2023-2024 学年四川省绵阳市高三下学期入学考试数学（文）模拟试题

一、单选题

1．已知集合$M=\left\{y|\ y|=2^{x},x<1\right\},N=\left\{x\ \ y=\sqrt{2x-x^{2}}\right\}$，则$M\cap N$等于（　）

A．$\varnothing$　　B．$[0,2)$　　C．$(0,2)$　　D．$[0,+\infty)$

2．“$\sin\alpha<\cos\alpha$”是“α为第四象限角”的（　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．复数z满足$(z+2)\mathrm{i}=1-\mathrm{i}$（i 为虚数单位），则$z$的共轭复数的模长是（　）

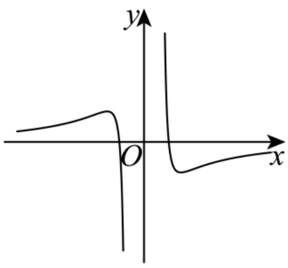
A．-3　　B．1　　C．2　　D．$\sqrt{10}$

4．为研究高中生的性别与是否喜欢数学课程之间的关系，运用2×2列联表进行检验，经计算$K^2=8.069$，参考下表，则认为“性别与喜欢数学有关”犯错误的概率不超过（　）

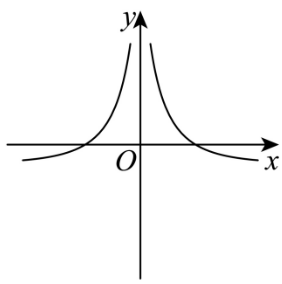
$P\left(K^2\ldots k_0\right)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

A．0.1%　　B．1%　　C．99%　　D．99.9%

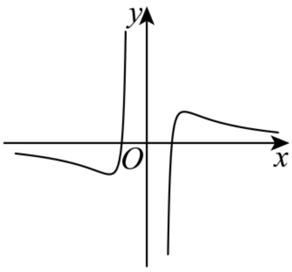
5．函数$y=\dfrac{\lg|x|}{x}$的图像大致是（　）

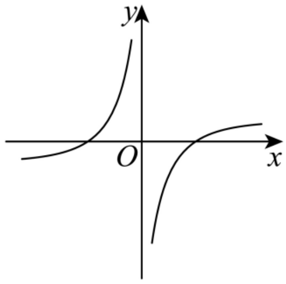


A．



B．

C. 

D. 

6．在等差数列$\{a_n\}$中，$\frac{1}{2}a_{14}-a_{10}=4$，则$\{a_n\}$的前 11 项和为（　）

A．－88　　B．－44　　C．44　　D．88

7．已知在等腰△ABC 中，AB＝AC＝2，∠BAC＝$\frac{2\pi}{3}$，点 D 在线段 BC 上，且$S_{\triangle ACD}=3S_{\triangle ABD}$，则$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$的值为（　）

A．$\frac{7}{2}$　　B．$\frac{5}{2}$　　C．$\frac{3}{2}$　　D．$-\frac{1}{2}$

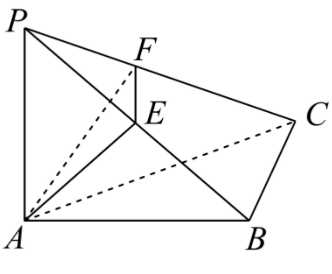
8．平面直角坐标系内，与点$A(1,1)$的距离为 1 且与圆$(x-1)^2+(y-4)^2=2$相切的直线有（　）

A．4 条　　B．3 条　　C．2 条　　D．0 条

9．若函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{(m-2)}{2}x^2+(5-m)x-1$的两个极值点都大于 2，则实数$m$的取值范围是（　）

A．$(-\infty,-5)\cup(-5,-4]$ B．$(-\infty,-4]$　　C．$(-\infty,-2]$　　D．$(-5,-4)$

10．在三棱锥$P-ABC$中，已知$PA\perp$底面ABC，$AB\perp BC$，E,F分别是线段PB,PC上的动点，则下列说法错误的是



A．当$AE\perp PB$时，ΔAEF一定是直角三角形

B．当$AF\perp PC$时，ΔAEF一定是直角三角形

C．当$EF//$平面ABC时，ΔAEF一定是直角三角形

D．当$PC\perp$平面AEF时，ΔAEF一定是直角三角形

11．定义在$(0,+\infty)$上的函数$f(x)$满足$x^2f'(x)+1>0$，$f(2)=\frac{5}{2}$，则关于x的不等式$f\left(\ln x\right)>\frac{1}{\ln x}+2$的解集为（ ）

A．$(e^2,+\infty)$　　B．$(0,e^2)$　　C．(e,e^2)　　D．$(1,e^2)$

12．若抛物线$y^2=2px$的焦点为*F*，点*A*、*B*在抛物线上，且$\angle AFB=\frac{2\pi}{3}$，弦*AB*的中点*M*在准线*l*上的射影为$M'$，则$\frac{|MM'|}{|AB|}$的最大值为（　 ）

A．$\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　B．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\sqrt{3}$

二、填空题

13．已知双曲线$\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{m^2}=1(m>0)$的离心率为3，则$m=$__________.

