

银川市、石嘴山市 2024 年普通高中学科教学质量检测

理科数学

本试卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知复数 $z_1 = \sqrt{3} + 3i, z_2 = \sqrt{3} - i$ ，则 $\frac{z_1}{z_2} =$ ()

- A. $\sqrt{3}i$ B. $2\sqrt{3}i$ C. $-\sqrt{3}i$ D. $-2\sqrt{3}i$

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意，结合复数的运算法则，准确计算，即可求解.

【详解】由复数 $z_1 = \sqrt{3} + 3i, z_2 = \sqrt{3} - i$ ，可得 $\frac{z_1}{z_2} = \frac{\sqrt{3} + 3i}{\sqrt{3} - i} = \frac{(\sqrt{3} + 3i)(\sqrt{3} + i)}{(\sqrt{3} - i)(\sqrt{3} + i)} = \sqrt{3}i$.

故选：A

2. 设全集 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x} < 2\}$ ，则集合 $\{4, 5\} =$ ()

- A. $\complement_U(A \cap B)$ B. $(\complement_U A) \cap B$
C. $A \cap (\complement_U B)$ D. $(\complement_U A) \cap (\complement_U B)$

【答案】C

【解析】

【分析】由交集，补集和解不等式运算可得.

【详解】因为 $\sqrt{x} < 2$ ，所以 $0 < x < 4$ ，

所以 $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 0 < x < 4\} = \{1, 2, 3\}$ ，

所以 $\complement_U B = \{0, 4, 5, 6\}$ ，

所以 $A \cap (\complement_U B) = \{4, 5\}$ ，

故 ABD 错误，故 C 正确；

故选：C

3. 设 a, b, l 是三条不同的直线, α, β 是两个不同的平面, 若 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, a \subset \alpha, b \subset \beta$, 则

“ $a \perp l$ ”是“ $a \perp b$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 即不充分也不必要条件

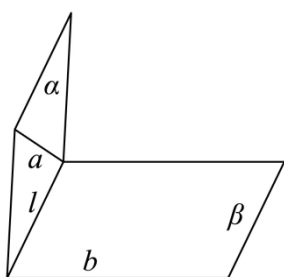
【答案】A

【解析】

【分析】利用空间中直线、平面的位置关系结合充分、必要条件的定义判定选项即可.

【详解】因为 $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, a \subset \alpha$, 所以 $a \perp l$ 时有 $a \perp \beta$,

又 $b \subset \beta$, 所以 $a \perp b$, 即 $a \perp b$, 满足充分性;



而若 $b \perp l$ 时, 同理可得 $a \perp b$, 如上图所示, 符合题意,

但明显 a, l 可相交或可平行, 不满足必要性.

故选: A

4. 抛掷两枚质地均匀的骰子, 已知两枚骰子向上的点数之和为偶数, 则向上的点数之和为 8 的概率为

()

- A. $\frac{5}{36}$ B. $\frac{5}{18}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $\frac{2}{9}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用列举法能求出向上的点数之和为 8 的概率.

【详解】抛掷两枚质地均匀的骰子, 两枚骰子向上的点数之和为偶数,

基本事件总数为 18, 分别为:

$(1,1), (1,3), (1,5), (2,2), (2,4), (2,6), (3,1), (3,3), (3,5),$

$(4,2), (4,4), (4,6), (5,1), (5,3), (5,5), (6,2), (6,4), (6,6),$

向上的点数之和为 8 包含的基本事件个数为 5, 分别为:

$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2),$

则向上的点数之和为 8 的概率为 $P = \frac{5}{18}$.

故选：B.

