

1.1 锐角三角函数

第1课时 正切与坡度

学习目标

1. 理解正切的意义，并能举例说明；(重点)
2. 能够根据正切的概念进行简单的计算；(重点)
3. 能运用正切、坡度解决问题。(难点)

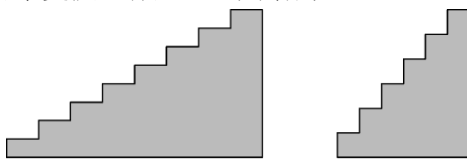
教学过程

一、情境导入

观察与思考：

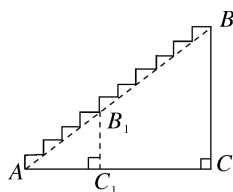
某体育馆为了方便不同需求的观众，设计了不同坡度的台阶。

问题 1：图①中的台阶哪个更陡？你是怎么判断的？



图①

问题 2：如何描述图②中台阶的倾斜程度？除了用 $\angle A$ 的大小来描述，还可以用什么方法？



图②

方法一：通过测量 BC 与 AC 的长度算出它们的比，来说明台阶的倾斜程度；

方法二：在台阶斜坡上另找一点 B_1 ，测出 B_1C_1 与 AC_1 的长度，算出它们的比，也能说明台阶的倾斜程度。

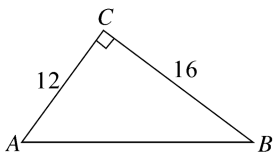
你觉得上面的方法正确吗？

二、合作探究

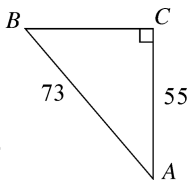
探究点一：正切

【类型一】 根据正切的概念求正切值

例 1 分别求出图中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的正切值(其中 $\angle C=90^\circ$)。



图①



图②

由上面的例子可以得出结论：直角三角形的两个锐角的正切值互为_____.

解析：根据勾股定理求出需要的边长，然后利用正切的定义解答即可.

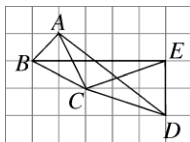
解：如图①， $\tan \angle A = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ ， $\tan \angle B = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ ；如图②， $BC = \sqrt{73^2 - 55^2} = 48$ ， $\tan \angle A = \frac{48}{55}$ ， $\tan \angle B = \frac{55}{48}$.

因而直角三角形的两个锐角的正切值互为倒数.

方法总结：求锐角的三角函数值的方法：利用勾股定理求出需要的边长，根据锐角三角函数的定义求出对应三角函数值即可.

变式训练：见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第1题

【类型二】 在网格中求正切值



例2 已知：如图，在由边长为1的小正方形组成的网格中，点A、B、C、D、E都在小正方形的顶点上，求 $\tan \angle ADC$ 的值.

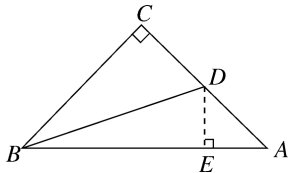
解析：先证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ，再根据 $\tan \angle ADC = \tan \angle BEC$ 即可求解.

解：根据题意可得 $AC = BC = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ ， $CD = CE = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$ ， $AD = BE = 5$ ，
 $\therefore \triangle ACD \cong \triangle BCE (SSS)$. $\therefore \angle ADC = \angle BEC$. $\therefore \tan \angle ADC = \tan \angle BEC = \frac{1}{3}$.

方法总结：三角函数值的大小是由角度的大小确定的，因此可以把求一个角的三角函数值的问题转化为另一个与其相等的角的三角函数值.

变式训练：见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第3题

【类型三】 构造直角三角形求三角函数值



例3 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = AC$ ，D为AC的中点，求 $\tan \angle ABD$ 的值.

解析：设 $AC = BC = 2a$ ，根据勾股定理可求得 $AB = 2\sqrt{2}a$ ，再根据等腰直角三角形的性质，可得DE与AE的长，根据线段的和差，可得BE的长，根据正切三角函数的定义，可得答案.

解：如图，过D作 $DE \perp AB$ 于E. 设 $AC = BC = 2a$ ，根据勾股定理得 $AB = 2\sqrt{2}a$. 由D为AC中点，得 $AD = a$. 由 $\angle A = \angle ABC = 45^\circ$ ，又 $DE \perp AB$ ，得 $\triangle ADE$ 是等腰直角三角形， \therefore

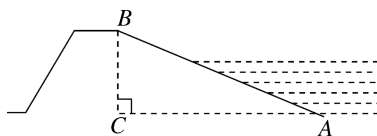
$$DE=AE=\frac{\sqrt{2}a}{2} \therefore BE=AB-AE=\frac{3\sqrt{2}a}{2}, \tan \angle ABD=\frac{DE}{BE}=\frac{1}{3}.$$

方法总结：求三角函数值必须在直角三角形中解答，当所求的角不在直角三角形内时，可作辅助线构造直角三角形进行解答.

变式训练：见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第7题

探究点二：坡度

【类型一】 利用坡度的概念求斜坡的坡度(坡比)



例4 堤的横断面如图. 堤高 BC 是 5 米, 迎水斜坡 AB 的长是 13 米, 那么斜坡 AB 的坡度是()

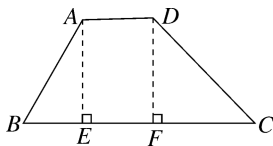
- A. 1 : 3 B. 1 : 2.6 C. 1 : 2.4 D. 1 : 2

解析：由勾股定理得 $AC = 12$ 米. 则斜坡 AB 的坡度 = $BC : AC = 5 : 12 = 1 : 2.4$. 故选 C.

方法总结：坡度是坡面的铅直高度 h 和水平宽度 l 的比, 又叫做坡比, 它是一个比值, 反映了斜坡的陡峭程度, 一般用 i 表示, 常写成 $i = 1 : m$ 的形式.

变式训练：见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第9题

【类型二】 利用坡度解决实际问题



例5 已知一水坝的横断面是梯形 $ABCD$, 下底 BC 长 14m, 斜坡 AB 的坡度为 $3 : \sqrt{3}$, 另一腰 CD 与下底的夹角为 45° , 且长为 $4\sqrt{6}$ m, 求它的上底的长(精确到 0.1m, 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$).

解析：过点 A 作 $AE \perp BC$ 于 E , 过点 D 作 $DF \perp BC$ 于 F , 根据已知条件求出 $AE = DF$ 的值, 再根据坡度求出 BE , 最后根据 $EF = BC - BE - FC$ 求出 AD .

