眼科病床的合理安排

摘要

本文结合了排队论的思想，研究了某医院眼科病床合理安排的问题。尽量应用 Matlab 软件解决图形等问题，用归一分析法评价 FCFS 规那么优劣；应用运筹学的排队论思想建立新的病床安排模型。

针对问题一，对于 FCFS 规那么优劣的评价我们引用归一分析法，发现了 FCFS 规那么只顾及到患者公平度问题，而没考虑医院的病床使用率，这样便大大的浪费了医院有限的床位资源。在确定评价指标体系时，由于影响病床合理安排有多重因素，所以利用层次分析法确定了“缩短患者逗留时间”,“提高床位效率指数”,“满足较好的公平度”三个解决合理安排眼科病床的重要措施，由此也确定了由它们构成的评价指标体系。

针对问题二，因 FCFS 存在的弊端，我们运用运筹学的排队论理论对床位安排进行最优设计和最优运营，确立了相互独立的 5 个效劳系统的模型，并在评价指标体系的根底上计算出了使这 5 个排队系统的逗留时间之和最小的病床分配比例：白内障单眼，白内障双眼，视网膜，青光眼，外伤的分配床数依次为 26，24，21，5，13。也计算出了此时所有病人在系统内的平均逗留时间最短之值：9.3447。最后，在此模型的根底上根据的第二天拟出院病人数来确定第二天应该安排哪些病人住院。

针对问题三,我们应用 Matlab 软件中的 Curve Fitting Tool 分别计算出了 5 个效劳系统的经验分布函数以及其每个的原分布——归一图，并读出置信区间，也就是病人的大致住院时间。

针对问题四，我们依据多排列的原那么，先按照出院人数确定住院人数，遵循我们建立的病床安排模型，知道各类疾病分配的床位数。目的是到达理想床位数的安排。为此我们给出了从 2008 年 8 月 1 日开始以后的病人，重新填入其入院时间、第一次手术时间、第二次手术时间、出院时间的 EXCEL 表格。

最后，由于我们的模型有一定的限制条件，我们看到等待的患者数总是大于 1 的，因此增加总病床数可增加病人的满意度，并在一定程度上增加总的评价指标值。而且，打破各个效劳系统相互独立这个束缚，当一个效劳系统资源不够而其他相异的效劳系统资源充裕而有剩余的时候，可以做临时的适当调整，这样也在一定程度上提高了病床的利用率。

关键词： 归一分析法，层次分析法，床位效率指数模型，排队论思想，多排列多效劳台的效劳系统 ，Matlab 中的 Curve Fitting Tool

一、问题重述

随着时代的开展，社会的进步，人民生活水平的提高，大家都越来越关心个人以及整个家庭的身体健康问题。看病就医，这个日常生活不可或缺的环节，已经让更多的人意识到它的重要性。谈及到医院就医，排队等候必不可少。患者到门诊就诊、到收费处划价、到药房取药、到注射室打针、等待住院等，往往需要排队等待接受某种效劳。按照以往的惯例，也就是大家心目中所谓的公平，医院往往应用 FCFS(First come ,first serve)的系统来安排床位。初看之，非常符合公平的原那么，但是仔细分析后会发现，这种方法有很大的弊端，主要表达在 FCFS 的算法弊端上。针对这些问题，我们认为分析出 FCFS 的利弊，并建立合理的模型解决存在的问题十分必要〔以某医院眼科病床的合理安排的问题为例〕。

该医院眼科门诊每天开放，住院部共有病床 79 张。该医院眼科手术主要分四大类：白内障、视网膜疾病、青光眼和外伤。

白内障手术较简单，而且没有急症。目前该院是每周一、三做白内障手术，此类病人的术前准备时间只需 1、2 天。做两只眼的病人比做一只眼的要多一些，大约占到 60%。如果要做双眼是周一先做一只，周三再做另一只。

外伤疾病属于急症，病床有空时立即安排住院，住院后第二天便会安排手术。

其他眼科疾病比拟复杂，有各种不同情况，但大致住院以后 2-3 天内就可以接受手术，主要是术后的观察时间较长。这类疾病手术时间可根据需要安排，一般不安排在周一、周三。由于急症数量较少，建模时这些眼科疾病可不考虑急症。

