昆明市重点中学 2023-2024 学年高考仿真模拟数学试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型（B）填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角"条形码粘贴处"。

2．作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。

3．非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。

4．考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a>0,b>0）的右焦点为 F，右顶点为 A,过 F 作 AF 的垂线与双曲线交于 B,C 两点，过 B,C 分别作 AC，AB 的垂线交于点 D．若 D 到直线 BC 的距离小于 $a+\sqrt{a^2+b^2}$，则该双曲线的渐近线斜率的取值范围是（ ）

A．$(-1,0)\cup(0,1)$

B．$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

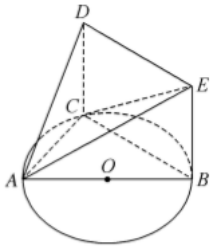
C．$(-\sqrt{2},0)\cup(0,\sqrt{2})$

D．$(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$

2．已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $(S_n+1)(S_{n+2}+1)=(S_{n+1}+1)^2\ (n\in \mathrm{N}^*)$，$a_1=1,a_2=2$，则 $S_n=$（ ）

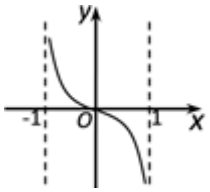
A．$\frac{n(n+1)}{2}$　　B．2^{n+1}　　C．2^n-1　　D．$2^{n+1}+1$

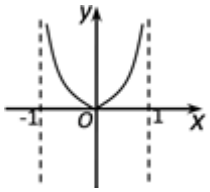
3．如图，ΔABC 内接于圆 O，AB 是圆 O 的直径，$DC=BE,DC//BE,DC\perp CB,DC\perp CA,\ AB=2EB=2$，则三棱锥 $E-ABC$ 体积的最大值为（ ）

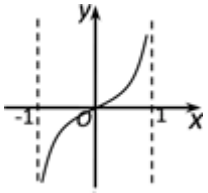


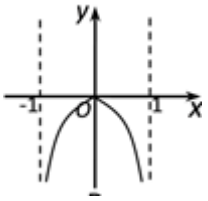
A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

4．设函数 $f(x)=x\ln\frac{1+x}{1-x}$，则函数的图像可能为（ ）

A．

B．

C．

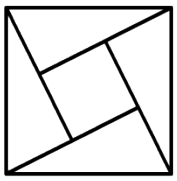
D．

5．已知定点 A,B 都在平面 α 内，定点 $P\notin\alpha,PB\perp\alpha,C$ 是 α 内异于 A,B 的动点，且 $PC\perp AC$，那么动点 C 在平面 α 内的轨迹是（　　）

A．圆，但要去掉两个点　　B．椭圆，但要去掉两个点

C．双曲线，但要去掉两个点　　D．抛物线，但要去掉两个点

6．赵爽是我国古代数学家、天文学家，大约公元 222 年，赵爽为《周髀算经》一书作序时，介绍了“勾股圆方图”，又称“赵爽弦图”（以弦为边长得到的正方形是由 4 个全等的直角三角形再加上中间的一个小正方形组成的，如图（1）），类比“赵爽弦图”，可类似地构造如图（2）所示的图形，它是由 6 个全等的三角形与中间的一个小正六边形组成的一个大正六边形，设 $A'F'=2F'A$，若在大正六边形中随机取一点，则此点取自小正六边形的概率为（　　）


图1

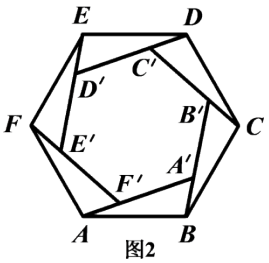


图2

A．$\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$　　B．$\dfrac{4}{13}$

C．$\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$　　D．$\dfrac{4}{7}$

7．若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4}=1$ 的离心率为 $\sqrt{3}$，则双曲线的焦距为（　　）