解：过点 A 作 $AE \perp BC$, 过点 D 作 $DF \perp BC$, 垂足分别为 E 、 F . $\because CD$ 与 BC 的夹角为 45° , $\therefore \angle DCF = 45^\circ$, $\therefore \angle CDF = 45^\circ$. $\because CD = 4\sqrt{6}$ m, $\therefore DF = CF = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{3}$ (m), $\therefore AE = DF = 4\sqrt{3}$ m. \because 斜坡 AB 的坡度为 $3 : \sqrt{3}$, $\therefore \tan \angle ABE = \frac{AE}{BE} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$, $\therefore BE = 4$ m. $\because BC = 14$ m, $\therefore EF = BC - BE - CF = 14 - 4 - 4\sqrt{3} = 10 - 4\sqrt{3}$ (m). $\because AD = EF$, $\therefore AD = 10 - 4\sqrt{3} \approx 3.1$ (m).

所以, 它的上底的长约为 3.1m.

方法总结：考查对坡度的理解及梯形的性质的掌握情况. 解决问题的关键是添加辅助线构造直角三角形.

变式训练：见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第8题

三、板书设计

正切与坡度

1. 正切的概念

在直角三角形 ABC 中, $\tan A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\angle A \text{的邻边}}$.

2. 坡度的概念

坡度是坡面的铅直高度与水平宽度的比, 也就是坡角的正切值.

教学反思

在教学中, 要注重对学生进行数学学习方法的指导. 在数学学习中, 有一些学生往往不注重基本概念、基础知识, 认为只要会做题就可以了, 结果往往失分于选择题、填空题等一些概念性较强的题目. 通过引导学生进行知识梳理, 教会学生如何进行知识的归纳、总结, 进一步帮助学生理解和掌握基本概念、基础知识.

1.1 锐角三角函数

第 1 课时 正切与坡度

教学目标:

- 1、理解并掌握正切的含义，会在直角三角形中求出某个锐角的正切值。
- 2、了解计算一个锐角的正切值的方法。

教学重点:

理解并掌握正切的含义，会在直角三角形中求出某个锐角的正切值。

教学难点:

计算一个锐角的正切值的方法。

教学过程:

一、观察回答：如图某体育馆，为了方便不同需求的观众设计了多种形式的台阶。下列图中的两个台阶哪个更陡？你是怎么判断的？

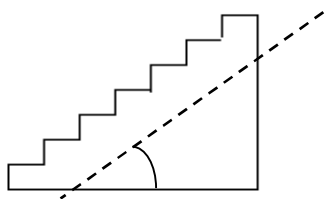


图 (1)

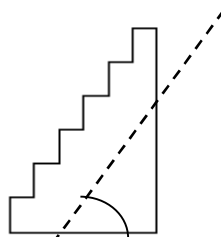


图 (2)

[点拨]可将这两个台阶抽象地看成两个三角形

答：图_____的台阶更陡，理由_____

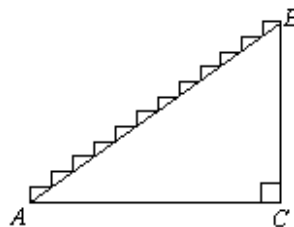
二、探索活动

1、思考与探索一：

除了用台阶的倾斜角度大小外，还可以如何描述

台阶的倾斜程度呢？

- ① 可通过测量 BC 与 AC 的长度，
- ② 再算出它们的比，来说明台阶的倾斜程度。



(思考： BC 与 AC 长度的比与台

阶的倾斜程度有何关系？) 答：_____。

- ③ 讨论：你还可以用其它什么方法？

能说出你的理由吗？ 答：_____。

2、思考与探索二：

(1) 如图，一般地，如果锐角 A 的大小已确定，
我们可以作出无数个相似的 $Rt\triangle AB_1C_1$ ， $Rt\triangle AB_2C_2$ ，
 $Rt\triangle AB_3C_3$ ……，那么有： $Rt\triangle AB_1C_1 \sim \underline{\hspace{2cm}} \sim \underline{\hspace{2cm}} \dots\dots$

根据相似三角形的性质，

得： $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \dots\dots$

(2) 由上可知：如果直角三角形的一个锐角的大小已确定，那么这个锐角的对边与这个角的邻边的比值也 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

3、正切的定义

如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，a、b 分别是 $\angle A$ 的对边和邻边。我们将 $\angle A$ 的对边 a 与邻边 b 的比叫做 $\angle A$ $\underline{\hspace{2cm}}$ ，记作 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

即： $\tan A = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

(你能写出 $\angle B$ 的正切表达式吗?) 试试看.

4、牛刀小试

根据下列图中所给条件分别求出下列图中 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的正切值。

(通过上述计算，你有什么发现? $\underline{\hspace{4cm}}$.)

5、思考与探索三：

怎样计算任意一个锐角的正切值呢?

(1) 例如，根据书本 P39 图 7—5，我们可以这样来确定 $\tan 65^\circ$ 的近似值：当一个点从点 O 出发沿着 65° 线移动到点 P 时，这个点向右水平方向前进了 1 个单位，那么在垂直方向上升了约 2.14 个单位。于是可知， $\tan 65^\circ$ 的近似值为 2.14。

(2) 请用同样的方法，写出下表中各角正切的近似值。

θ	10°	20°	30°	45°	55°	65°
$\tan \theta$						2.14

(3) 利用计算器我们可以更快、更精确地求得各个锐角的正切值。

(4) 思考：当锐角 α 越来越大时， α 的正切值有什么变化？

三、随堂练习

1、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $AB=3$ ，

则 $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

2、如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 为

AD 的中点，连结 EB ，设 $\angle EBA = \alpha$ ，则 $\tan \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

四、请你说说本节课有哪些收获？

五、作业 p40 习题 7.1 1、2

六、拓宽与提高

1、如图是一个梯形大坝的横断面，

根据图中的尺寸，请你通过计算判断

左右两个坡的倾斜程度更大一些？

2、在直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的三个顶点的坐标

分别为 $A(-4,1)$ ， $B(-1,3)$ ， $C(-4,3)$ ，

试求 $\tan B$ 的值。

1.1 锐角三角函数

第2课时 正弦与余弦

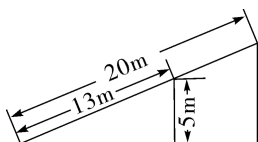
学习目标

1. 理解正弦与余弦的概念；(重点)
2. 能用正弦、余弦的知识，根据三角形中已知的边和角求出未知的边和角。(难点)

教学过程

一、情境导入

如图，小明沿着某斜坡向上行走了13m，他的相对位置升高了5m.



如果他沿着该斜坡行走了20m，那么他的相对位置升高了多少？行走了 am 呢？

在上述情形中，小明的位置沿水平方向又分别移动了多少？

根据相似三角形的性质可知，当直角三角形的一个锐角的大小确定时，它的对边与斜边的比值、邻边与斜边的比值也就确定了.