根据青光眼、白内障、外伤疾病、视网膜疾病等眼病手术的一些需求，我们建立合理的模型。 第一，在我们分析原系统存在的问题所在的时候，我们应用归一法对问题进行分析答复。对于确定评价指标体系这个问题，因为这个体系是由各种各样的因素符合而成的体系，而且，基于层次分析法的特点，我们采用此策略进行评价系统体系元素确立的筛选。第二，运用排队论的知识，建立合理的病床安排模型。同时对所提供数据的分析比照，根据的第二天拟出院病人数来确定第二天应该安排哪些病人住院。第三，做好求解每个效劳系统的经验分布函数，并用 Curve Fitting Tool 求出每个效劳系统的置信区间。第四，理论联系实际，对前几问的模型结果进行应用，得出门诊时间为 2008-8-1 以后的病人，重新填入其入院时间、第一次手术时间、第二次手术时间、出院时间表格。

1.2 需要解决的问题

现根据以上的根本情况考虑以下问题：

问题一:建立合理的评价指标体系，说明应用 FCFS 的安排法安排床位的优缺点。

问题二:考虑 FCFS 的优缺点，取其精华，去其糟粕，建立更加合理的模型来解决床位的安排问题。并用问题一中建立的评价指标体系对两个方案进行比照分析评价。

问题三：应用模型估算病人入院时间。

问题四：应用提供的数据进行分析 2008-8-1 以后的病人，重新填入其入院时间、第一次手术时间、第二次手术时间、出院时间

二、问题分析

2.1 问题一的分析

问题一属于应用归一分析法以及层次分析法解决的数学问题。经过归一分析的方法归结该医院的床位工作效率，我们发现了该医院 FCFS 排队系统存在着一定的弊端。在确定评价指标体系这个问题上，因为层次分析法可以在多种选择中作出良好的筛选，便采用此法来确定评价指标体系。对附录中所给数据，进行处理所得到时的数据〔附录 1〕建立床位效率指数模型来计算床位工作效率指数，用归一分析的方法计算该医院的床位工作效率由些判断出 FCFS 规那么的弊端。

2.2 问题二的分析

基于问题一确定的评价指标体系，根据所给数据，我们做了处理。首先分析出了自2008年7月14日开始到2008年9月11日结束这60天某医院眼科的入院人数、入院累计量、出院人数、出院累积量以及床位使用数，并制成“床位使用数”EXCEL表格〔见附录1〕。再统计这60天各类病的入院人数〔见附录2〕并应用Matlab数学软件绘制成图得知此医院各眼科患者流的概率分布，确定每个排队系统符合哪种理论分布。

分别统计以往不同疾病病人的平均到达率，平均术前等待时间，平均逗留时间，记录到达间隔和效劳时间的经验分布，通过对问题的分析，运用排队论的知识，根据不同疾病的类别建立5个排队系统，编程并运用Maflab 工具求出5个排队系统的逗留时间之和最小时的病床分配比例。

最后通过对所给数据的分析，遵守新模型规定的排队规那么和效劳规那么，根据的第二天拟出院病人数来确定第二天安排哪些病人入院。

出院入院情况，作为病人，自然希望尽早知道自己大约何时能住院。

求出每个效劳系统的置信区间，从而可以根据当时住院病人及等待住院病人的统计情况，在病人门诊时即告知其大致入住时间区间是必要的。Matlab 中的 Curve Fitting Tool 解决了求解回归函数以及置信区间的问题。

2.4 问题四的分析

结合问题二所建立的新模型，来逐天分配等待的 102 位患者的入院时间，手术时间，出院时间。

三、根本假设

1. 假设病床的供应量远远小于需求量；
2. 假设该医院眼科门诊每天开放，住院部共有病床 79 张且每个病人到达医院是随机的；
3. 外伤急症具有优先住院权 ，病床有空时立即安排住院，住院后第二天便会安排手术；
4. 假设手术设备和医生足够多，即只要住院的病人准备好，就可随时进行手术；
5. 假设每一种病人的手术准备时间是固定的，观察时间是服从均匀分布的；
6. 假设入院当天即可进行术前准备；
7. 白内障手术仅安排在周一、周三，且对双眼白内障手术在同一周的周一做第一次的手术、周三做第二次手术；此类病人的术前准备时间只需 1、2 天。做两只眼的病人比做一只眼的要多一些，大约占到 60%
8. 假设其它眼科疾病不考虑急症且不安排周一、周三；
9. 排队等待的病人如暂时没有病床时，先在医院门诊室排队系统等待，不再去其他医院门诊；因而，等待的人数及空间在理论上无限制；