A．$2\sqrt{6}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．6　　D．8

8．若将函数 $f(x)=2\sin\left(x+\dfrac{\pi}{6}\right)-1$ 的图象上各点横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ (纵坐标不变)得到函数 $g(x)$ 的图象，则下列说法正确的是（　　）

A．函数 $g(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right)$ 上单调递增　　B．函数 $g(x)$ 的周期是 $\dfrac{\pi}{2}$

C．函数 $g(x)$ 的图象关于点 $\left(-\dfrac{\pi}{12},0\right)$ 对称　　D．函数 $g(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{\pi}{6}\right)$ 上最大值是 1

9．已知 $f(x)$ 是定义是 R 上的奇函数，满足 $f\left(-\dfrac{3}{2}+x\right)=f\left(\dfrac{3}{2}+x\right)$，当 $x\in\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$ 时，　$f(x)=\ln\left(x^2-x+1\right)$

，则函数$f\left(x\right)$在区间$\left[0,6\right]$上的零点个数是（　　）

A．3　　B．5　　C．7　　D．9

10．已知直线$y=k$（$x-1$）与抛物线C：$y^2=4x$交于A，B两点，直线$y=2k$（$x-2$）与抛物线D：$y^2=8x$交于M，N两点，设$\lambda=|AB|-2|MN|$，则（　　）

A．$\lambda<-16$　　B．$\lambda=-16$　　C．$-12<\lambda<0$　　D．$\lambda=-12$

11．已知直线l：$y=2x+10$过双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>0,b>0\right)$的一个焦点且与其中一条渐近线平行，则双曲线的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{20}=1$　　B．$\frac{x^2}{20}-\frac{y^2}{5}=1$　　C．$\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$　　D．$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$

12．设等比数列$\left\{a_n\right\}$的前项和为S_n，若$8a_{2019}+a_{2016}=0$，则$\frac{S_6}{S_3}$的值为（　　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{7}{8}$　　D．$\frac{9}{8}$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知数列$\{a_n\}$中，S_n为其前n项和，$a_1=1$，$a_na_{n+1}=2^n$，则$a_6=$_____，$S_{200}=$_____.

14．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的一条渐近线经过点$(1,2)$，则该双曲线的离心率为_____.

15.《九章算术》第七章“盈不足”中第一题：“今有共买物，人出八，盈三钱；人出七，不足四，问人数物价各几何？”借用我们现在的说法可以表述为：有几个人合买一件物品，每人出8元，则付完钱后还多3元；若每人出7元，则还差4元才够付款.问他们的人数和物品价格？答：一共有_____人；所合买的物品价格为_____元.

16．已知$\tan\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)=3$，则$\tan\theta=$_____，$\cos\left(2\theta-\frac{\pi}{4}\right)=$_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）设函数$f(x)=\left|\frac{1}{2}x+1\right|+|x-1|$（$x\in\mathbf{R}$）的最小值为$m$.

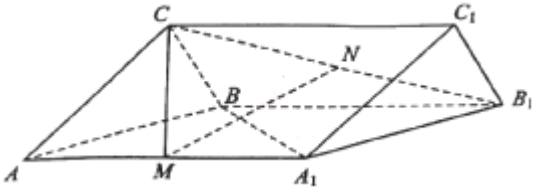
（1）求m的值；

（2）若a，b，c为正实数，且$\frac{1}{ma}+\frac{1}{2mb}+\frac{1}{3mc}=\frac{2}{3}$，证明：$\frac{a}{9}+\frac{2b}{9}+\frac{c}{3}\geq1$.

18．（12分）如图,三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中,底面ABC是等边三角形,侧面BCC_1B_1是矩形,$AB=A_1B,N$是B_1C的中点,M是棱AA_1上的点,且$AA_1\perp CM$.

（1）证明：$MN//$平面ABC；

（2）若 $AB \perp A_1B$,求二面角 $A-CM-N$ 的余弦值.