二、合作探究

探究点：正弦和余弦

【类型一】 直接利用定义求正弦和余弦值

例1 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=13$ ， $BC=5$ ，求 $\sin A$ ， $\cos A$.

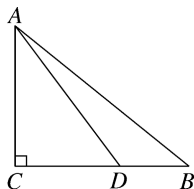
解析：利用勾股定理求出 AC ，然后根据正弦和余弦的定义计算即可.

解：由勾股定理得 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{13^2-5^2}=12$ ， $\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{5}{13}$ ， $\cos A=\frac{AC}{AB}=\frac{12}{13}$.

方法总结：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边，熟记三角函数的定义是解决问题的关键.

变式训练：见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第1题

【类型二】 已知一个三角函数值求另一个三角函数值



例2 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，点 D 在 BC 上， $AD=BC=5$ ， $\cos \angle ADC=\frac{3}{5}$ ，求 $\sin B$ 的值.

解析：先由 $AD=BC=5$ ， $\cos \angle ADC=\frac{3}{5}$ 及勾股定理求出 AC 及 AB 的长，再由锐角三角

函数的定义解答.

解: $\because AD=BC=5, \cos \angle ADC=\frac{3}{5}, \therefore CD=3$. 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\because AD=5, CD=3, \therefore AC=\sqrt{AD^2-CD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$. 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\because AC=4, BC=5, \therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}, \therefore \sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{4}{\sqrt{41}}=\frac{4\sqrt{41}}{41}$.

方法总结: 在不同的直角三角形中, 要根据三角函数的定义, 分清它们的边角关系, 结合勾股定理是解答此类问题的关键.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第8题

【类型三】 比较三角函数的大小

例3 $\sin 70^\circ, \cos 70^\circ, \tan 70^\circ$ 的大小关系是()

A. $\tan 70^\circ < \cos 70^\circ < \sin 70^\circ$

B. $\cos 70^\circ < \tan 70^\circ < \sin 70^\circ$

C. $\sin 70^\circ < \cos 70^\circ < \tan 70^\circ$

D. $\cos 70^\circ < \sin 70^\circ < \tan 70^\circ$

解析: 根据锐角三角函数的概念, 知 $\sin 70^\circ < 1, \cos 70^\circ < 1, \tan 70^\circ > 1$. 又 $\cos 70^\circ = \sin 20^\circ$, 锐角的正弦值随着角的增大而增大, $\therefore \sin 70^\circ > \sin 20^\circ = \cos 70^\circ$. 故选 D.

方法总结: 当角度在 $0^\circ < \angle A < 90^\circ$ 间变化时, $0 < \sin A < 1, 1 > \cos A > 0$. 当角度在 $45^\circ < \angle A < 90^\circ$ 间变化时, $\tan A > 1$.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第10题

【类型四】 与三角函数有关的探究性问题

例4 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, D 为 BC 边(除端点外)上的一点, 设 $\angle ADC=\alpha, \angle B=\beta$.

(1)猜想 $\sin \alpha$ 与 $\sin \beta$ 的大小关系;

(2)试证明你的结论.

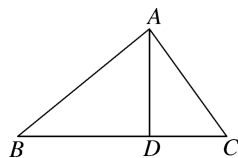
解析: (1)因为在 $\triangle ABD$ 中, $\angle ADC$ 为 $\triangle ABD$ 的外角, 可知 $\angle ADC > \angle B$, 可猜想 $\sin \alpha > \sin \beta$; (2)利用三角函数的定义可求出 $\sin \alpha, \sin \beta$ 的关系式即可得出结论.

解: (1)猜想: $\sin \alpha > \sin \beta$;

(2) $\because \angle C=90^\circ, \therefore \sin \alpha = \frac{AC}{AD}, \sin \beta = \frac{AC}{AB}$. $\because AD < AB, \therefore \frac{AC}{AD} > \frac{AC}{AB}$, 即 $\sin \alpha > \sin \beta$.

方法总结: 利用三角函数的定义把两角的正弦值表示成线段的比, 然后进行比较是解题的关键.

【类型五】 三角函数的综合应用



例5 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 上的高, $\tan B = \cos \angle DAC$.

(1)求证: $AC=BD$;

(2)若 $\sin C = \frac{12}{13}, BC=36$, 求 AD 的长.

解析: (1)根据高的定义得到 $\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$, 再分别利用正切和余弦的定义得

到 $\tan B = \frac{AD}{BD}$, $\cos \angle DAC = \frac{AD}{AC}$, 再利用 $\tan B = \cos \angle DAC$ 得到 $\frac{AD}{BD} = \frac{AD}{AC}$, 所以 $AC = BD$; (2)

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, 根据正弦的定义得 $\sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{12}{13}$, 可设 $AD = 12k$, $AC = 13k$, 再根据勾股定理计算出 $CD = 5k$, 由于 $BD = AC = 13k$, 于是利用 $BC = BD + CD$ 得到 $13k + 5k = 36$, 解得 $k = 2$, 所以 $AD = 24$.

(1)证明: $\because AD$ 是 BC 上的高, $\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\tan B = \frac{AD}{BD}$,

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\cos \angle DAC = \frac{AD}{AC}$. $\because \tan B = \cos \angle DAC$, $\therefore \frac{AD}{BD} = \frac{AD}{AC}$, $\therefore AC = BD$;

(2)解: 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $\sin C = \frac{AD}{AC} = \frac{12}{13}$. 设 $AD = 12k$, $AC = 13k$, $\therefore CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} =$

$5k$. $\because BD = AC = 13k$, $\therefore BC = BD + CD = 13k + 5k = 36$, 解得 $k = 2$, $\therefore AD = 12 \times 2 = 24$.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第 10 题

三、板书设计

正弦与余弦

1. 正弦的定义
2. 余弦的定义
3. 利用正、余弦解决问题

教学反思

本节课的教学设计以直角三角形为主线, 力求体现生活化课堂的理念, 让学生在经历“问题情境——形成概念——应用拓展——反思提高”的基本过程中, 体验知识间的内在联系, 让学生感受探究的乐趣, 使学生在学中思, 在思中学. 在教学过程中, 重视过程, 深化理解, 通过学生的主动探究来体现他们的主体地位, 教师是通过对学生参与学习的启发、调整、激励来体现自己的引导作用, 对学生的主体意识和合作交流的能力起着积极作用.

