x)$ 是偶函数时， $g(x)$ 是偶函数；
- ④ $f(x)$ 是奇函数时， $g(x)$ 是偶函数

⑤ $g(x)$ 是偶函数;

⑥ 对任意的实数 x , $g(x) \geq 0$.

那么正确论断的编号是 ()

- A. ③④ B. ①②⑥ C. ③④⑥ D. ③④⑤

4. 设向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 1, \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle = 60^\circ$, 则 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 的取值范围是

- A. $[\sqrt{2}, +\infty)$ B. $[\sqrt{3}, +\infty)$
C. $[\sqrt{2}, 6]$ D. $[\sqrt{3}, 6]$

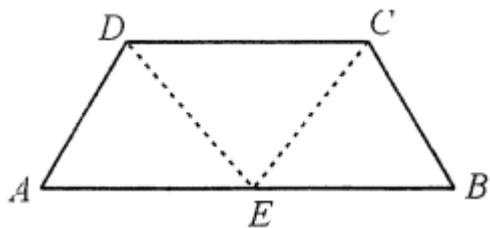
5. 设 a, b, c 为非零实数, 且 $a > c, b > c$, 则 ()

- A. $a + b > c$ B. $ab > c^2$ C. $\frac{a+b}{2} > c$ D. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > \frac{2}{c}$

6. 若 $(1-2x)^n$ 的二项展开式中 x^2 的系数是 40, 则正整数 n 的值为 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

7. 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC, AB = 2DC = 2AD = 2, \angle DAB = 60^\circ$, E 为 AB 的中点, 将 $\triangle ADE$ 与 $\triangle BEC$ 分别沿 ED, EC 向上折起, 使 A, B 重合为点 F , 则三棱锥 $F-DCE$ 的外接球的体积是 ()



- A. $\frac{\sqrt{6}}{8}\pi$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}\pi$
C. $\frac{3}{2}\pi$ D. $\frac{2}{3}\pi$

8. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 记 $f_1(x) = f'(x), f_2(x) = f_1'(x), \dots, f_{n+1}(x) = f_n'(x) (n \in \mathbb{N}^*)$. 若

$f(x) = x \sin x$, 则 $f_{2019}(x) + f_{2021}(x) =$ ()

- A. $-2 \cos x$ B. $-2 \sin x$ C. $2 \cos x$ D. $2 \sin x$

9. 已知抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 抛物线上任意一点 P , 且 $PQ \perp y$ 轴交 y 轴于点 Q , 则 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PF}$ 的最小值为 ()

- A. $-\frac{1}{4}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. 1

10. 高斯是德国著名的数学家, 近代数学奠基者之一, 享有“数学王子”的称号, 用其名字命名的“高斯函数”为: 设

$x \in \mathbf{R}$ ，用 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数，则 $y = [x]$ 称为高斯函数，例如： $[-0.5] = -1$ ， $[1.5] = 1$ ，已知函数

$f(x) = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 4$ ($0 < x < 2$)，则函数 $y = [f(x)]$ 的值域为 ()

- A. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1, 0, 1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

11. 若实数 x 、 y 满足 $\begin{cases} y \leq 2 \\ x + y \geq 1 \\ y \geq x \end{cases}$ ，则 $z = x + 2y$ 的最小值是 ()

- A. 6 B. 5 C. 2 D. $\frac{3}{2}$

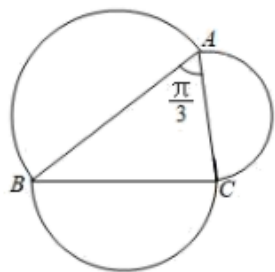
12. 在区间 $[-3, 3]$ 上随机取一个数 x ，使得 $\frac{3-x}{x-1} \geq 0$ 成立的概率为等差数列 $\{a_n\}$ 的公差，且 $a_2 + a_6 = -4$ ，若

$a_n > 0$ ，则 n 的最小值为 ()

- A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 定义在封闭的平面区域 D 内任意两点的距离的最大值称为平面区域 D 的“直径”.已知锐角三角形的三个点 A ， B ， C ，在半径为 $\sqrt{3}$ 的圆上，且 $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ ，分别以 $\triangle ABC$ 各边为直径向外作三个半圆，这三个半圆和 $\triangle ABC$ 构成平面区域 D ，则平面区域 D 的“直径”的最大值是_____.