19.（12 分）在平面直角坐标系中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{6}\cos\alpha \\ y=\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$ 是参数），以原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho\sin\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}$.

（1）求直线 l 与曲线 C 的普通方程，并求出直线的倾斜角；

（2）记直线 l 与 y 轴的交点为 Q，M 是曲线 C 上的动点，求点 M,Q 的最大距离.

20.（12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\ln x+\lambda\left(\dfrac{1}{x}-x\right)\left(\lambda\in\mathbf{R}\right)$.

（1）当 $x>1$ 时，不等式 $f\left(x\right)<0$ 恒成立，求 λ 的最小值；

（2）设数列 $a_n=\dfrac{1}{n}\left(n\in\mathrm{N}^*\right)$，其前 n 项和为 S_n，证明：$S_{2n}-S_n+\dfrac{a_n}{4}>\ln 2$.

21.（12 分）ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c 已知 $a^2+c^2+\sqrt{2}ac=b^2$，$\sqrt{5}\sin A+\cos B=0$.

（1）求 $\cos C$；

（2）若 ΔABC 的面积 $S=\dfrac{5}{2}$，求 b .

22.（10 分）已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-2|$.

（1）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\geq 7$ 的解集；

（2）若 $f(x)\leqslant |x-4|+|x+2a|$ 的解集包含 $\left[0,2\right]$，求 a 的取值范围.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

由题意 $A(a,0),B(c,\frac{b^2}{a}),C(c,-\frac{b^2}{a})$，

根据双曲线的对称性知 D 在 x 轴上，设 $D(x,0)$，则由

$BD\perp AB$ 得：$\frac{\frac{b^2}{a}}{c-x}\cdot\frac{\frac{b^2}{a}}{c-a}=-1, c-x=\left|\frac{b^4}{a^2(a-c)}\right|$，

因为 D 到直线 BC 的距离小于 $a+\sqrt{a^2+b^2}$，所以

$$c-x=\left|\frac{b^4}{a^2(a-c)}\right|<a+\sqrt{a^2+b^2}, \frac{b^4}{a^2}<c^2-a^2=b^2,$$

即 $0<\frac{b}{a}<1$，所以双曲线渐近线斜率 $k=\pm\frac{b}{a}\in(-1,0)\cup(0,1)$，故选 **A**.

2、**C**

【解析】

根据已知条件判断出数列 $\{S_n+1\}$ 是等比数列，求得其通项公式，由此求得 S_n.

【详解】

由于 $(S_n+1)(S_{n+2}+1)=(S_{n+1}+1)^2\ (n\in \mathrm{N}^*)$，所以数列 $\{S_n+1\}$ 是等比数列，其首项为 $S_1+1=a_1+1=2$，第二项为

$S_2+1=a_1+a_2+1=4$，所以公比为 $\frac{4}{2}=2$.所以 $S_n+1=2^n$，所以 $S_n=2^n-1$.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查等比数列的证明，考查等比数列通项公式，属于基础题.

3、**B**

【解析】

根据已知证明 $BE\perp$ 平面 ABC，只要设 $AC=x$，则 $BC=\sqrt{4-x^2}\ (0<x<2)$，从而可得体积

$V_{E-ABC}=\frac{1}{6}x\cdot\sqrt{4-x^2}=\frac{1}{6}\sqrt{x^2(4-x^2)}$，利用基本不等式可得最大值.

【详解】

因为 $DC=BE, DC//BE$，所以四边形 $DCBE$ 为平行四边形.又因为 $DC\perp CB, DC\perp CA, CB\cap CA=C, CB\subset$ 平面 ABC，$CA\subset$ 平面 ABC，

所以 $DC\perp$ 平面 ABC，所以 $BE\perp$ 平面 ABC .在直角三角形 ABE 中， $AB=2EB=2$，

设 $AC=x$，则 $BC=\sqrt{4-x^2}\left(0<x<2\right)$，

所以 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC\cdot BC=\frac{1}{2}x\cdot\sqrt{4-x^2}$，所