14．设x,y满足约束条件$\begin{cases}y\geq 0\\x-y\geq 0\\x+y\leq 2\end{cases}$，则$z=2x-y$的最大值为__.

15．将函数$f\left(x\right)=\sqrt{3}\sin^2x+2\sin x\cos x-\sqrt{3}\cos^2x$的图象上所有点的横坐标伸长为原来的的4倍，再将所得图象上所有点向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，得到函数$g(x)$的图象，则$g(x)$的对称中心为________.

16．在$\triangle ABC$中，$BC=6$，$AB+AC=8$，E，F，G分别为三边BC，CA，AB的中点，将$\triangle AFG$，$\triangle BEG$，$\triangle CEF$分别沿FG，EG，EF向上折起，使得A，B，C重合，记为P，则三棱锥$P-EFG$的外接球表面积的最小值为________

三、解答题

17．在①$\frac{\sin A}{\sin B}+\frac{\sin B}{\sin A}+1=\frac{c^2}{ab}$；②$(a+2b)\cos C+c\cos A=0$；③$\sqrt{3}a\sin\frac{A+B}{2}=c\sin A$，这三个条件中任选一个，补充在下面的横线上，并解答.在$\triangle ABC$中，角*A*，*B*，*C*所对的边分别为*a*，*b*，*c*，且_.

(1)求角*C*的大小；

(2)若$c=4$，求*AB*的中线CD长度的最小值.

18．某公司是一家集无人机特种装备的研发、制造与技术服务的综合型科技创新企业，产品主要应用于森林消防、物流运输、航空测绘、军事侦察等领域，获得市场和广大观众的一致好评，该

公司生产的甲、乙两种类型无人运输机性能都比较出色，但操控水平需要十分娴熟，才能发挥更大的作用．该公司分别收集了甲、乙两种类型无人运输机在 5 个不同的地点测试的某项指标数 x_i，$y_i\left(i=1,2,3,4,5\right)$，数据如下表所示：

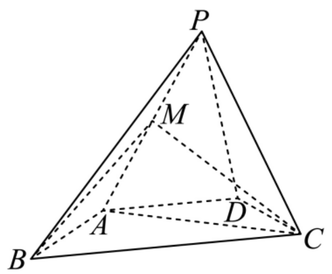
	地点 1	地点 2	地点 3	地点 4	地点 5
甲型无人运输机指标数 x	2	4	5	6	8
乙型无人运输机指标数 y	3	4	4	4	5

(1)试求 y 与 x 间的相关系数 r，并利用 r 说明 y 与 x 是否具有较强的线性相关关系；（若 $|r|>0.75$，则线性相关程度很高）

(2)从这 5 个地点中任抽 2 个地点，求抽到的这 2 个地点，甲型无人运输机指标数均高于乙型无人运输机指标数的概率．

附：相关公式及数据：$r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)\left(y_i-\overline{y}\right)}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(x_i-\overline{x}\right)^2}\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(y_i-\overline{y}\right)^2}}$，$\sqrt{0.9}\approx 0.95$．

19．如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，$AD//BC$，$BC\perp CD$，$BC=2CD=2AD=2\sqrt{2}$，平面 $ABCD\perp$ 平面 PAC．



(1)证明：$PC\perp AB$；

(2)若 $PA=PC=\dfrac{\sqrt{5}}{2}AC$，$M$ 是 PA 的中点，求三棱锥 $C-PBM$ 的体积.

20．已知函数 $f(x)=ex(ex-a)-a^{2}x$，其中参数 $a\le 0$.

(1)讨论 $f(x)$的单调性；

(2)若 $f(x)\ge 0$，求 a 的取值范围.

21．已知点 $P\left(2,1\right)$ 在椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 上，且椭圆的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$．

(1)求椭圆C的方程；

(2)过P作直线l交椭圆C于另一点A，求$\triangle PAO$的面积的取值范围.

22．在平面直角坐标系xOy中，已知曲线M的参数方程为$\begin{cases} x=2+2\cos\alpha \\ y=2\sin\alpha \end{cases}$（$\alpha$为参数，$0\le\alpha<2\pi)$，点$P$的坐标为$\left(-2,0\right)$

(1)若点Q在曲线M上运动，点N在线段PQ上运动，且$\overrightarrow{PN}=\overrightarrow{NQ}$，求动点$N$轨迹的极坐标方程；

(2)若射线$l:\theta=\theta_0\left(\rho\ge 0,0<\theta_0<\frac{\pi}{2}\right)$与曲线$M$交于点A（异于极点），与曲线$N$交于点$B$，且$\left|OA\right|\left|OB\right|=2$，求$\theta_0$.