5. 锂电池在存放过程中会发生自放电现象，其电容量损失量随时间的变化规律为 $Q = kt^p$ ，其中 Q （单位 mAh）为电容量损失量， p 是时间 t 的指数项，反映了时间趋势由反应级数决定， k 是方程剩余项未知参数的组合，与温度 T 和电池初始荷电状态 M 等自放电影响因素有关. 以某种品牌锂电池为研究对象，经实验采集数据进行拟合后获得 $p = 0.5$ ，相关统计学参数 $R^2 > 0.995$ ，且预测值与实际值误差很小. 在研究 M 对 Q 的影响时，其他参量可通过控制视为常数，电池自放电容量损失量随时间的变化规律为

$Q = kt^p = e^{(A+BM)}t^p$ ，经实验采集数据进行拟合后获得 $A = 2.228, B = 1.3$ ，相关统计学参数

$R^2 = 0.999$ ，且预测值与实际值误差很小. 若该品牌电池初始荷电状态为 80%，存放 16 天后，电容量损失量约为（ ）

（参考数据为： $e^{3.22} \approx 25.08, e^{3.232} \approx 25.33, e^{3.265} \approx 26.26, e^{3.628} \approx 37.64$ ）

A. 100.32

B. 101.32

C. 105.04

D. 150.56

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意，得到 $Q = e^{(2.228+1.3M)} \cdot t^{0.5}$ ，将 $M = 80\% = 0.8$ ， $t = 16$ ，结合题中所给数据加以计算，即可得到存放 16 天后电容量损失量近似值.

【详解】根据题意，可得 $p = 0.5, A = 2.228, B = 1.3$ ，

代入 $Q = kt^p = e^{(A+BM)}t^p$ ，可得 $Q = e^{(2.228+1.3M)} \cdot t^{0.5}$ ，

因为该品牌电池初始荷电状态 $M = 80\% = 0.8$ ，

所以存放 16 天后，电容量损失量 $Q = e^{(2.228+1.3 \times 0.8)} \cdot 16^{0.5} = 4e^{3.265} \approx 4 \times 26.26 = 105.4$.

故选：C.

6. 若 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$ ，则 $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{6}\right) =$ （ ）

A. $-\frac{7}{8}$

B. $\frac{7}{8}$

C. $-\frac{3}{4}$

D. $\frac{3}{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】利用诱导公式得到 $\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ ，再由二倍角公式计算可得。

【详解】因为 $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$ ，

$$\begin{aligned} \text{所以 } \sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{6}\right) &= \sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right) \\ &= \cos\left[2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right] = 1 - 2\sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = 1 - 2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{7}{8}. \end{aligned}$$

故选：B

7. 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = a$ ， $BC = a^2$ ， P 是 $\triangle ABC$ 内一点， $PA = PC$ ，且 $S_{\triangle PBC}$ 的面积是 $\triangle PAC$ 的面积的 2 倍，则 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} =$ ()

A. $\frac{3a^4}{16} - \frac{a^2}{4}$

B. $-\frac{3a^4}{16} - \frac{a^2}{4}$

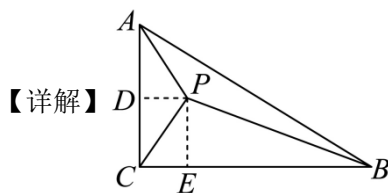
C. $\frac{3a^4}{16} + \frac{a^2}{4}$

D. $-\frac{3a^4}{16} + \frac{a^2}{4}$

【答案】B

【解析】

【分析】过 P 作 $PD \perp AC$ 于 D ， $PE \perp BC$ 于 E ，由 $S_{\triangle PBC} = 2S_{\triangle PAC}$ 可得 $PD = \frac{1}{2}a \cdot PE$ ，由 $PA = PC$ ，得 $\triangle PAC$ 为等腰三角形，即 D 为 AC 中点，可求得 $PE = \frac{1}{2}a$ ， $CE = \frac{1}{4}a^2$ ， $BE = \frac{3}{4}a^2$ ，又 $\overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{PE} = 0$ ， $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{EB} = 0$ ，所以 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{PE}$ ，计算即可。



过 P 作 $PD \perp AC$ 于 D ， $PE \perp BC$ 于 E ，

$$S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}BC \cdot PE = \frac{1}{2}a^2 \cdot PE, \quad S_{\triangle PAC} = \frac{1}{2}AC \cdot PD = \frac{1}{2}a \cdot PD,$$