四、定义与符号说明

4.1 符号说明

i:白内障〔双眼〕系统的多效劳台模型的效劳台个数

j: 白内障〔单眼〕系统的多效劳台模型的效劳台个数

k：视网膜疾病系统的多效劳台模型的效劳台个数

l：青光眼系统的多效劳台模型的效劳台个数

m:外伤系统的多效劳台模型的效劳台个数

c：某效劳系统的多效劳台模型的效劳台个数，不同情况下，c可取i, j, k, l, m

n:某效劳系统的在门诊已经挂过号，需要入院的人数

μ：单个效劳台的平均效劳率

λ：系统有 c 个顾客的时候的平均到达率

p：效劳强度，或称使用因子

p_0:某效劳系统无效劳台的概率

p_1：某效劳系统有一个效劳台的概率

p_{n-1}：某效劳系统有n-1 个效劳台的概率

p_n：某效劳系统有n个效劳台的概率

p_{n+1}：某效劳系统有n+1 个效劳台的概率

W_S：某效劳系统的逗留时间

4.2 名词解释：

⑴床位周转次数：是指在一定时期内每张床位的病人出院人数
⑵患者逗留时间：含等待入院及住院时间
⑶患者效劳时间：从住院到出院时间
⑷层次分析法〔Analytic Hierarchy Process 简称 AHP〕：是将决策总是有关的元素分解成目标、准那么、方案等层次，在此根底之上进行定性和定量分析的决策方法。这种方法的特点是在对复杂的决策问题的本质、影响因素及其内在关系等进行深入分析的根底上，利用较少的定量信息使决策的思维过程数学化，从而为多目标、多准那么或无结构特性的复杂决策问题提供简便的决策方法。
⑸排队论：排队论(Queuing Theory)，是研究系统随机聚散现象和随机效劳系统工作过程的数学理论和方法，又称随机效劳系统理论，为运筹学的一个分支。

五、模型的建立与求解

5.1 问题一的答复：

①分析 FCFS 排队系统存在的问题：
模型Ⅰ(归一分析模型)：
该医院住院部对全体非急症病人是按照 FCFS 规那么安排住院，以下是对 FCFS 规那么作的简单的说明图