1.1 锐角三角函数

第 2 课时 正弦与余弦

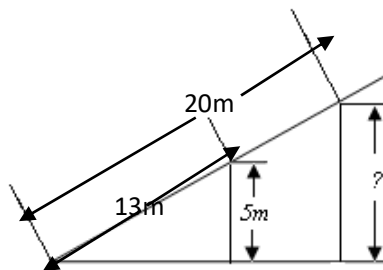
[教学目标]

- 1、理解并掌握正弦、余弦的含义，会在直角三角形中求出某个锐角的正弦和余弦值。
- 2、能用函数的观点理解正弦、余弦和正切。

[教学重点与难点] 在直角三角形中求出某个锐角的正弦和余弦值。

[教学过程] 一、情景创设

- 1、问题 1：如图，小明沿着某斜坡向上行走了 13m 后，他的相对位置升高了 5m，如果他沿着该斜坡行走了 20m，那么他的相对位置升高了多少？行走了 a m 呢？

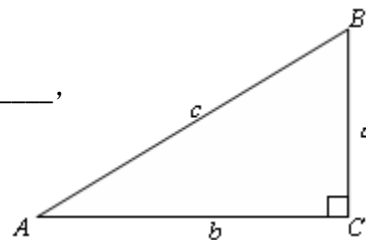


- 2、问题 2：在上述问题中，他在水平方向又分别前进了多远？

二、探索活动

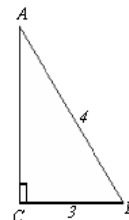
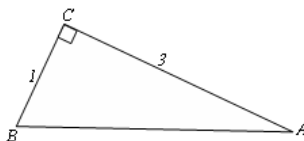
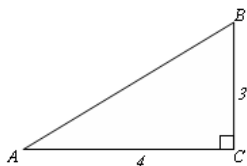
- 1、思考：从上面的两个问题可以看出：当直角三角形的一个锐角的大小已确定时，它的对边与斜边的比值_____；它的邻边与斜边的比值_____。（根据是_____。）

2、正弦的定义 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，
我们把锐角 $\angle A$ 的对边 a 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的_____，记作_____，
即： $\sin A = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$.



3、余弦的定义 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ，
我们把锐角 $\angle A$ 的邻边 b 与斜边 c 的比叫做 $\angle A$ 的_____，记作=_____，
即： $\cos A = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$ 。（你能写出 $\angle B$ 的正弦、余弦的表达式吗？）试试看_____。

- 4、牛刀小试 根据如图中条件，分别求出下列直角三角形中锐角的正弦、余弦值。



5、思考与

探索

怎样计算任意一个锐角的正弦值和余弦值呢？

(1) 如图, 当小明沿着 15° 的斜坡行走了 1 个单位长度时, 他的位置升高了约 0.26 个单位长度, 在水平方向前进了约 0.97 个单位长度。

根据正弦、余弦的定义, 可以知道:

$$\sin 15^\circ = 0.26, \cos 15^\circ = 0.97$$

(2) 你能根据图形求出 $\sin 30^\circ$ 、 $\cos 30^\circ$ 吗?

$\sin 75^\circ$ 、 $\cos 75^\circ$ 呢?

$$\sin 30^\circ = \underline{\quad}, \cos 30^\circ = \underline{\quad}.$$

$$\sin 75^\circ = \underline{\quad}, \cos 75^\circ = \underline{\quad}.$$

(3) 利用计算器我们可以更快、更精确地求得各个锐角的正弦值和余弦值。

(4) 观察与思考:

从 $\sin 15^\circ$, $\sin 30^\circ$, $\sin 75^\circ$ 的值, 你们得到什么结论?

_____。

从 $\cos 15^\circ$, $\cos 30^\circ$, $\cos 75^\circ$ 的值, 你们得到什么结论?

_____。

当锐角 α 越来越大时, 它的正弦值是怎样变化的? 余弦值又是怎样变化的?

_____。

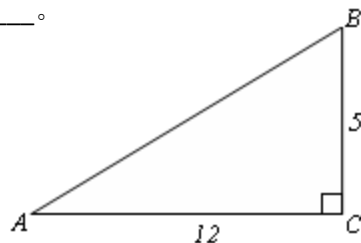
6、锐角 A 的正弦、余弦和正切都是 $\angle A$ 的_____。

三、随堂练习

1、如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,

$AC=12$, $BC=5$, 则 $\sin A = \underline{\quad}$,

$\cos A = \underline{\quad}$, $\sin B = \underline{\quad}$, $\cos B = \underline{\quad}$ 。



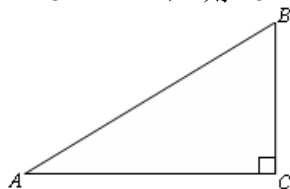
2、在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=1$, $BC=\sqrt{3}$, 则 $\sin A = \underline{\quad}$,

$\cos B = \underline{\quad}$, $\cos A = \underline{\quad}$, $\sin B = \underline{\quad}$ 。

3、如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,

$BC=9a$, $AC=12a$, $AB=15a$, $\tan B = \underline{\quad}$,

$\cos B = \underline{\quad}$, $\sin B = \underline{\quad}$



四、请你谈谈本节课有哪些收获?

五、拓宽和提高

已知在 $\triangle ABC$ 中, a 、 b 、 c 分别为 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的对边, 且 $a:b:c=5:12:13$,

试求最小角的三角函数值。

1.2 30°, 45°, 60° 角的三角函数值

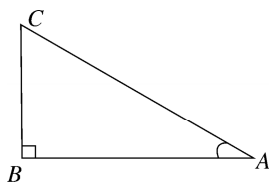
学习目标

1. 经历探索 30°, 45°, 60° 角的三角函数值的过程, 进一步体会三角函数的意义; (重点)
2. 能够进行 30°, 45°, 60° 角的三角函数值的计算; (重点)
3. 能够根据 30°, 45°, 60° 角的三角函数值说出相应锐角的大小. (难点)

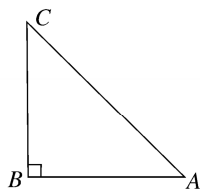
教学过程

一、情境导入

在直角三角形中(利用一副三角板进行演示), 如果有一个锐角是 30° (如图①), 那么另一个锐角是多少度? 三条边之间有什么关系? 如果有一个锐角是 45° 呢(如图②)? 由此你能发现这些特殊锐角的三角函数值吗?



图①



图②

二、合作探究

探究点一: 30°, 45°, 60° 角的三角函数值

【类型一】 利用特殊角的三角函数值进行计算

例 1 计算:

(1) $2\cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ - \sqrt{6}\sin 45^\circ \cdot \sin 60^\circ$;

(2) $\frac{\sin 30^\circ - \sin 45^\circ}{\cos 60^\circ + \cos 45^\circ}$.

解析: 将特殊角的三角函数值代入求解.

解: (1) 原式 $= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$; (2) 原式 $= \frac{\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{2} - 3$.

方法总结: 解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第 5 题

【类型二】 已知三角函数值求角的取值范围

例 2 若 $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, 则锐角 α 的大致范围是()

- A. $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ B. $30^\circ < \alpha < 45^\circ$
C. $45^\circ < \alpha < 60^\circ$ D. $0^\circ < \alpha < 30^\circ$

解析: $\because \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$, 且 $\frac{1}{2} < \frac{2}{3} < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\therefore \cos 60^\circ < \cos \alpha <$

$\cos 45^\circ$, \therefore 锐角 α 的范围是 $45^\circ < \alpha < 60^\circ$. 故选 C.