因为 $S_{\triangle PBC} = 2S_{\triangle PAC}$ ，所以 $\frac{1}{2}a^2 \cdot PE = 2 \times \frac{1}{2}a \cdot PD$ ，即 $PD = \frac{1}{2}a \cdot PE$ ，

因为 $PA = PC$ ，所以 $\triangle PAC$ 为等腰三角形，

又 $PD \perp AC$ ，所以 D 为 AC 中点，所以 $DC = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}a$ ，

因为四边形 $DCEP$ 为矩形, 所以 $PE = DC = \frac{1}{2}a$,

又 $PD = \frac{1}{2}a \cdot PE$, 所以 $PD = \frac{1}{4}a^2$, 所以 $CE = PD = \frac{1}{4}a^2$, $BE = a^2 - \frac{1}{4}a^2 = \frac{3}{4}a^2$,

由图形可知 $PD \perp PE$, $DA \perp EB$, 则 $\overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{PE} = 0$, $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{EB} = 0$,

$$\begin{aligned} \text{所以 } \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} &= (\overrightarrow{PD} + \overrightarrow{DA}) \cdot (\overrightarrow{PE} + \overrightarrow{EB}) = \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{PE} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{EB} \\ &= \overrightarrow{PD} \cdot \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{PE} = \frac{1}{4}a^2 \times \frac{3}{4}a^2 \times \cos 180^\circ + \frac{1}{2}a \times \frac{1}{2}a \times \cos 180^\circ = -\frac{3a^4}{16} - \frac{a^2}{4}. \end{aligned}$$

故选: B.

8. 设函数 $f(x) = \sin^2 \omega x - \cos^2 \omega x + 2\sqrt{3} \sin \omega x \cos \omega x$ ($\omega > 0$), 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, 方程 $f(x) = 2$ 有且只有两个不相等的实数解, 则 ω 的取值范围是 ()

A. $\left[\frac{7}{3}, \frac{13}{3}\right)$

B. $\left[\frac{7}{3}, \frac{13}{3}\right]$

C. $\left[\frac{8}{3}, \frac{14}{3}\right)$

D. $\left[\frac{8}{3}, \frac{14}{3}\right]$

【答案】C

【解析】

【分析】利用二倍角公式及辅助角公式先化简函数式, 再根据三角函数的图象与性质计算即可.

【详解】由已知易知 $f(x) = \sqrt{3} \sin 2\omega x - \cos 2\omega x = 2 \sin\left(2\omega x - \frac{\pi}{6}\right)$,

当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时 $2\omega x - \frac{\pi}{6} \in \left[-\frac{\pi}{6}, \pi\omega - \frac{\pi}{6}\right]$,

所以要满足题意有 $\frac{5\pi}{2} \leq \pi\omega - \frac{\pi}{6} < \frac{9\pi}{2} \Rightarrow \omega \in \left[\frac{8}{3}, \frac{14}{3}\right)$.

故选: C

9. 若函数 $f(x) = (x^2 - ax - 2)e^x$ 在 $x = -2$ 处取得极大值, 则 $f(x)$ 的极小值为 ()

A. $-6e^2$

B. $-4e$

C. $-2e^2$

D. $-e$

【答案】C

【解析】

【分析】由题意求出 a 的值, 进而求出 $f(x)$, 再解出极小值即可.

【详解】因为函数 $f(x) = (x^2 - ax - 2)e^x$ 在 $x = -2$ 处取得极大值，

则 $f'(x) = [x^2 + (2-a)x - 2 - a] \cdot e^x$ ， $(x \in \mathbb{R})$ 且 $f'(-2) = 0$ ，

即 $4 - 2(2-a) - 2 - a = 0$ ，所以 $a = 2$ ；

所以 $f(x) = (x^2 - 2x - 2) \cdot e^x$ ， $f'(x) = (x^2 - 4) \cdot e^x = (x+2)(x-2)e^x$ ，

令 $f'(x) = 0$ ，则 $x = 2$ 或 $x = -2$ ，

由 $x \in (-\infty, -2)$, $f'(x) > 0$ ， $x \in (-2, 2)$, $f'(x) < 0$ ， $x \in (2, +\infty)$, $f'(x) > 0$ ，

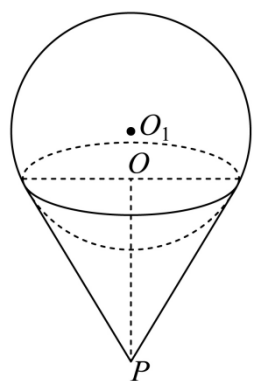
所以 $f(x)$ 在 $(-\infty, -2)$, $(2, +\infty)$ 单调递增；在 $(-2, 2)$ 单调递减.