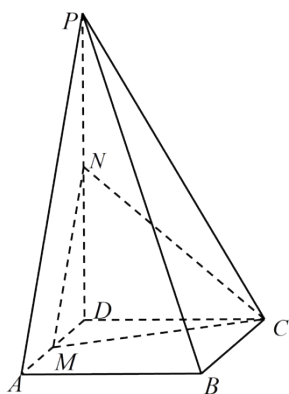
14. 函数 $y = \sqrt{\log \frac{1}{2} x}$ 的定义域为_____.

15. 已知关于空间两条不同直线 m 、 n ，两个不同平面 α 、 β ，有下列四个命题：①若 $m \parallel \alpha$ 且 $n \parallel \alpha$ ，则 $m \parallel n$ ；②若 $m \perp \beta$ 且 $m \perp n$ ，则 $n \parallel \beta$ ；③若 $m \perp \alpha$ 且 $m \parallel \beta$ ，则 $\alpha \perp \beta$ ；④若 $n \subset \alpha$ ，且 $m \perp \alpha$ ，则 $m \perp n$.其中正确命题的序号为_____.

16. 设 $f(x)$ ， $g(x)$ 分别是定义在 R 上的奇函数和偶函数，且 $f(x) + g(x) = (x+1)^2 - 2^{x+1}$ ，则 $f(1) - g(1) =$ _____

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12分)如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PD = 2AD$ ， $PD \perp DA$ ， $PD \perp DC$ ，底面 $ABCD$ 为正方形， M 、 N 分别为 AD 、 PD 的中点.



(1) 求证: $PA \parallel$ 平面 MNC ;

(2) 求直线 PB 与平面 MNC 所成角的正弦值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x+6| - |m-x| (m \in R)$.

(I) 当 $m=3$ 时, 求不等式 $f(x) \geq 5$ 的解集;

(II) 若不等式 $f(x) \leq 7$ 对任意实数 x 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = (1 + \sqrt{3} \tan x) \cos^2 x$.

(I) 若 α 是第二象限角, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 求 $f(\alpha)$ 的值;

(II) 求函数 $f(x)$ 的定义域和值域.

20. (12 分) 已知函数 $f(x) = x + a(1 - e^x)$, $a \in R$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a \geq 1$ 时, 证明: $f(x) - a \ln a + a \leq 1$.

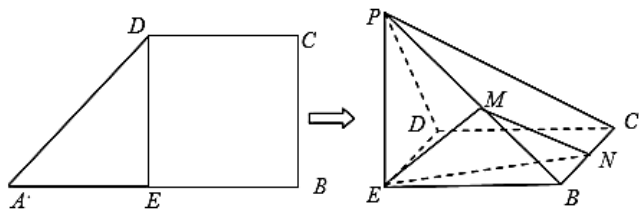
21. (12 分) 某社区服务中心计划按月订购一种酸奶, 每天进货量相同, 进货成本每瓶 5 元, 售价每瓶 7 元, 未售出的酸奶降价处理, 以每瓶 2 元的价格当天全部处理完. 根据往年销售经验, 每天需求量与当天最高气温 (单位: 摄氏度 $^{\circ}\text{C}$) 有关. 如果最高气温不低于 25, 需求量为 600 瓶; 如果最高气温位于区间 $[20, 25)$, 需求量为 500 瓶; 如果最高气温低于 20, 需求量为 300 瓶. 为了确定六月份的订购计划, 统计了前三年六月份各天的最高气温数据, 得下面的频数分布表:

最高气温	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$	$[30, 35)$	$[35, 40)$
天数	4	14	36	27	6	3

以最高气温位于各区间的频率代替最高气温位于该区间的概率.

- (1) 求六月份这种酸奶一天的需求量 X (单位: 瓶) 的分布列;
- (2) 设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y (单位: 元), 当六月份这种酸奶一天的进货量为 n (单位: 瓶) 时, Y 的数学期望的取值范围?

22. (10 分) 如图, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2DC = 2BC$, E 为 AB 的中点, 沿 DE 将 $\triangle ADE$ 折起, 使得点 A 到点 P 位置, 且 $PE \perp EB$, M 为 PB 的中点, N 是 BC 上的动点 (与点 B , C 不重合).