以 $V_{E-ABC}=\frac{1}{6}x\cdot\sqrt{4-x^2}=\frac{1}{6}\sqrt{x^2\left(4-x^2\right)}$.又因为 $x^2\left(4-x^2\right)\le\left(\frac{x^2+4-x^2}{2}\right)^2$，当且仅当

$x^2\left(4-x^2\right)\le\left(\frac{x^2+4-x^2}{2}\right)^2$，即 $x=\sqrt{2}$ 时等号成立，

所以 $\left(V_{E-ABC}\right)_{\max}=\frac{1}{3}$.

故选：B.

【点睛】

本题考查求棱锥体积的最大值．解题方法是：首先证明线面垂直同，得棱锥的高，然后设出底面三角形一边长为 x，用建立体积 V 与边长 x 的函数关系，由基本不等式得最值，或由函数的性质得最值.

4、B

【解析】

根据函数为偶函数排除 A,C，再计算 $f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}\ln 3>0$ 排除 D 得到答案.

【详解】

$f(x)=x\ln\frac{1+x}{1-x}$ 定义域为：$(-1,1)$

$f(-x)=-x\ln\frac{1-x}{1+x}=x\ln\frac{1+x}{1-x}=f(x)$，函数为偶函数，排除 A,C

$f(\frac{1}{2})=\frac{1}{2}\ln 3>0$ ，排除 D

故选 B

【点睛】

本题考查了函数图像，通过函数的单调性，奇偶性，特殊值排除选项是常用的技巧.

5、A

【解析】

根据题意可得 $AC\perp BC$,即知 ***C*** 在以 ***AB*** 为直径的圆上.

【详解】

Q $PB\perp\alpha, AC\subset\alpha$，

$\therefore PB\perp AC$，

又 $PC \perp AC$ ， $PB \cap PC = P$，

$\therefore AC \perp$ 平面 PBC ,又 $BC \subset$ 平面 PBC

$\therefore AC \perp BC$ ，

故 C 在以 AB 为直径的圆上，

又 C 是 α 内异于 A, B 的动点，

所以 C 的轨迹是圆，但要去掉两个点 ***A,B***

故选：***A***

【点睛】

本题主要考查了线面垂直、线线垂直的判定，圆的性质，轨迹问题，属于中档题.

6、D

【解析】

设 $AF' = a$ ，则 $A'F' = 2a$ ，小正六边形的边长为 $A'F' = 2a$ ，利用余弦定理可得大正六边形的边长为 $AB = \sqrt{7}a$ ，再利用面积之比可得结论.

【详解】

由题意，设 $AF' = a$ ，则 $A'F' = 2a$ ，即小正六边形的边长为 $A'F' = 2a$ ，

所以， $FF' = 3a$ ， $\angle AF'F = \dfrac{\pi}{3}$ ，在 $\Delta AF'F$ 中，

由余弦定理得 $AF^2 = AF'^2 + FF'^2 - 2AF' \cdot FF' \cdot \cos \angle AF'F$ ，

即 $AF^2 = a^2 + (3a)^2 - 2a \cdot 3a \cdot \cos \dfrac{\pi}{3}$ ，解得 $AF = \sqrt{7}a$ ，

所以，大正六边形的边长为 $AF = \sqrt{7}a$ ，

所以，小正六边形的面积为 $S_1 = \dfrac{1}{2} \times 2a \times 2a \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2 + 2a \times 2\sqrt{3}a = 6\sqrt{3}a^2$ ，

大正六边形的面积为 $S_2 = \dfrac{1}{2} \times \sqrt{7}a \times \sqrt{7}a \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 2 + \sqrt{7}a \times \sqrt{21}a = \dfrac{21\sqrt{3}}{2}a^2$ ，

所以，此点取自小正六边形的概率 $P = \dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{4}{7}$.