23．已知函数$f(x)=|2x-1|$.

(1)求不等式$f(x)<x+1$的解集；

(2)若$a+b=1$，$f(x)-f(x+1)<\frac{b^2}{a}+\frac{a^2}{b}$对任意正实数 a，b 恒成立，求实数 x 的取值范围.

1．C

【分析】分别根据指数函数的值域和函数的定义域，求解两个集合，再求交集.

【详解】$y=2^x$ 单调递增，当 $x<1$ 时，$0<y<2$，即 $M=(0,2)$

$2x-x^2\geq 0\Leftrightarrow x^2-2x\leq 0$，得 $0\leq x\leq 2$，即 $N=[0,2]$，

所以 $M\cap N=(0,2)$.

故选：C

2．B

【分析】根据三角函数的定义结合充分必要条件定义可判断.

【详解】当 $\alpha=\dfrac{\pi}{6}$ 时，$\sin\alpha<\cos\alpha$ 成立，所以由 $\sin\alpha<\cos\alpha$ 成立不能推出 α 是第四象限角；

若 α 是第四象限角，则 $\sin\alpha<0$，$\cos\alpha>0$，则 $\sin\alpha<\cos\alpha$ 成立，

故 $\sin\alpha<\cos\alpha$ 是 α 为第四象限角的必要不充分条件.

故选：B.

3．D

【分析】利用复数乘除运算化简，求出 z 和 $\overline{z}$，再根据复数模的公式求出 $\overline{z}$ 的模.

【详解】由 $(z+2)\mathrm{i}=1-\mathrm{i}$，得 $z\mathrm{i}+2\mathrm{i}=1-\mathrm{i}$，

$\therefore z=\dfrac{1-3\mathrm{i}}{\mathrm{i}}=\dfrac{(1-3\mathrm{i})\mathrm{i}}{\mathrm{i}^2}=-3-\mathrm{i}$，

$\therefore \overline{z}=-3+\mathrm{i}$，则 $|\overline{z}|=\sqrt{(-3)^2+1}=\sqrt{10}$.

故选：D.

4．B

【分析】根据 χ^2 与临界值的大小关系确定犯错误的概率的范围.

【详解】因为 $\chi^2=8.069$，结合表格可知 $8.069>6.635$，所以认为“性别与喜欢数学有关”犯错误的概率不超过 0.010.

故选：B.

5．C

【分析】根据函数奇偶性可排除 B，利用函数值正负可排除 A，再根据单调性排除 D，得解.

【详解】令 $f(x)=\dfrac{\lg|x|}{x}$，$x\in(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$，

因为$f(-x)=\frac{\lg|-x|}{-x}=-\frac{\lg|x|}{x}=-f(x)$，所以$f(x)$是奇函数，排除B，

又当$x>1$时，$f(x)>0$恒成立，排除A，

当$x>0$时，$f(x)=\frac{\lg x}{x}$，

$\therefore f'(x)=\frac{x\cdot\frac{1}{x\ln 10}-\lg x}{x^2}=\frac{\frac{\ln e}{\ln 10}-\lg x}{x^2}=\frac{\lg e-\lg x}{x^2}$，

$\therefore 0<x<e$，$f'(x)>0$，函数$f(x)$单调递增，

当$x>e$时，$f'(x)<0$，即函数$f(x)$单调递减，故D不正确.

故选：C.

6．A

【分析】由等差数列通项公式的基本量法求得a_6，然后由等差数列的前n项和公式及等差数列的性质求解.

【详解】设$\{a_n\}$的公差为d，则$\frac{1}{2}a_{14}-a_{10}=\frac{1}{2}(a_1+13d)-(a_1+9d)=-\frac{1}{2}a_1-\frac{5}{2}d=4$，

$a_1+5d=-8$，即$a_6=-8$，

所以$S_{11}=\frac{11(a_1+a_{11})}{2}=11a_6=-88$，

故选：A.

7．B

【分析】根据$S_{\triangle ACD}=3S_{\triangle ABD}$确定$CD=3BD$，从而可得$\overrightarrow{AD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，从而用向量数量积的运算律即可求解.

【详解】设等腰$\triangle ABC$在BC边上的高为h，

因为$S_{\triangle ACD}=3S_{\triangle ABD}$，所以$\frac{1}{2}\times CD\times h=3\times\frac{1}{2}\times BD\times h$，

所以$CD=3BD$,所以$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，

所以$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}\cdot\left(\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}\right)=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}^2+\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

$=\frac{3}{4}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\frac{1}{4}\left|\overrightarrow{AB}\right|\cdot\left|\overrightarrow{AC}\right|\cos\angle BAC=\frac{5}{2}$.