所以 $y_{\text{极小}} = f(2) = -2e^2$.

故选：C.

10. 如图，球 O_1 与圆锥相切，切点在圆锥 PO 的底面圆周上，圆锥 PO 的母线长是底面半径的 2 倍，设球

O_1 的体积为 V_1 ，圆锥 PO 的体积为 V_2 ，则 $V_1 : V_2 =$ ()



A. 32:9

B. 27:8

C. 26:7

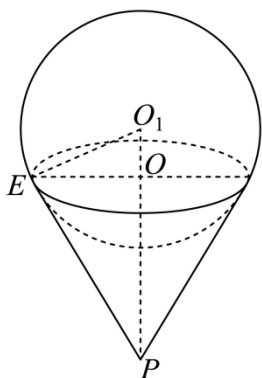
D. 9:4

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意，结合圆锥与球的体积公式代入计算，即可得到结果.

【详解】



如图，设切点为 E ，连接 O_1E ，则 $O_1E \perp EP$ ，

因为圆锥 PO 的母线长是底面半径的 2 倍，

设 $O_1E = r$ ， $PE = 2r$ ，则 $OP = \sqrt{3}r$ ，

$$\text{所以 } V_2 = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot \sqrt{3}r = \frac{\sqrt{3}\pi r^3}{3},$$

由 $\triangle PEO \sim \triangle PO_1E$ 可得 $\frac{PE}{OP} = \frac{O_1P}{PE}$ ，即 $PE^2 = OP \cdot O_1P$ ，

$$\text{所以 } 4r^2 = \sqrt{3}r \times O_1P, \text{ 所以 } O_1P = \frac{4r}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}r}{3},$$

$$\text{所以 } OO_1 = O_1P - OP = \frac{4\sqrt{3}r}{3} - \sqrt{3}r = \frac{\sqrt{3}}{3}r,$$

$$\text{在直角 } \triangle O_1OE \text{ 中, } EO_1 = \sqrt{OO_1^2 + OE^2} = \sqrt{\frac{r^2}{3} + r^2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}r,$$

$$\text{即球的半径为 } R = \frac{2\sqrt{3}r}{3}, \text{ 所以 } V_1 = \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{2\sqrt{3}r}{3}\right)^3 = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi r^3,$$

$$\text{所以 } \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{32\sqrt{3}}{27}\pi r^3}{\frac{\sqrt{3}\pi r^3}{3}} = \frac{32}{9}.$$

故选：A

11. 若 $f(x) = \ln(x^2 + 1) - \frac{1}{|x|}$ ，设 $a = f(-3)$, $b = f(\ln 2)$, $c = f(2^{0.3})$ ，则 a , b , c 的大小关系为

()

A. $c > a > b$

B. $b > c > a$

C. $a > b > c$

D. $a > c > b$

【答案】D

【解析】

【分析】求出函数定义域，判断奇偶性和单调性，比较 $|-3|, |\ln 2|, |2^{0.3}|$ 的大小即可.

【详解】由题意知 $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ，由 $f(-x) = \ln \left[(-x)^2 + 1 \right] - \frac{1}{|-x|} = f(x)$ ，

