2025年福建省宁德市六校下学期高三数学试题文期中考试试卷

注意事项：

1． 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。

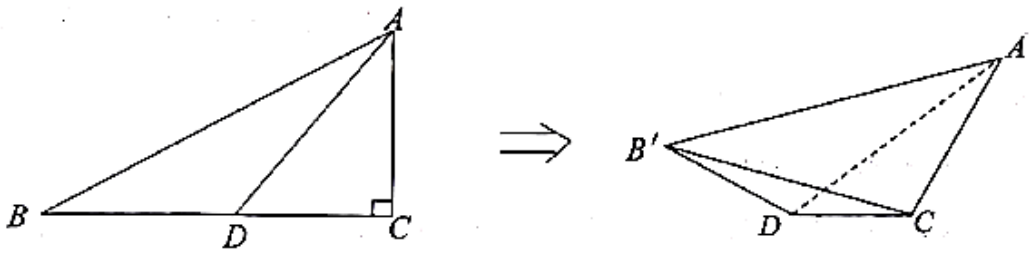
2．选择题必须使用2B铅笔填涂；非选择题必须使用0．5毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。

3．请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。

4．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．如图，$\forall ABC$中$\angle A=2\angle B=60°$，点D在BC上，$\angle BAD=30°$，将$\triangle ABD$沿AD旋转得到三棱锥$B'-ADC$，分别记$B'A$，$B'D$与平面ADC所成角为α，β，则α，β的大小关系是（　　）



A．$\alpha<\beta\le 2\alpha$　　B．$2\alpha\le\beta\le 3\alpha$

C．$\beta\le 2\alpha$，$2\alpha<\beta\le 3\alpha$两种情况都存在　D．存在某一位置使得$\beta>3a$

2．已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的焦距为$2c$.点$A$为双曲线$C$的右顶点，若点$A$到双曲线$C$的渐近线的距离为$\frac{1}{2}c$，则双曲线$C$的离心率是（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．3

3．用电脑每次可以从区间$(0,3)$内自动生成一个实数，且每次生成每个实数都是等可能性的.若用该电脑连续生成3个实数，则这3个实数都小于1的概率为（　　）

A．$\frac{4}{27}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{27}$　　D．$\frac{1}{9}$

4．给出下列四个命题：①若“p且q”为假命题，则p、q均为假命题；②三角形的内角是第一象限角或第二象限角；③若命题$p:\exists x_0\in R$，$x_0^2\ge 0$，则命题$\neg p:\forall x\in R$，$x^2<0$；④设集合$A=\{x|x>1\}$，$B=\{x|x>2\}$，则“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件；其中正确命题的个数是（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+3, x\le 1\\ \ln x, x>1\end{cases}$，若关于 x 的方程 $f(x)=kx-\frac{1}{2}$ 恰有 4 个不相等的实数根，则实数 k 的取值范围是(　　)

A．$\left(\frac{1}{2},\sqrt{e}\right)$　　B．$\left[\frac{1}{2},\sqrt{e}\right)$

C．$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{e}}{e}\right]$　　D．$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{e}}{e}\right)$

6．给定下列四个命题：

①若一个平面内的两条直线与另一个平面都平行，则这两个平面相互平行；

②若一个平面经过另一个平面的垂线，则这两个平面相互垂直；

③垂直于同一直线的两条直线相互平行；

④若两个平面垂直，那么一个平面内与它们的交线不垂直的直线与另一个平面也不垂直．

其中，为真命题的是(　)

A．①和②　　B．②和③　　C．③和④　　D．②和④

7．在钝角$\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，B 为钝角，若 $a\cos A=b\sin A$，则 $\sin A+\sin C$ 的最大值为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\frac{9}{8}$　　C．1　　D．$\frac{7}{8}$

8．已知函数 $f(x)=\frac{x}{\ln x}-3+\frac{3a\ln x}{x}-a$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上恰有四个不同的零点，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(e,3)\cup(3,+\infty)$　　B．$[0,e)$　　C．$\left(e^2,+\infty\right)$　　D．$(-\infty,e)\cup\{3\}$

9．已知复数 z 满足 $\frac{1+i}{1-i}\cdot\bar{z}=2-i$（其中 $\bar{z}$ 为 z 的共轭复数），则 $|z|$ 的值为(　　)

A．1　　B．2　　C．$\sqrt{3}$　　D．$\sqrt{5}$

10．已知集合 $A=\left\{x\middle|y=\lg\sin x+\sqrt{9-x^2}\right\}$，则 $f(x)=\cos 2x+2\sin x$，$x\in A$ 的值域为（　　）