方法总结: 解决此类问题要熟记特殊角的三角函数值和三角函数的增减性.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第9题

【类型三】 已知三角函数值, 求角度

例3 根据下列条件, 确定锐角 α 的值:

$$(1) \cos(\alpha + 10^\circ) - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0;$$

$$(2) \tan^2 \alpha - (\frac{\sqrt{3}}{3} + 1)\tan \alpha + \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.$$

解析: (1) 根据特殊角的三角函数值来求 α 的值; (2) 用因式分解法解关于 $\tan \alpha$ 的一元二次方程即可.

解: (1) $\cos(\alpha + 10^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\alpha + 10^\circ = 30^\circ$, $\therefore \alpha = 20^\circ$; (2) $\tan^2 \alpha - (\frac{\sqrt{3}}{3} + 1)\tan \alpha + \frac{\sqrt{3}}{3} = 0$, $(\tan \alpha - 1)(\tan \alpha - \frac{\sqrt{3}}{3}) = 0$, $\tan \alpha = 1$ 或 $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\therefore \alpha = 45^\circ$ 或 $\alpha = 30^\circ$.

方法总结: 熟记特殊角的三角函数值以及将“ $\tan \alpha$ ”看作一个未知数解方程是解决问题的关键.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第8题

探究点二: 特殊角的三角函数值的应用

【类型一】 特殊角的三角函数值与其他知识的综合

例4 已知 $\triangle ABC$ 中的 $\angle A$ 与 $\angle B$ 满足 $(1 - \tan A)^2 + |\sin B - \frac{\sqrt{3}}{2}| = 0$, 试判断 $\triangle ABC$ 的形状.

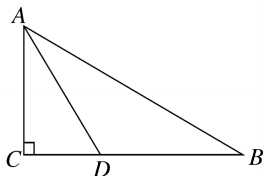
解析: 根据非负性的性质求出 $\tan A$ 及 $\sin B$ 的值, 再根据特殊角的三角函数值求出 $\angle A$ 及 $\angle B$ 的度数, 进而可得出结论.

解: $\because (1 - \tan A)^2 + |\sin B - \frac{\sqrt{3}}{2}| = 0$, $\therefore \tan A = 1$, $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\therefore \angle A = 45^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ = 75^\circ$, $\therefore \triangle ABC$ 是锐角三角形.

方法总结: 一个数的绝对值和偶次方都是非负数, 当几个数或式的绝对值或偶次方相加和为0时, 则其中的每一项都必须等于0.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第4题

【类型二】 利用特殊角的三角函数值求三角形的边长



例5 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 若 $AC = \sqrt{3}$, 求线段 AD 的长.

解析: 首先根据直角三角形的性质推出 $\angle BAC$ 的度数, 再求出 $\angle CAD = 30^\circ$, 最后根据特殊角的三角函数值求出 AD 的长度.

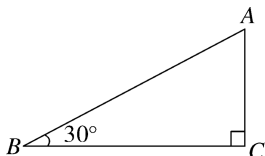
解: $\because \triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\therefore \angle BAC = 60^\circ$. $\because AD$ 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $\therefore \angle CAD = 30^\circ$, \therefore 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AD = \frac{AC}{\cos 30^\circ} = \sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 2$.

方法总结: 解决此题的关键是利用转化的思想, 将已知和未知元素化归到一个直角三角形中, 进行解答.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第9题

【类型三】构造三角函数模型解决问题

例6 要求 $\tan 30^\circ$ 的值, 可构造如图所示的直角三角形进行计算. 作 $\text{Rt}\triangle ABC$, 使 $\angle C = 90^\circ$, 斜边 $AB=2$, 直角边 $AC=1$, 那么 $BC=\sqrt{3}$, $\angle ABC=30^\circ$, $\therefore \tan 30^\circ = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$. 在此图的基础上, 通过添加适当的辅助线, 探究 $\tan 15^\circ$ 与 $\tan 75^\circ$ 的值.

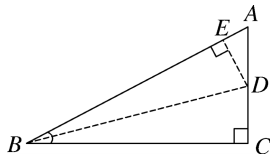


解析: 根据角平分线的性质以及勾股定理首先求出 CD 的长, 进而得出 $\tan 15^\circ = \frac{CD}{BC}$,

$$\tan 75^\circ = \frac{BC}{CD}.$$

解: 作 $\angle B$ 的平分线交 AC 于点 D , 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E . $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $CD \perp BC$, $DE \perp AB$, $\therefore CD = DE$. 设 $CD = x$, 则 $AD = 1 - x$, $AE = 2 - BE = 2 - BC = 2 - \sqrt{3}$. 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, $DE^2 + AE^2 = AD^2$, $x^2 + (2 - \sqrt{3})^2 = (1 - x)^2$, 解得 $x = 2\sqrt{3} - 3$, $\therefore \tan 15^\circ = \frac{2\sqrt{3} - 3}{\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$,

$$\tan 75^\circ = \frac{BC}{CD} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 3} = 2 + \sqrt{3}.$$



方法总结: 解决问题的关键是添加辅助线构造含有 15° 和 75° 的直角三角形, 再根据三角函数的定义求出 15° 和 75° 的三角函数值.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第6题

三、板书设计

30° , 45° , 60° 角的三角函数值

1. 特殊角的三角函数值

	30°	45°	60°
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

2. 应用特殊角的三角函数值解决问题

教学反思

课程设计中引入非常直接, 由三角板引入, 直击课题, 同时也对前两节学习的知识进行了整

体的复习，效果很好。设计引题开门见山，节省了时间，为后面的教学提供了方便。在讲解特殊角三角函数值时也很细，可以说前部分的教学很成功，学生理解的很好。

1.2 30° , 45° , 60° 角的三角函数值

教学思路
(纠错栏)

- 教学目标:** 1. 能利用三角函数概念推导出特殊角的三角函数值.
2. 在探索特殊角的三角函数值的过程中体会数形结合思想.

教学重点: 特殊角 30° 、 60° 、 45° 的三角函数值.

教学难点: 灵活应用特殊角的三角函数值进行计算.

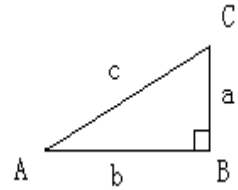
☆ 预习导航 ☆

一、链接: 1. 如图, 用小写字母表示下列三角函数:

$$\sin A = \quad \quad \quad \sin B =$$

$$\cos A = \quad \quad \quad \cos B =$$

$$\tan A = \quad \quad \quad \tan B =$$



2. $Rt\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle A=30^\circ$, 那么三边长有什么特殊的数量关系?