所以 $f(x)$ 为偶函数，图象关于 y 轴对称，

当 $x > 0$ 时，由复合函数的单调性法则知 $f(x)$ 随 x 的增大而增大，

即 $x \in (0, +\infty)$ ， $f(x) = \ln(x^2 + 1) - \frac{1}{|x|}$ 单调递增，

因为 $a = f(-3) = f(3)$ ， $b = f(\ln 2)$ ， $c = f(2^{0.3})$ ，

且 $1 = 2^0 < 2^{0.3} < 2^1 = 2$ ， $0 < \ln 2 < \ln e = 1$ ，

所以 $\ln 2 < 2^{0.3} < 3$ ，所以 $f(\ln 2) < f(2^{0.3}) < f(3)$ ，

即 $b < c < a$ ，也就是 $a > c > b$ 。

故选：D

12. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，以线段 F_1F_2 为直径的圆与双曲线 C 在第一象限的交点为 P ，圆 O 与 y 轴负半轴的交点为 Q ，若直线 PQ 与 x 轴的交点 M 平分线段 OF_2 ，则双曲线 C 的离心率为（ ）

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{3}$

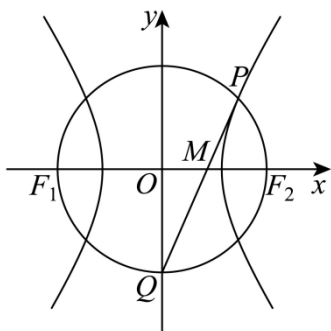
D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据条件，先确定直线 PQ 的方程，与圆 O 方程联立，得到 P 点坐标，再根据 P 在双曲线上，得到关于 a, b, c 的齐次式，从而可求双曲线的离心率.

【详解】如图



易知，点 Q 的坐标为 $(0, -c)$ ，点 M 的坐标为 $\left(\frac{c}{2}, 0\right)$ ，所以直线 PQ 的方程为： $y = 2x - c$ 。

$$\text{由 } \begin{cases} y = 2x - c \\ x^2 + y^2 = c^2 \end{cases} \Rightarrow P\left(\frac{4c}{5}, \frac{3c}{5}\right).$$

又 $P\left(\frac{4c}{5}, \frac{3c}{5}\right)$ 在双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 上，

$$\text{所以: } \frac{16c^2}{25a^2} - \frac{9c^2}{25b^2} = 1 \Rightarrow (2c^2 - 5a^2)(8c^2 - 5a^2) = 0, \text{ 又 } c^2 > a^2,$$

$$\text{所以 } 2c^2 - 5a^2 = 0 \Rightarrow e = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

故选：B

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 求 $(x^2 - 2x - 1)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为_____.

【答案】 -40

【解析】

【分析】转化条件可得 $(x^2 - 2x - 1)^5 = [x^2 - (2x + 1)]^5$ ，则 $(x^2 - 2x - 1)^5$ 的展开式的通项公式为

$$T_{k+1} = C_5^k (x^2)^{5-k} \cdot [-(2x+1)]^k, \text{ 进而可得 } T_{k+1} = (-1)^k \cdot 2^{k-r} \cdot C_5^k \cdot C_k^r \cdot x^{10-k-r}, \text{ 给 } k、r \text{ 赋值即可得解.}$$

【详解】由题意 $(x^2 - 2x - 1)^5 = [x^2 - (2x + 1)]^5$,

$$\text{则 } (x^2 - 2x - 1)^5 \text{ 的展开式的通项公式为 } T_{k+1} = C_5^k (x^2)^{5-k} \cdot [-(2x+1)]^k,$$

$$\text{又 } (2x+1)^k \text{ 的展开式的通项公式为 } T'_{r+1} = C_k^r (2x)^{k-r} \cdot 1^r,$$

$$\text{所以 } T_{k+1} = (-1)^k \cdot C_5^k \cdot C_k^r \cdot (x^2)^{5-k} \cdot (2x)^{k-r} = (-1)^k \cdot 2^{k-r} \cdot C_5^k \cdot C_k^r \cdot x^{10-k-r},$$

由题意可得 $0 \leq r \leq k \leq 5$,

$$\text{令 } 10 - k - r = 3 \text{ 即 } k + r = 7,$$

当 $k=5$, $r=2$ 时, $(-1)^k \cdot 2^{k-r} \cdot C_5^k \cdot C_k^r = -2^3 \times 1 \times 10 = -80$,

当 $k=4$, $r=3$ 时, $(-1)^k \cdot 2^{k-r} \cdot C_5^k \cdot C_k^r = 2 \times 5 \times 4 = 40$,

所以 $(x^2 - 2x - 1)^5$ 的展开式中 x^3 的系数为 $-80 + 40 = -40$.