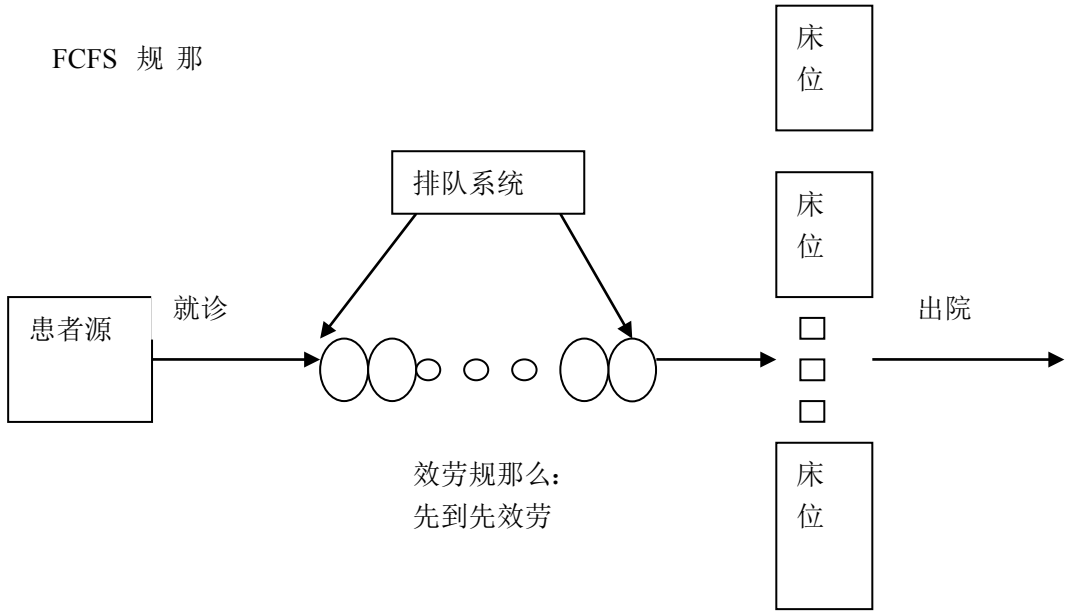


图 5-1-1

由上可见 FCFS 规那么是一个可看作是一个单队列多效劳台的排队模型，不能有效地分配医院资源。以下将由数据进行说明：

我们以十天为一个单位，计算该医院的病床工作效率，由公式【1】

床位使用率＝期内实际占用总床日数÷期内实际开放总床日数

床位周转次数=期内出院人数×期内天数÷期内占床总天数

表 5-1-1

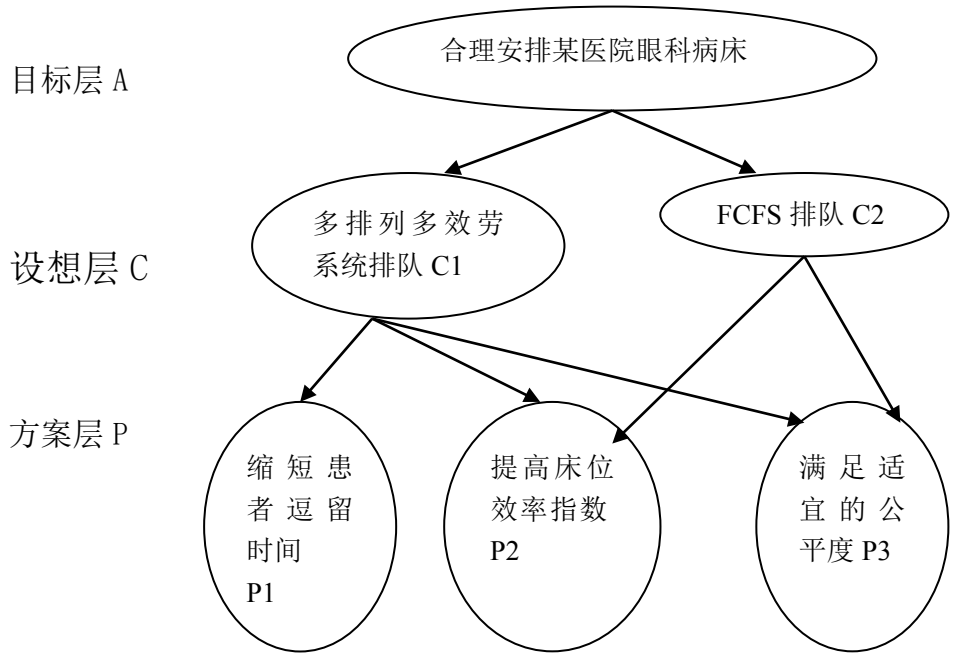
时间段						
期内出院人数	2	22	75	75	90	85
占床总天数	32	334	769	784	785	438
床位周转次数						
床位使用率%		42．278				
效率指数						
效率分析	低效	低效	低效	低效	高效	低效

〔“期内床位标准周转次数”用 2005，2006，2007 年各单位时间内的周转数求平均值所得〕

根据床位效率指数模型可知：当实际值与标准相等，且使用率100％时，那么床位运转情况到达管理要求的最正确状况，这种状况为等效状态，等效状态下的床位效率指数必为…1’，因此以“1”为标准判断床位工作效率情况。当效率指数<1时，床位为低效率运行，当效率指数=1时床位等效率运行；当效率指数>1时，床位高效率运行。此模式称为“归一分析法”。

到此，我们通过运用归一分析法，我们发现，这个医院床位工作效率是低的的。原因何在？分析显示，是FCFS排队系统所致。FCFS虽然算法容易实现，但效率不高，只顾及患者等候时间，没考虑患者要求效劳时间的长短。这样便大大的浪费了医院有限的床位资源以及一定数量的医生资源。因此，为例提高医院的工作效率，使其更好的发挥作用，我们需要确定一个评价指标体系，以此为基准来评价病床安排模型的优劣，到达目的。