(I) 证明: 平面 $EMN \perp$ 平面 PBC 垂直;

(II) 是否存在点 N , 使得二面角 $B-EN-M$ 的余弦值 $\frac{\sqrt{6}}{6}$? 若存在, 确定 N 点位置; 若不存在, 说明理由.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. B

【解析】

根据题意得到 $a_5 - a_1 = a_1 q^4 - a_1 = 15$, $a_4 - a_2 = a_1 q^3 - a_1 q = 6$, 解得答案.

【详解】

$$a_5 - a_1 = a_1 q^4 - a_1 = 15, \quad a_4 - a_2 = a_1 q^3 - a_1 q = 6, \quad \text{解得} \begin{cases} a_1 = 1 \\ q = 2 \end{cases} \text{或} \begin{cases} a_1 = -16 \\ q = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (\text{舍去}).$$

$$\text{故 } a_3 = a_1 q^2 = 4.$$

故选: B.

【点睛】

本题考查了等比数列的计算, 意在考查学生的计算能力.

2. A

【解析】

依题意问题是 $S = \frac{1}{7}[(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_7 - 20)^2]$ ，然后按直到型验证即可.

【详解】

根据题意为了计算 7 个数的方差，即输出的 $S = \frac{1}{7}[(x_1 - 20)^2 + (x_2 - 20)^2 + \dots + (x_7 - 20)^2]$ ，

观察程序框图可知，应填入 $i > 6$ ， $S = \frac{S}{7}$ ，

故选：A.

【点睛】

本题考查算法与程序框图，考查推理论证能力以及转化与化归思想，属于基础题.

3. A

【解析】

根据函数奇偶性的定义即可判断函数 $g(x)$ 的奇偶性并证明.

【详解】

当 $f(x)$ 是偶函数，则 $f(-x) = f(x)$ ，

所以 $g(-x) = f(|-x|) - |f(-x)| = f(|x|) - |f(x)| = g(x)$ ，

所以 $g(x)$ 是偶函数；

当 $f(x)$ 是奇函数时，则 $f(-x) = -f(x)$ ，

所以 $g(-x) = f(|-x|) - |f(-x)| = f(|x|) - |f(x)| = g(x)$ ，

所以 $g(x)$ 是偶函数；

当 $f(x)$ 为非奇非偶函数时，例如： $f(x) = x + 5$ ，

则 $f(|-2|) = 7$ ， $|f(-2)| = 3$ ，此时 $g(-2) > 0$ ，故⑥错误；

故③④正确.

故选：A

【点睛】

本题考查了函数的奇偶性定义，掌握奇偶性定义是解题的关键，属于基础题.

4. B

【解析】

由模长公式求解即可.

【详解】

$$|\vec{a} + t\vec{b}| = \sqrt{(\vec{a} + t\vec{b})^2} = \sqrt{\vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}t + t^2\vec{b}^2} = \sqrt{4 + 2t + t^2} = \sqrt{(t+1)^2 + 3} \geq \sqrt{3},$$

当 $t = -1$ 时取等号, 所以本题答案为 B.

【点睛】

本题考查向量的数量积, 考查模长公式, 准确计算是关键, 是基础题.

5. C

【解析】

取 $a = -1, b = -1, c = -2$, 计算知 ABD 错误, 根据不等式性质知 C 正确, 得到答案.

【详解】

$a > c, b > c$, 故 $a + b > 2c$, $\frac{a+b}{2} > c$, 故 C 正确;

取 $a = -1, b = -1, c = -2$, 计算知 ABD 错误;

故选: C.

【点睛】

本题考查了不等式性质, 意在考查学生对于不等式性质的灵活运用.

6. B

【解析】

先化简 $(1-2x)^n$ 的二项展开式中第 $r+1$ 项 $T_{r+1} = C_n^r \cdot 1^{n-r} \cdot (-2x)^r$, 然后直接求解即可

【详解】

$(1-2x)^n$ 的二项展开式中第 $r+1$ 项 $T_{r+1} = C_n^r \cdot 1^{n-r} \cdot (-2x)^r$. 令 $r = 2$, 则 $T_3 = C_n^2 \cdot (-2x)^2$, $\therefore 4C_n^2 = 40$, $\therefore n = -4$ (舍) 或 $n = 5$.

【点睛】

本题考查二项展开式问题, 属于基础题

7. A

【解析】

由题意等腰梯形中的三个三角形都是等边三角形, 折叠成的三棱锥是正四面体, 易求得其外接球半径, 得球体积.