如果 $\angle A=45^\circ$, 那么三边长有什么特殊的数量关系?

二、导读:

仔细阅读课本内容后完成下面填空:

三角函数值	角度 a			
三角函数		30°	45°	60°
$\sin a$				
$\cos a$				
$\tan a$				

☆ 合作探究 ☆

1. 求下列各式的值

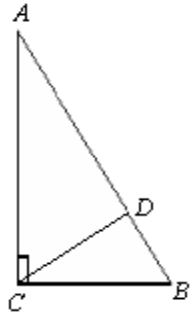
$$(1) 2\sin 30^\circ - \cos 45^\circ \quad (2) \sin 60^\circ \cos 60^\circ \quad (3) \sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ$$

2. 求满足下列条件的锐角 α :

教学思路
(纠错栏)

(1) $\tan(a+10^\circ)=1$, (2) $\sin(a-20^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3. 已知：如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $CD\perp AB$ ，垂足为 D ， $AC=2$ ， $AD=\sqrt{3}$ 。
分别求出 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ACD$ 、 $\triangle BCD$ 中各锐角的度数。



☆ 归纳反思 ☆

☆ 达标检测 ☆

1. 若 $\sin\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ，则锐角 $\alpha =$ _____。若 $2\cos\alpha = 1$ ，则锐角 $\alpha =$ _____。

2. 若 $\angle A$ 是锐角，且 $\tan A = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $\cos A =$ _____

3. 若 $\angle A=41^\circ$ ，则 $\cos A$ 的大致范围是 ()

A. $0 < \cos A < 1$ B. $\frac{1}{2} < \cos A < \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos A < \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2} < \cos A < 1$

4. 计算：(1) $\tan 30^\circ \sin 60^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin^2 45^\circ \tan 45^\circ$

(2) $\cos^2 45^\circ + \tan 60^\circ \cos 30^\circ$ (说明： $\cos^2 45^\circ$ 表示 $(\cos 45^\circ)^2$)

1.3 三角函数的计算

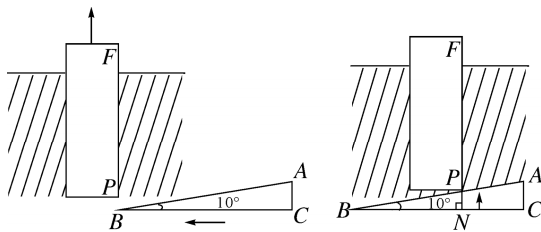
学习目标

1. 熟练掌握用科学计算器求三角函数值；(重点)
2. 初步理解仰角和俯角的概念及应用。(难点)

教学过程

一、情境导入

如图①和图②，将一个 $\text{Rt}\triangle ABC$ 形状的楔子从木桩的底端点 P 沿水平方向打入木桩底下，可以使木桩向上运动。如果楔子斜面的倾斜角为 10° ，楔子沿水平方向前进 5cm (如箭头所示)。那么木桩上升多少厘米？



图①

图②

观察图②易知，当楔子沿水平方向前进 5cm ，即 $BN=5\text{cm}$ 时，木桩上升的距离为 PN 。

在 $\text{Rt}\triangle PBN$ 中， $\because \tan 10^\circ = \frac{PN}{BN}$ ， $\therefore PN = BN \tan 10^\circ = 5 \tan 10^\circ$ (cm)。

那么， $\tan 10^\circ$ 等于多少呢？

对于不是 30° ， 45° ， 60° 这些特殊角的三角函数值，可以利用科学计算器来求。

二、合作探究

探究点一：利用科学计算器解决含三角函数的计算问题

【类型一】 已知角度，用计算器求三角函数值

例1 用计算器求下列各式的值(精确到 0.0001)：

- (1) $\sin 47^\circ$ ；
- (2) $\sin 12^\circ 30'$ ；
- (3) $\cos 25^\circ 18'$ ；
- (4) $\sin 18^\circ + \cos 55^\circ - \tan 59^\circ$ 。

解析：熟练使用计算器，对计算器给出的结果，根据题目要求用四舍五入法取近似值。

解：根据题意用计算器求出：

- (1) $\sin 47^\circ \approx 0.7314$ ；
- (2) $\sin 12^\circ 30' \approx 0.2164$ ；
- (3) $\cos 25^\circ 18' \approx 0.9041$ ；
- (4) $\sin 18^\circ + \cos 55^\circ - \tan 59^\circ \approx -0.7817$ 。

方法总结：解决此类问题关键是熟练使用计算器，使用计算器时要注意按键顺序。

变式训练：见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第3题

【类型二】 已知三角函数值，用计算器求锐角的度数

例2 已知下列锐角三角函数值，用计算器求锐角 $\angle A$ ， $\angle B$ 的度数(结果精确到 0.1°)：

- (1) $\sin A = 0.7$ ， $\sin B = 0.01$ ；
- (2) $\cos A = 0.15$ ， $\cos B = 0.8$ ；

(3) $\tan A = 2.4$, $\tan B = 0.5$.

解析: 熟练应用计算器, 对计算器给出的结果, 根据题目要求用四舍五入取近似值.

解: (1) 由 $\sin A = 0.7$, 得 $\angle A \approx 44.4^\circ$; 由 $\sin B = 0.01$, 得 $\angle B \approx 0.6^\circ$;

(2) 由 $\cos A = 0.15$, 得 $\angle A \approx 81.4^\circ$; 由 $\cos B = 0.8$, 得 $\angle B \approx 36.9^\circ$;

(3) 由 $\tan A = 2.4$, 得 $\angle A \approx 67.4^\circ$; 由 $\tan B = 0.5$, 得 $\angle B \approx 26.6^\circ$.

方法总结: 解决此类问题关键是熟练使用计算器, 在使用计算器时要注意按键顺序.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第7题

【类型三】利用计算器比较三角函数值的大小

例3 (1) 通过计算(可用计算器), 比较下列各对数的大小, 并提出你的猜想:

① $\sin 30^\circ$ _____ $2\sin 15^\circ \cos 15^\circ$;

② $\sin 36^\circ$ _____ $2\sin 18^\circ \cos 18^\circ$;

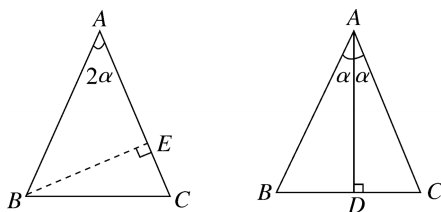
③ $\sin 45^\circ$ _____ $2\sin 22.5^\circ \cos 22.5^\circ$;

④ $\sin 60^\circ$ _____ $2\sin 30^\circ \cos 30^\circ$;

⑤ $\sin 80^\circ$ _____ $2\sin 40^\circ \cos 40^\circ$.