②模型Ⅱ〔层次分析模型〕【2】：



求解过程：

⑴.构建判断矩阵：

判断矩阵 A-C

A	C1	C2

C1	1	5
C2	1/5	1

判断矩阵 C1-P

C1	P1	P2	P3
P1	1	5	4
P2	1/5	1	1/4
P3	1/4	4	1

判断矩阵 C2-P

C2	P3	P2
P3	1	5
P2	1/5	1

⑵.计算最大特征值和特征向量

应用 Matlab 软件中来计算，具体程序〔附录 3〕

A-C 矩阵的最大特征值为 2，特征向量为 W=(0.6806 ，0.1961)

C 1 -P 矩阵的最大特征值为 3.0522，特征向量为 W=

〔0.6308 ， 0.4263 ， 0.1429〕

C2-P 矩阵的最大特征值为 2，特征向量为 W=(0.6806 ，0.1961)

⑶ 各判断矩阵的各层次单排序计算

随机一致性指标〔RI〕：

维数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0. 00					1. 24			

结果如下：

各判断矩阵的各层次单排序计算以及一致性检验：

判断矩阵	特征向量	λmax	CI	RI	CR
A-C	(0.6806,0.1961)	2	0	0	0
C1-P	(0.6308,0.4263,0.1429)				
C2-P	(0.6806,0.1961)	2	0	0	0

⑷层次总排序及决策

合理安排某医院眼科的总目标的层次总排序如表：

层次 C	C1	C2	层次 P 总排序值
层次 P			
P1			
P2			
P3		0	

层次总排序一致性检测如下

××

××

对合理安排某医院眼科病床这个总目标来说以及所考虑的三种因素来说，缩短患者逗留时间这个因素对目标实现的权重 P1=0.5054，提高床位效率指数这个因素对目标实现的权重 P2=0.3564，公平度这个因素对目标实现的权重 P3=0.1382 。

⑸得出结论:

由层次分析法，我们看到，对于合理安排某医院眼科病床这个总目标以及所考虑的三种因素来说，缩短患者逗留时间这个因素在床位的合理安排上起着举足轻重的作用，而且，提高床位效率指数以及公平度这两个因素对于目标的实现也是不容无视的，为此，我们确立了评价指标体系，其组成元素有“提高床位效率指数”,“缩短患者逗留时间”以及“满足适宜的公平度”。