故选:B.

8．A

【分析】分析题意转化为公切线问题，利用圆与圆的位置关系求解即可.

【详解】由题意得与点$A(1,1)$的距离为 1 的直线始终与$(x-1)^2+(y-1)^2=1$相切，

而该直线也与圆$(x-1)^2+(y-4)^2=2$相切，

故这样的直线是圆$(x-1)^2+(y-1)^2=1$与圆$(x-1)^2+(y-4)^2=2$的公切线，

易知圆心距离为 3，半径和为$\sqrt{2}+1$，显然$\sqrt{2}+1<3$，故两圆相离，

可得这样的直线共 4 条，故 A 正确，

故选：A

9．D

【分析】由题，$f'(x)=x^2+(m-2)x+(5-m)$，则方程$f'(x)=0$的两根都大于 2，由根的分布知识可得答案.

【详解】$f'(x)=x^2+(m-2)x+(5-m)$，对于方程$f'(x)=0$，

$\Delta=(m-2)^2-4(5-m)>0\Rightarrow m\in(-\infty,-4)\cup(4,+\infty)$

设方程两根为x_1,x_2，由韦达定理，

$x_1+x_2=2-m$，$x_1x_2=5-m$.

因$f(x)$的两个极值点都大于 2，则方程$f'(x)=0$的两根都大于 2，

则$\begin{cases}x_1+x_2>4\\(x_1-2)(x_2-2)=x_1x_2-2(x_1+x_2)+4>0\end{cases}$

$\Rightarrow\begin{cases}2-m>4\\5-m-2(2-m)+4>0\end{cases}\Rightarrow-5<m<-2$.

结合$m\in(-\infty,-4)\cup(4,+\infty)$，可得$m\in(-5,-4)$.

故选：D

10．B

【详解】试题分析：$PA\perp$底面ABC，则$PA\perp BC$，又$AB\perp BC$，则$BC\perp$平面PAB，（1）当$AE\perp PB$时，$BC\perp AE$，则$AE\perp$平面$PBC, AE\perp EF$，故 A 正确；（2）当$EF//$平面ABC，又$EF\subset$平面PBC，平面$PBC\cap$平面$ABC=BC$，则$EF//BC$，故$EF\perp$平面PAB，$AE\perp EF$，故

C 正确；（3）当 $PC\perp$ 平面 AEF 时，$PC\perp AE$，又 $BC\perp AE$，则 $AE\perp$ 平面 PBC，$AE\perp EF$，故 D 正确；用排除法.故选 B.

考点：点、线、面的位置关系.

【思路点睛】本题主要考查了直线与平面平行、垂直的性质，直线与平面、直线与直线垂直的判定，考查了空间想象能力、逻辑推理能力，属于中档题.欲证 ΔAEF 是直角三角形，关键是在三角形中找到互相垂直的两边，根据 A，D 选项中的条件都能推出 $AE\perp$ 平面 PBC，而 $EF\subset$ 平面 PBC，从而 $AE\perp EF$，所以 ΔAEF 一定是直角三角形；根据选项中的条件能推出 $EF//BC$，而 $BC\perp$ 平面 PAB，从而 $EF\perp$ 平面 PAB，于是 $AE\perp EF$，用排除法，选出错误的选项为 B.

11．A

构造函数 $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}(x>0)$，利用导数确定函数单调性，原不等式可化为 $g(\ln x)>g(2)$，根据单调性即可求解.

【详解】令 $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}(x>0)$，则 $g'(x)=f'(x)+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x^2f'(x)+1}{x^2}$，

因为 $x>0$ 时，$x^2f'(x)+1>0$，

所以 $g'(x)=f'(x)+\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x^2f'(x)+1}{x^2}>0$，

即函数 $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增；

又 $f(2)=\dfrac{5}{2}$，所以 $g(2)=f(2)-\dfrac{1}{2}=2$；

由 $f(lnx)>\dfrac{1}{\ln x}+2$ 得 $f(lnx)-\dfrac{1}{\ln x}>2$，

所以 $g(\ln x)>g(2)$，

因此，$\ln x>2$，解得 $x>e^2$.

故选：A.

本题主要考查了利用导数研究函数的单调性，利用函数的单调性求解不等式，属于中档题.

12．C

转化：$|MM'|=\dfrac{1}{2}(|AG|+|BH|)=\dfrac{1}{2}(|AF|+|BF|)$，利用余弦定理：

$|AB|=\sqrt{|AF|^2+|BF|^2-2|AF||BF|\cos\dfrac{2\pi}{3}}$，即得解.