【详解】

由题意等腰梯形中 $DA = AE = EB = BC = CD$, 又 $\angle DAB = 60^\circ$, $\therefore \triangle AED$, $\triangle BCE$ 是靠边三角形, 从而可得 $DE = CE = CD$, $\therefore$ 折叠后三棱锥 $F-DEC$ 是棱长为 1 的正四面体,

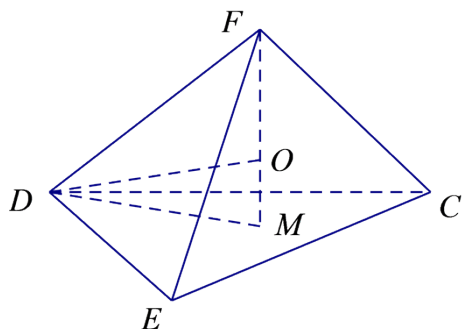
设 M 是 $\triangle DCE$ 的中心，则 $FM \perp$ 平面 DCE ， $DM = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ， $FM = \sqrt{FD^2 - DM^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，

$F-DCE$ 外接球球心 O 必在高 FM 上，设外接球半径为 R ，即 $OF = OD = R$ ，

$$\therefore R^2 = \left(\frac{\sqrt{6}}{3} - R\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2, \text{ 解得 } R = \frac{\sqrt{6}}{4},$$

$$\text{球体积为 } V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{4}\right)^3 = \frac{\sqrt{6}}{8} \pi.$$

故选：A.



【点睛】

本题考查求球的体积，解题关键是由已知条件确定折叠成的三棱锥是正四面体.

8. D

【解析】

通过计算 $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x), f_5(x)$ ，可得 $f_{4k-3}(x), f_{4k-2}(x), f_{4k-1}(x), f_{4k}(x)$ ，最后计算可得结果.

【详解】

由题可知： $f(x) = x \sin x$

所以 $f_1(x) = \sin x + x \cos x, f_2(x) = 2 \cos x - x \sin x$

$f_3(x) = -3 \sin x - x \cos x, f_4(x) = -4 \cos x + x \sin x$

$f_5(x) = 5 \sin x + x \cos x, \dots$

所以猜想可知： $f_{4k-3}(x) = (4k-3) \sin x + x \cos x$

$f_{4k-2}(x) = (4k-2) \cos x - x \sin x$

$f_{4k-1}(x) = -(4k-1) \sin x - x \cos x$

$$f_{4k}(x) = -4k \cos x + x \sin x$$

$$\text{由 } 2019 = 4 \times 505 - 1, 2021 = 4 \times 506 - 3$$

$$\text{所以 } f_{2019}(x) = -2019 \sin x - x \cos x$$

$$f_{2021}(x) = 2021 \sin x + x \cos x$$

$$\text{所以 } f_{2019}(x) + f_{2021}(x) = 2 \sin x$$

故选：D

【点睛】

本题考查导数的计算以及不完全归纳法的应用，选择题、填空题可以使用取特殊值，归纳猜想等方法的使用，属中档题.

9. A

【解析】

设点 $P\left(\frac{y^2}{4}, y\right)$ ，则点 $Q(0, y)$ ， $F(1, 0)$ ，利用向量数量积的坐标运算可得 $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PF} = \frac{1}{16}(y^2 - 2)^2 - \frac{1}{4}$ ，利用二次函

数的性质可得最值.

【详解】

解：设点 $P\left(\frac{y^2}{4}, y\right)$ ，则点 $Q(0, y)$ ， $F(1, 0)$ ，

$$\therefore \overrightarrow{PQ} = \left(-\frac{y^2}{4}, 0\right), \overrightarrow{PF} = \left(1 - \frac{y^2}{4}, -y\right),$$

$$\therefore \overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PF} = \left(-\frac{y^2}{4}, 0\right) \cdot \left(1 - \frac{y^2}{4}, -y\right) = \frac{y^4}{16} - \frac{y^2}{4} = \frac{1}{16}(y^2 - 2)^2 - \frac{1}{4},$$

当 $y^2 = 2$ 时， $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PF}$ 取最小值，最小值为 $-\frac{1}{4}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查抛物线背景下的向量的坐标运算，考查学生的计算能力，是基础题.

10. B

【解析】

利用换元法化简 $f(x)$ 解析式为二次函数的形式，根据二次函数的性质求得 $f(x)$ 的取值范围，由此求得 $y = [f(x)]$ 的值域.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/448134136051006137>