故答案为: -40 .

【点睛】本题考查了二项式定理的应用,考查了运算求解能力与分类讨论思想,属于中档题.

14. 已知点 F 是抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 A 在抛物线上, 且 AF 与 x 轴垂直, 过点 A 与 OA 垂直的直线交抛物线于另一点 B , 若 $|FB| = 13$, 则抛物线 C 的方程为_____.

【答案】 $y^2 = 2x$

【解析】

【分析】先得到 $A\left(\frac{p}{2}, p\right)$, 从而表达出直线 AB 的方程, 联立抛物线方程, 得到 $x_B = \frac{25p}{2}$, 由焦半径公式得到方程, 求出答案.

【详解】由题意得 $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$, 令 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 中 $x = \frac{p}{2}$ 得, $y = \pm p$,

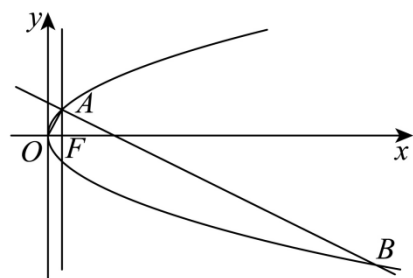
不妨设 $A\left(\frac{p}{2}, p\right)$, 此时直线 OA 的斜率为 $\frac{p-0}{\frac{p}{2}-0} = 2$,

故直线 AB 的方程为 $y - p = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{p}{2}\right)$, 即 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5p}{4}$,

联立 $y^2 = 2px$ 得, $x^2 - 13px + \frac{25p^2}{4} = 0$,

解得 $x = \frac{25p}{2}$ 或 $\frac{p}{2}$ (与 A 重合, 舍去),

由抛物线定义可得 $|BF| = \frac{25p}{2} + \frac{p}{2} = 13$, 解得 $p = 1$,



故抛物线 C 的方程为 $y^2 = 2x$.

故答案为: $y^2 = 2x$

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 30^\circ$, $AB = 2BC$, $AC = \sqrt{3}$, 点 D 在线段 AB 的延长线上, 且 $AB = 4BD$, 则 $CD =$ _____.

【答案】 $\frac{\sqrt{7}}{2}$

【解析】

【分析】在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理可求得 $BC = 1$, 在 $\triangle ACD$ 中, 由余弦定理可求得 CD 的长.

【详解】在 $\triangle ABC$ 中, 由余弦定理可得 $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \cdot AB \cdot \cos \angle CAB$,

即 $BC^2 = 3 + 4BC^2 - 2\sqrt{3} \cdot 2BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$, 解得 $BC = 1$,

所以 $AB = 2$, $BD = \frac{1}{2}$,

在 $\triangle ACD$ 中, 由余弦定理可得

$$CD^2 = AC^2 + AD^2 - 2AC \cdot AD \cdot \cos \angle CAB = 3 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \times \sqrt{3} \times \frac{5}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{7}{4},$$

所以 $CD = \frac{\sqrt{7}}{2}$.

故答案为: $\frac{\sqrt{7}}{2}$.

16. 若定义在 $\mathbb{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $y = f(x+1)$ 是奇函数, $f(4+x) = f(-x)$, $f(2) = 2$, 则 $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(30) =$ _____.

【答案】 2

【解析】

【分析】由 $y = f(x+1)$ 是奇函数, 可得 $f(x) = -f(-x+2)$, 由 $f(4+x) = f(-x)$ 可得 $f(x+2) = f(-x+2)$, 进而得到 $f(x) = -f(x+2)$, 从而得出函数 $f(x)$ 的周期为 4, 根据条件赋值可求得 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = 0$, 从而得解.

【详解】因为 $y = f(x+1)$ 是奇函数, 所以 $f(x+1) = -f(-x+1)$,

用 $x-1$ 替换上式中的 x , 可得 $f(x) = -f(-x+2)$,

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/456201115034010123>