故选：**D.**

【点睛】

本题考查概率的求法，考查余弦定理、几何概型等基础知识，考查运算求解能力，属于基础题.

7、A

【解析】

依题意可得$b^2=4$，再根据离心率求出a^2，即可求出c，从而得解；

【详解】

解：∵双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4}=1$的离心率为$\sqrt{3}$，

所以$e^2=1+\frac{4}{a^2}=3$，∴$a^2=2$，∴$c=\sqrt{6}$，双曲线的焦距为$2\sqrt{6}$.

故选：A

【点睛】

本题考查双曲线的简单几何性质，属于基础题.

8、A

【解析】

根据三角函数伸缩变换特点可得到$g(x)$解析式；利用整体对应的方式可判断出$g(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$上单调递增，$A$正确；

关于点$\left(-\frac{\pi}{12},-1\right)$对称，$C$错误；根据正弦型函数最小正周期的求解可知$B$错误；根据正弦型函数在区间内值域的求解可判断出最大值无法取得，D错误.

【详解】

将$f(x)$横坐标缩短到原来的$\frac{1}{2}$得：$g(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)-1$

当$x\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$

Q$\sin x$在$\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$上单调递增　　∴$g(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$上单调递增，$A$正确；

$g(x)$的最小正周期为：$T=\frac{2\pi}{2}=\pi$　　∴$\frac{\pi}{2}$不是$g(x)$的周期，B错误；

当$x=-\frac{\pi}{12}$时，$2x+\frac{\pi}{6}=0$，$g\left(-\frac{\pi}{12}\right)=-1$

∴$g(x)$关于点$\left(-\frac{\pi}{12},-1\right)$对称，$C$错误；

当$x\in\left(0,\frac{\pi}{6}\right)$时，$2x+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2}\right)$　　∴$g(x)\in(0,1)$

此时 $g(x)$ 没有最大值， D 错误.

本题正确选项： A

【点睛】

本题考查正弦型函数的性质，涉及到三角函数的伸缩变换、正弦型函数周期性、单调性和对称性、正弦型函数在一段区间内的值域的求解；关键是能够灵活应用整体对应的方式，通过正弦函数的图象来判断出所求函数的性质.

9、D

【解析】

根据 $f(x)$ 是定义是 R 上的奇函数，满足 $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，可得函数 $f(x)$ 的周期为 3，再由奇函数的性质结合已知可得 $f(-\frac{3}{2})=f(-1)=f(0)=f(1)=f(\frac{3}{2})=0$ ，利用周期性可得函数 $f(x)$ 在区间 $[0,6]$ 上的零点个数.

【详解】

$\because f(x)$ 是定义是 R 上的奇函数，满足 $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$， $\therefore f(-\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2}+x+\frac{3}{2})$ ，可得 $f(x+3)=f(x)$，

函数 $f(x)$ 的周期为 3，

$\because$当 $x\in\left(0,\frac{3}{2}\right)$ 时， $f(x)=\ln\left(x^2-x+1\right)$，

令 $f(x)=0$，则 $x^2-x+1=1$，解得 $x=0$ 或 1，

又$\because$函数 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数，

$\therefore$在区间 $[-\frac{3}{2},\frac{3}{2}]$ 上，有 $f(-1)=-f(1)=0$， $f(0)=0$.

由 $f\left(-\frac{3}{2}+x\right)=f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，取 $x=0$，得 $f(-\frac{3}{2})=f(\frac{3}{2})$ ，得 $f(\frac{3}{2})=f(-\frac{3}{2})=0$，

$\therefore f(-\frac{3}{2})=f(-1)=f(0)=f(1)=f(\frac{3}{2})=0$.

又$\because$函数 $f(x)$ 是周期为 3 的周期函数，

$\therefore$方程 $f(x)$=0 在区间 $[0,6]$ 上的解有 $0,1,\frac{3}{2},2,3,4,\frac{9}{2},5,6$. 共 9 个，

故选 D.

【点睛】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/455240130310011221