A．$\left[1,\frac{3}{2}\right]$　　B．$\left(1,\frac{3}{2}\right]$　　C．$\left(-1,\frac{1}{2}\right]$　　D．$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},2\right)$

11．$f(x)$ 是定义在 $(0,+\infty)$ 上的增函数，且满足：$f(x)$ 的导函数存在，且 $\frac{f(x)}{f'(x)}<x$，则下列不等式成立的是（　　）

A．$f(2)<2f(1)$　　B．$3f(3)<4f(4)$

C．$2f(3)<3f(4)$　　D．$3f(2)<2f(3)$

12．已知命题 $p:\exists x_0>2,x_0^3-8>0$，那么 $\neg p$ 为（　　）

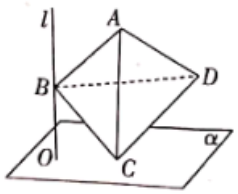
A．$\exists x_0>2,x_0^{\ 3}-8\le 0$　　B．$\forall x>2,x^3-8\le 0$

C．$\exists x_0\le 2,x_0^{\ 3}-8\le 0$　　D．$\forall x\le 2,x^3-8\le 0$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{ex}{e^x},x\le 2\\ \dfrac{4x-8}{5x},x>2\end{cases}$，（其中 e 为自然对数的底数），若关于 x 的方程 $f^2(x)-3a|f(x)|+2a^2=0$ 恰有 5 个相异的实根，则实数 a 的取值范围为_____.

14．如图，直线 $l\perp$ 平面 α，垂足为 O，三棱锥 $A-BCD$ 的底面边长和侧棱长都为 4，C 在平面 α 内，B 是直线 l 上的动点，则点 B 到平面 ACD 的距离为_____，点 O 到直线 AD 的距离的最大值为_____.



15．已知无盖的圆柱形桶的容积是 12π 立方米，用来做桶底和侧面的材料每平方米的价格分别为 30 元和 20 元，那么圆桶造价最低为_____元.

16．平面区域 $\begin{cases}3y+2x-1\ge 0\\ y+4x-7\le 0\\ y-x-2\le 0\end{cases}$ 的外接圆的方程是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）已知直线 l 的参数方程：$\begin{cases}x=t\\ y=1+2t\end{cases}$（$t$ 为参数）和圆 C 的极坐标方程：$\rho=2\sin\theta$

（1）将直线 l 的参数方程化为普通方程，圆 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

（2）已知点 $M(1,3)$，直线 l 与圆 C 相交于 A、B 两点，求 $|MA|+|MB|$ 的值.

18．（12 分）在平面直角坐标系 xOy 中，点 $P(0,-1)$，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=tcos\alpha\\ y=-1+tsin\alpha\end{cases}$（$t$ 为参数），以坐标原点为极点，以 x 轴的正半轴为极轴，建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho+\rho\cos 2\theta=8sin\theta$.

（1）求曲线 C 的直角坐标方程；

（2）若直线 l 与曲线 C 相交于不同的两点 A,B,M 是线段 AB 的中点，当 $|PM|=\dfrac{40}{9}$ 时，求 $sin\alpha$ 的值.

19.（12 分）**（1）已知数列**$\{a_n\}$**满足：**$a_1=1,a_2=\lambda$，且$a_n^{\,2}=a_{n+1}a_{n-1}-\lambda a_n a_{n-1}$（$\lambda$ **为非零常数，**$n\geq 2,n\in N^*$），

求数列$\left\{\dfrac{a_n}{a_{n-1}}\right\}\left(n\geq 2,n\in N^*\right)$**的前**$n$**项和；**

（2）已知数列$\{b_n\}$**满足：**

（ⅰ）对任意的$n\in N^*,0<b_n\leq b_{n+1}$；

（ⅱ）对任意的$n\geq 2,n\in N^*$，$b_{n-1}\cdot b_{n+1}=\begin{cases}\mu q_1^{\,n}, & n=2k+1\left(k\in N^*\right),\\ \mu q_2^{\,n}, & n=2k\left(k\in N^*\right),\end{cases}\left(\mu>0,q_1>0,q_2>0\right)$，且$\dfrac{b_2}{b_1}=\sqrt{q_1q_2}$.

①若$\mu=1,q_1=q_2$，**求数列**$\{b_n\}$**是等比数列的充要条件.**

②求证：数列$b_1,b_2,b_5,b_6,b_9,b_{10},\ldots,b_{4m-3},b_{4m-2},\ldots$**是等比数列，其中**$m\in N^*$.