猜想: 已知 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, 则 $\sin 2\alpha$ _____ $2\sin \alpha \cos \alpha$;

(2) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 1$, $\angle BAC = 2\alpha$, 请根据提示, 利用面积方法验证(1)中提出的猜想.



解析: (1) 利用计算器分别计算①至⑤各式中左边与右边的值, 比较大小; (2) 通过计算 $\triangle ABC$ 的面积来验证.

解: (1) ① = ② = ③ = ④ = ⑤ = 猜想: =

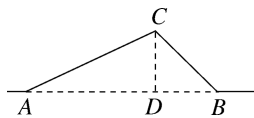
(2) 已知 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$, 则 $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$.

证明: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot \sin 2\alpha \cdot AC$, $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times 2AB \sin \alpha \cdot AC \cos \alpha$, $\therefore \sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$.

方法总结: 本题主要运用了面积法, 通过用不同的方法表示同一个三角形的面积, 来得到三角函数的关系, 此种方法在后面的学习中会经常用到.

探究点二: 利用三角函数解决实际问题

【类型一】非特殊角三角函数的实际应用



例4 如图, 从 A 地到 B 地的公路需经过 C 地, 图中 $AC = 10$ 千米, $\angle CAB = 25^\circ$, $\angle CBA = 45^\circ$. 因城市规划的需要, 将在 A、B 两地之间修建一条笔直的公路.

(1) 求改直后的公路 AB 的长;

(2) 问公路改直后该段路程比原来缩短了多少千米(精确到 0.1)?

解析: (1) 过点 C 作 $CD \perp AB$ 于 D, 根据 $AC = 10$ 千米, $\angle CAB = 25^\circ$, 求出 CD、AD, 根据 $\angle CBA = 45^\circ$, 求出 BD、BC, 最后根据 $AB = AD + BD$ 列式计算即可; (2) 根据(1)可知 AC、BC 的长度, 即可得出公路改直后该段路程比原来缩短的路程.

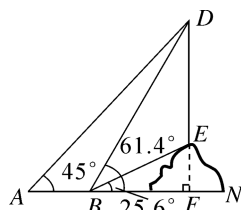
解: (1)过点 C 作 $CD \perp AB$ 于点 D , $\because AC=10$ 千米, $\angle CAB=25^\circ$, $\therefore CD=\sin \angle CAB \cdot AC=\sin 25^\circ \times 10 \approx 0.42 \times 10=4.2$ (千米), $AD=\cos \angle CAB \cdot AC=\cos 25^\circ \times 10 \approx 0.91 \times 10=9.1$ (千米). $\because \angle CBA=45^\circ$, $\therefore BD=CD=4.2$ (千米), $BC=\frac{CD}{\sin \angle CBA}=\frac{4.2}{\sin 45^\circ} \approx 5.9$ (千米), $\therefore AB=AD+BD=9.1+4.2=13.3$ (千米). 所以, 改直后的公路 AB 的长约为 13.3 千米;

(2) $\because AC=10$ 千米, $BC=5.9$ 千米, $\therefore AC+BC-AB=10+5.9-13.3=2.6$ (千米). 所以, 公路改直后该段路程比原来缩短了约 2.6 千米.

方法总结: 解决问题的关键是作出辅助线, 构造直角三角形, 利用三角函数关系求出有关线段的长.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第 9 题

【类型二】 仰角、俯角问题



例 5 如图, 课外数学小组要测量小山坡上塔的高度 DE , DE 所在直线与水平线 AN 垂直. 他们在 A 处测得塔尖 D 的仰角为 45° , 再沿着射线 AN 方向前进 50 米到达 B 处, 此时测得塔尖 D 的仰角 $\angle DBN=61.4^\circ$, 小山坡坡顶 E 的仰角 $\angle EBN=25.6^\circ$. 现在请你帮助课外活动小组算一算塔高 DE 大约是多少米(结果精确到个位).

解析: 根据锐角三角函数关系表示出 BF 的长, 进而求出 EF 的长, 得出答案.

解: 延长 DE 交 AB 延长线于点 F , 则 $\angle DFA=90^\circ$. $\because \angle A=45^\circ$, $\therefore AF=DF$. 设 $EF=x$, $\because \tan 25.6^\circ = \frac{EF}{BF} \approx 0.5$, $\therefore BF=2x$, 则 $DF=AF=50+2x$, 故 $\tan 61.4^\circ = \frac{DF}{BF} = \frac{50+2x}{2x} = 1.8$, 解得 $x \approx 31$. 故 $DE=DF-EF=50+31 \times 2-31=81$ (米).

所以, 塔高 DE 大约是 81 米.

方法总结: 解决此类问题要了解角之间的关系, 找到与已知和未知相关联的直角三角形, 当图形中没有直角三角形时, 要通过作高或垂线构造直角三角形.

变式训练: 见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第 7 题

三、板书设计

三角函数的计算

1. 已知角度, 用计算器求三角函数值
2. 已知三角函数值, 用计算器求锐角的度数
3. 仰角、俯角的意义

教学反思

本节课尽可能站在学生的角度上思考问题, 设计好教学的每一个细节, 让学生更多地参与到课堂的教学过程中, 让学生体验思考的过程, 体验成功的喜悦和失败的挫折, 舍得把课堂让学生, 尽最大可能在课堂上投入更多的情感因素, 丰富课堂语言, 使课堂更加鲜活, 充满人性魅力, 下课后多反思, 做好反馈工作, 不断总结得失, 不断进步. 只有这样, 才能真正提高课堂教学效率, 提高成绩.

1.3 三角函数的计算

教学目标

学会计算器求任意角的三角函数值。

教学重难点

重点：用计算器求任意角的三角函数值。

难点：实际运用。

教学过程

拿出计算器，熟悉计算器的用法。

下面我们介绍如何利用计算器求已知锐角的三角函数值和由三角函数值求对应的锐角。

(1) 求已知锐角的三角函数值。

1、求 $\sin 63^\circ 52' 41''$ 的值。(精确到 0.0001)

解 先用如下方法将角度单位状态设定为“度”：

MODE **MODE** **1** 显示 **D**

再按下列顺序依次按键：

sin **63** **o''** **52** **o''** **41** **o''** **=**

显示结果为 0.897 859 012.

所以 $\sin 63^\circ 52' 41'' \approx 0.8979$

例 3 求 $\cot 70^\circ 45'$ 的值。(精确到 0.0001)

解 在角度单位状态为“度”的情况下(屏幕显示出 **D**)，按下列顺序依次按键：

1 **÷** **tan** **70** **o''** **45** **o''** **=**，

显示结果为 0.349 215 633.

所以 $\cot 70^\circ 45' \approx 0.3492$.