20.（12 分）**在直角坐标系中，直线** ***l*** **过点**$P\left(1,2\right)$，**且倾斜角为**α，$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$. **以直角坐标系的原点** ***O*** **为极点，** ***x*** **轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线** ***C*** **的极坐标方程为**$\rho^2\left(3+\sin^2\theta\right)=12$.

$\left(1\right)$ **求直线** ***l*** **的参数方程和曲线** ***C*** **的直角坐标方程，并判断曲线** ***C*** **是什么曲线；**

$\left(2\right)$ **设直线** ***l*** **与曲线** ***C*** **相交与** ***M***，***N*** **两点，当**$\left|PM\right|\cdot\left|PN\right|=2$，**求**$\alpha$ **的值.**

21.（12 分）**如图 1，四边形**$ABCD$**为直角梯形，**$AD//BC$，$AD\perp AB$，$\angle BCD=60^\circ$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=3$，E **为线段**CD **上一点，满足**$BC=CE$，F **为**BE **的中点，现将梯形沿**BE **折叠（如图 2），使平面**$BCE\perp$**平面**$ABED$.

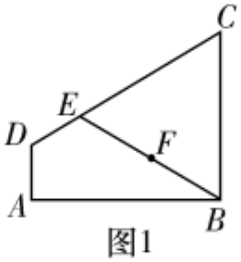


图1

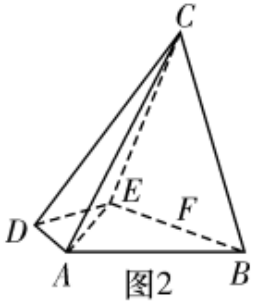
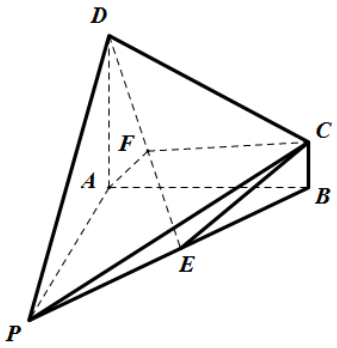


图2

（1）求证：平面$ACE\perp$**平面**BCE；

（2）能否在线段AB **上找到一点**P（端点除外）**使得直线**AC **与平面**PCF **所成角的正弦值为**$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$？**若存在，试确定点**P **的位置；若不存在，请说明理由.**

22.（10 分）**已知在四棱锥**$P-ABCD$ **中，**$PA\perp$**平面**$ABCD$，$PA=AB$，**在四边形**$ABCD$ **中，**$DA\perp AB$，$AD//BC$，$AB=AD=2BC=2$，E **为**PB **的中点，连接**DE，F **为**DE **的中点，连接**AF.



（1）求证： $AF \perp PB$.

（2）求二面角 $A-EC-D$ **的余弦值.**

参考答案

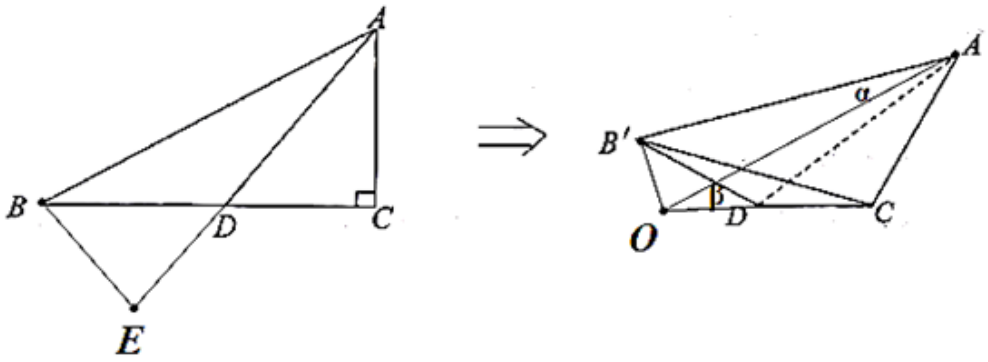
一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．A

【解析】

根据题意作出垂线段，表示出所要求得α、β角，分别表示出其正弦值进行比较大小，从而判断出角的大小，即可得答案.

【详解】



由题可得过点B作$BE\perp AD$交AD于点E，过B'作CD的垂线，垂足为O，则易得$\alpha=\angle B'AO$，$\beta=\angle B'DO$.

设$CD=1$，则有$BD=AD=2$，$DE=1$，$BE=\sqrt{3}$，

$\therefore$可得$AB'=AB=2\sqrt{3}$，$B'D=BD=2$.

Q$\sin\alpha=\dfrac{OB'}{AB'},\sin\beta=\dfrac{OB'}{DB'}$，

$\therefore\sin\beta=\sqrt{3}\sin\alpha>\sin\alpha$，$\therefore\beta>\alpha$；

Q $OB'\in[0,\sqrt{3}]$，$\therefore\sin\alpha\in[0,\dfrac{1}{2}]$；

Q $\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\sin\alpha\sqrt{1-sin^2\alpha}$，

$2\sqrt{1-sin^2\alpha}\in[\sqrt{3},2]$，$\therefore\sin2\alpha\ldots\sqrt{3}\sin\alpha=\sin\beta$，

$\therefore2\alpha\ldots\beta$.

综上可得，$\alpha<\beta\text{„}2\alpha$.

故选：A.

本题考查空间直线与平面所成的角的大小关系，考查三角函数的图象和性质，意在考查学生对这些知识的理解掌握水平.

2．A

【解析】

由点到直线距离公式建立a,b,c的等式，变形后可求得离心率.

【详解】

由题意$A(a,0)$，一条渐近线方程为$y=\frac{b}{a}x$，即$bx-ay=0$，$\therefore d=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{2}c$，

$\frac{a^2b^2}{c^2}=\frac{1}{4}c^2$，即$\frac{a^2(c^2-a^2)}{c^2}=\frac{1}{4}c^2$，$e^4-4e^2+4=0$，$e=\sqrt{2}$.

故选：A.

本题考查求双曲线的离心率，掌握渐近线方程与点到直线距离公式是解题基础.

3．C

【解析】

由几何概型的概率计算，知每次生成一个实数小于 1 的概率为$\frac{1}{3}$，结合独立事件发生的概率计算即可.

【详解】

∵每次生成一个实数小于 1 的概率为$\frac{1}{3}$.∴这 3 个实数都小于 1 的概率为$\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27}$.

故选：C.

本题考查独立事件同时发生的概率，考查学生基本的计算能力，是一道容易题.

4．B

【解析】

①利用$p\wedge q$真假表来判断，②考虑内角为$90°$，③利用特称命题的否定是全称命题判断，

④利用集合间的包含关系判断.

【详解】

若“p且q”为假命题，则p、q中至少有一个是假命题，故①错误；当内角为$90°$时，不是象限角，故②错误；

由特称命题的否定是全称命题知③正确；因为$B\subseteq A$，所以$x\in B\Rightarrow x\in A$，所以“$x\in A$”是“$x\in B$”的必要条件，

故④正确.

故选：B.

本题考查命题真假的问题，涉及到“且”命题、特称命题的否定、象限角、必要条件等知识，是一道基础题.

5．D

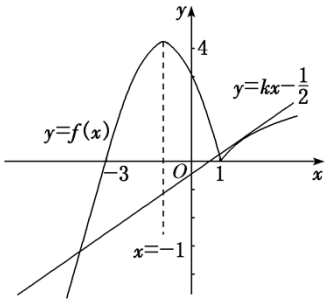
【解析】

由已知可将问题转化为：$y=f(x)$的图象和直线$y=kx-\frac{1}{2}$有4个交点，作出图象，由图可得：点(1,0)必须在直线$y=kx-\frac{1}{2}$的下方，即可求得：$k>\frac{1}{2}$；再求得直线$y=kx-\frac{1}{2}$和$y=\ln x$相切时，$k=\frac{\sqrt{e}}{e}$；结合图象即可得解.

【详解】

若关于x的方程$f(x)=kx-\frac{1}{2}$恰有4个不相等的实数根，

则$y=f(x)$的图象和直线$y=kx-\frac{1}{2}$有4个交点．作出函数$y=f(x)$的图象，如图，



故点(1,0)在直线$y=kx-\frac{1}{2}$的下方．

$\therefore k\times1-\frac{1}{2}>0$，解得$k>\frac{1}{2}$.

当直线$y=kx-\frac{1}{2}$和$y=\ln x$相切时，设切点横坐标为m，

则$k=\frac{\ln m+\frac{1}{2}}{m}=\frac{1}{m}$，$\therefore m=\sqrt{e}$.

此时，$k=\frac{1}{m}=\frac{\sqrt{e}}{e}$，$f(x)$的图象和直线$y=kx-\frac{1}{2}$有3个交点，不满足条件，

故所求k的取值范围是$\left(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{e}}{e}\right)$，

故选D..