(2) 由锐角三角函数值求锐角

例 4 已知 $\tan x=0.7410$,求锐角 x 。(精确到 $1'$)

解 在角度单位状态为“度”的情况下(屏幕显示出 **D**)，按下列顺序依次按键：

SHIFT **tan⁻¹** **0** **.** **7** **4** **1** **0** **=**，

显示结果为 36.538 445 77.

再按键：

SHIFT **o''**，

显示结果为 $36^\circ 32' 18.4$.

所以， $x \approx 36^\circ 32'$.

例 5 已知 $\cot x=0.1950$,求锐角 x 。(精确到 $1'$)

分析 根据 $\tan x = \frac{1}{\cot x}$, 可以求出 $\tan x$ 的值, 然后根据例 4 的方法就可以求出锐角 x 的值.

四、课堂练习

1. 使用计算器求下列三角函数值. (精确到 0.0001)

$$\sin 24^\circ, \cos 51^\circ 42' 20'', \tan 70^\circ 21', \cot 70^\circ.$$

2. 已知锐角 α 的三角函数值, 使用计算器求锐角 α . (精确到 $1'$)

(1) $\sin \alpha = 0.2476$;

(2) $\cos \alpha = 0.4174$;

(3) $\tan \alpha = 0.1890$;

(4) $\cot \alpha = 1.3773$.

五、学习小结

内容总结

不同计算器操作不同, 按键定义也不一样。

同一锐角的正切值与余切值互为倒数。

在生活中运用计算器一定要注意计算器说明书的保管与使用。

方法归纳

在解决直角三角形的相关问题时, 常常使用计算器帮助我们处理比较复杂的计算。

一、布置作业

习题: 3, 4, 5; 练习册

1.4 解直角三角形

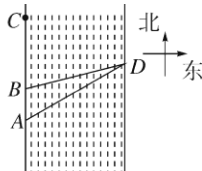
学习目标

1. 正确运用直角三角形中的边角关系解直角三角形；(重点)
2. 选择适当的关系式解直角三角形。(难点)

教学过程

一、情境导入

如图,美丽的徒骇河宛如一条玉带穿城而过,沿河两岸的滨河大道和风景带成为该市的一道新景观.在数学课外实践活动中,小亮在河西岸滨河大道一段 AC 上的 A, B 两点处,利用测角仪分别对东岸的观景台 D 进行了测量,分别测得 $\angle DAC=60^\circ$, $\angle DBC=75^\circ$.又已知 $AB=100$ 米,根据以上条件你能求出观景台 D 到徒骇河西岸 AC 的距离吗?



二、合作探究

探究点:解直角三角形

【类型一】 利用解直角三角形求边或角

例1 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A, \angle B, \angle C$ 的对应边分别为 a, b, c , 按下列条件解直角三角形.

(1)若 $a=36$, $\angle B=30^\circ$, 求 $\angle A$ 的度数和边 b, c 的长;

(2)若 $a=6$, $b=6$, 求 $\angle A, \angle B$ 的度数和边 c 的长.

解析: (1)已知直角边和一个锐角,解直角三角形; (2)已知两条直角边,解直角三角形.

解: (1)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because \angle B=30^\circ$, $a=36$, $\therefore \angle A=90^\circ - \angle B=60^\circ$, $\frac{a}{c} = \cos B$,

$$\text{即 } c = \frac{a}{\cos B} = \frac{36}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 24\sqrt{3}, \therefore b = \frac{1}{2}c = \frac{1}{2} \times 24\sqrt{3} = 12\sqrt{3};$$

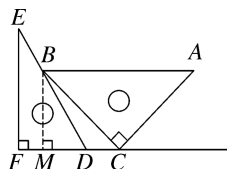
(2)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\because a=6$, $b=6$, $\therefore c=6\sqrt{2}$, $\angle A=\angle B=45^\circ$.

方法总结:解直角三角形时应求出所有未知元素,尽可能地选择包含所求元素与两个已知元素的关系式求解.

变式训练:见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第6题

【类型二】 构造直角三角形解决长度问题

例2 一副直角三角板如图放置,点 C 在 FD 的延长线上, $AB \parallel CF$, $\angle F = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $AC = 12\sqrt{2}$, 试求 CD 的长.



解析:过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M , 求出 BM 与 CM 的长度, 然后在 $\triangle EFD$ 中可求出 $\angle EDF = 60^\circ$, 利用解直角三角形解答即可.

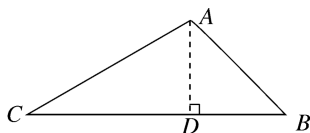
解:过点 B 作 $BM \perp FD$ 于点 M , 在 $\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$, $AC = 12\sqrt{2}$, $\therefore BC = AC = 12\sqrt{2}$. $\because AB \parallel CF$, $\therefore BM = \sin 45^\circ \cdot BC = 12\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 12$, $CM = BM = 12$. 在 $\triangle EFD$ 中, $\angle F = 90^\circ$, $\angle E = 30^\circ$, $\therefore \angle EDF = 60^\circ$, $\therefore MD = \frac{BM}{\tan 60^\circ} = 4\sqrt{3}$, $\therefore CD = CM - MD = 12 - 4\sqrt{3}$.

方法总结:解答此类题目的关键是根据题意构造直角三角形, 然后利用所学的三角函数的关系进行解答.

变式训练:见《学练优》本课时练习“课后巩固提升”第7题

【类型三】构造直角三角形解决面积问题

例3 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, $\angle A = 105^\circ$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.



解析:过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , 根据勾股定理求出 BD 、 AD 的长, 再根据解直角三角形求出 CD 的长, 最后根据三角形的面积公式解答即可.

解:过点 A 作 $AD \perp BC$ 于点 D , $\because \angle B = 45^\circ$, $\therefore \angle BAD = 45^\circ$, $\therefore AD = BD = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{2} = 1$. $\because \angle A = 105^\circ$, $\therefore \angle CAD = 105^\circ - 45^\circ = 60^\circ$, $\therefore \angle C = 30^\circ$, $\therefore CD = \frac{AD}{\tan 30^\circ} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3}$, $\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(CD + BD) \cdot AD = \frac{1}{2} \times (\sqrt{3} + 1) \times 1 = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$.

方法总结:解答此类题目的关键是根据题意构造直角三角形, 然后利用所学的三角函数的关系进行解答.

变式训练:见《学练优》本课时练习“课堂达标训练”第7题

三、板书设计

解直角三角形

1. 解直角三角形的概念
2. 解直角三角形的基本类型及其解法
3. 解直角三角形的简单应用

教学反思

本节课的设计, 力求体现新课程理念. 给学生自主探索的时间, 给学生宽松和谐的氛围, 让学生学得更主动、更轻松, 力求在探索知识的过程中, 培养探索能力、创新能力、合作能力, 激发学生学习数学的积极性、主动性.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/455000344304011331>