本题主要考查了函数与方程思想及转化能力，还考查了导数的几何意义及计算能力、观察能力，属于难题．

6．D

【解析】

利用线面平行和垂直，面面平行和垂直的性质和判定定理对四个命题分别分析进行选择．

【详解】

当两个平面相交时，一个平面内的两条直线也可以平行于另一个平面，故①错误；由平面与平面垂直的判定可知②正确；空间中垂直于同一条直线的两条直线还可以相交或者异面，故③错误；若两个平面垂直，只有在一个平面内与它们的交线垂直的直线才与另一个平面垂直，故④正确．综上，真命题是②④.

故选：D

本题考查命题真假的判断，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查空间想象能力，是中档题.

7．B

【解析】

首先由正弦定理将边化角可得$\cos A=\sin B$，即可得到$A=B-\frac{\pi}{2}$，再求出$B\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，最后根据

$\sin A+\sin C=\sin\left(B-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left[\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)-B\right]$求出$\sin A+\sin C$的最大值；

【详解】

解：因为$a\cos A=b\sin A$，

所以$\sin A\cos A=\sin B\sin A$

因为$\sin A\neq 0$

所以$\cos A=\sin B$

Q $B>\frac{\pi}{2}$

$\therefore A=B-\frac{\pi}{2}$

Q $\begin{cases}0<A<\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}<B<\pi\\ 0<C<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，即$\begin{cases}0<B-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{2}\\ \frac{\pi}{2}<B<\pi\\ 0<\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)<\frac{\pi}{2}\end{cases}$，$\therefore B\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right)$，$\therefore\cos B\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$

$\therefore\sin A+\sin C=\sin\left(B-\frac{\pi}{2}\right)+\sin\left[\pi-\left(B-\frac{\pi}{2}\right)-B\right]$

$=-\cos B-\cos 2B$

$=-2\cos^2 B-\cos B+1$

$=-2\left(\cos B+\frac{1}{4}\right)^2+\frac{9}{8}$

$\therefore\cos B=-\frac{1}{4}\in\left(-\frac{\sqrt{2}}{2},0\right)$时$\left(\sin A+\sin C\right)_{\max}=\frac{9}{8}$

故选：B

本题考查正弦定理的应用，余弦函数的性质的应用，属于中档题.

8．A

【解析】

函数 $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}-3+\dfrac{3a\ln x}{x}-a$ 的零点就是方程 $\dfrac{x}{\ln x}-3+\dfrac{3a\ln x}{x}-a=0$ 的解，设 $g(x)=\dfrac{x}{\ln x}$，方程可化为 $(g(x)-3)(g(x)-a)=0$，即 $g(x)=3$ 或 $g(x)=a$，求出 $g(x)$ 的导数 $g'(x)$，利用导数得出函数的单调性和最值，由此可根据方程解的个数得出 a 的范围．

【详解】

由题意得 $\dfrac{x}{\ln x}-3+\dfrac{3a\ln x}{x}-a=0$ 有四个大于1的不等实根，记 $g(x)=\dfrac{x}{\ln x}$，则上述方程转化为

$$(g(x)-3)+a\left(\frac{3}{g(x)}-1\right)=0,$$

即 $(g(x)-3)(g(x)-a)=0$，所以 $g(x)=3$ 或 $g(x)=a$．

因为 $g'(x)=\dfrac{\ln x-1}{(\ln x)^2}$，当 $x\in(1,e)$ 时，$g'(x)<0$，$g(x)$ 单调递减；当 $x\in(e,+\infty)$ 时，$g'(x)>0$，$g(x)$ 单调递增；

所以 $g(x)$ 在 $x=e$ 处取得最小值，最小值为 $g(e)=e$．因为 $3>e$，所以 $g(x)=3$ 有两个符合条件的实数解，故 $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}-3+\dfrac{3a\ln x}{x}-a$ 在区间 $(1,+\infty)$ 上恰有四个不相等的零点，需 $a>e$ 且 $a\neq 3$．

故选：A．

本题考查复合函数的零点．考查转化与化归思想，函数零点转化为方程的解，方程的解再转化为研究函数的性质，本题考查了学生分析问题解决问题的能力．

9．D

【解析】

按照复数的运算法则先求出 $\overline{z}$，再写出 z，进而求出 $|z|$．

【详解】

Q $\dfrac{1+i}{1-i}=\dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{2i}{2}=i$，

$\therefore \dfrac{1+i}{1-i}\cdot\overline{z}=2-i\Rightarrow i\cdot\overline{z}=2-i\Rightarrow\overline{z}=\dfrac{2-i}{i}=-i(2-i)=-1-2i$，

$\therefore z=-1+2i\Rightarrow|z|=\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$．

故选：D

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/455123032233011313