①利用评价指标建立新的病床安排模型(多排队多效劳台的效劳系统模型)：

由问题一可知，当前医院实行的FCFS规那么，不能有效地分配医院资源。所以我们参考多排列多效劳台的效劳系统：【3】

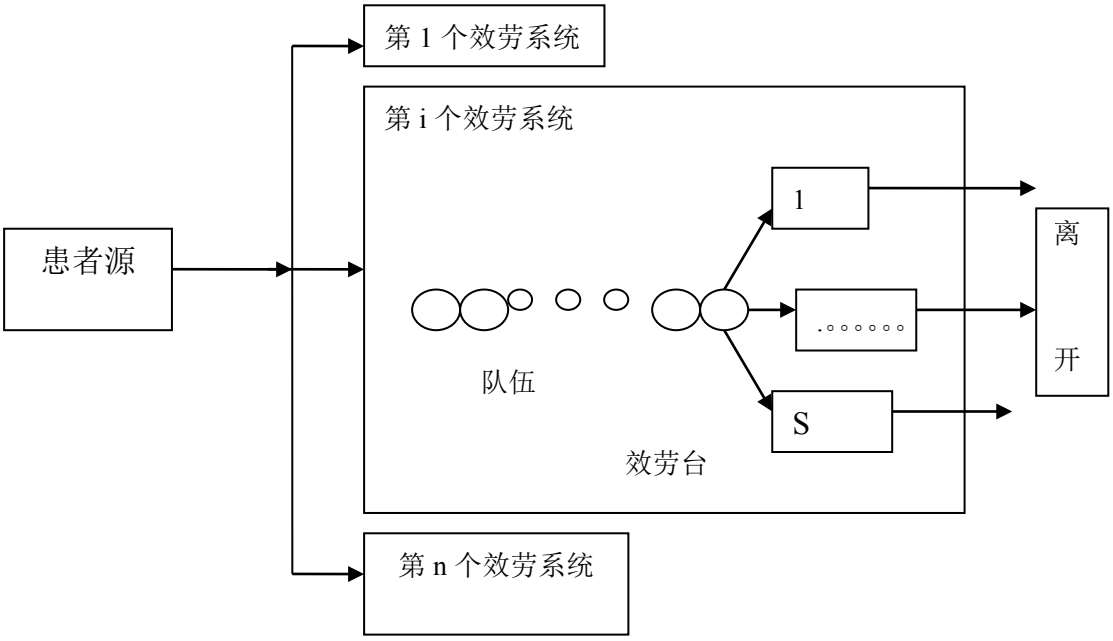


图5-2-1

把病人按照手术类型分为5个队列，将病床当作效劳台，建立了一个5队列多效劳台的具有优先权的排队模型。在该模型中遵循不同的眼科疾病病人按照先到先效劳的原那么，排成5队(白内障双眼队列、白内障单眼队列、视网膜疾病队列、青光眼队列、外伤队列)，依次进入住院部治疗。

此时医院建有5个效劳系统，构成5个排队系统。

就视网膜的顾客流，记录了61天的情况

i	0	1	2	3	4	5	6
f_i	25	10	6	7	8	4	1
A_i	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6

在α $P\{X=i\}=\dfrac{e^{-\lambda}\lambda^{i}}{i!}, i=0,1,2,\mathrm{L}$ ，

λ

P_0=0. 182684 $P_1$562 P_2=0. 263978 P_3=0. 149587

P_4=0.063579　　P_5=0.021615　　P_6

A_i	f_i	P_i P_i	nP_i nP_i	f_i^2/nP_i
A_0	25			
A_1	10			
A_2	6			
A_3	7			
A_4	8			
A_5	4			
A_6	1			

其中有些nP_i小于5的组予以合并，使得每组均有nP_i大于5，如图中A_4，A_5，A_6合并得

A_i	f_i	P_i P_i	nP_i	f_i^2/nP_i
A_0	25			
A_1	10			
A_2	6			
A_3	7			
A_4	13			

并组后k k=5，故$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{f_i^2}{np_i}-n$ χ^2的自由度为5−1−1=3 5−1−1=3

由上表$\chi^2=\sum_{i=1}^{k}\frac{f_i^2}{np_i}-n$=0.114131<0.3518〔查表得$\chi^2_{0.05}(3)=0.3518$〕

故认为该样本来自泊松分布总体

对其它四种病采用相同的方法，都验证出顾客源服从泊松分布

对附录中349位病人的情况统计不同疾病的平均等待时间，手术安排时间，平均术前准备时间，平均效劳时间，平均逗留时间

病型	白内障〔单〕	白内障〔双〕	青光眼	视网膜	外伤
平均等待时间	13	13	12	13	1

手术安排时间	星期1 星期3	星期1 星期3	星期2，4， 5，6，7	星期2，4， 5，6，7	入院第2 天
平均术前准备时间	2	3	2	2	1
平均术后修复时间	3	3	8	10	6
平均效劳时间	15	21	23	25	8
平均逗留时间	5	9	10	13	7

表5-2-1

由对上的图形和数据的分析，我们知每个效劳系统的顾客流为泊松流，均符合标准型M／M／C／∞／∞故设医院将79张病床分给5个效劳系统，其数目分别设为i、j、k、l、m，且$i+j+k+l+m\le 79$，那么i、j、k、l、m的数目就构成了各自系统内的多效劳台模型的效劳台个数。下面运用排队论的知识【5】，根据不同疾病的类别建立5个排队系统，求出5个排队系统的逗留时间之和最小时的病床分配比例。

各效劳台的工作是相互独立的(不搞协作)，单个效劳台的平均效劳率为μ，那么单个排队系统的平均效劳率为c（当$c\le n$），或n（当$n<c$）($c=i,j,k,l,m$)，系统的效劳强度为$p=\frac{\lambda}{c\mu}$，对排队系统进行分析，得到系统状态概率的平衡方程为

由以上三个等式得: $$P_0=\left\{\left[\sum_{n=0}^{C-1}\frac{(cp)^n}{n!}\right]+\left[\frac{(cp)^c}{c!(1-p)}\right]\right\}^{-1}$$

排队系统的运行指标有多个，此时只考虑系统的逗留时间

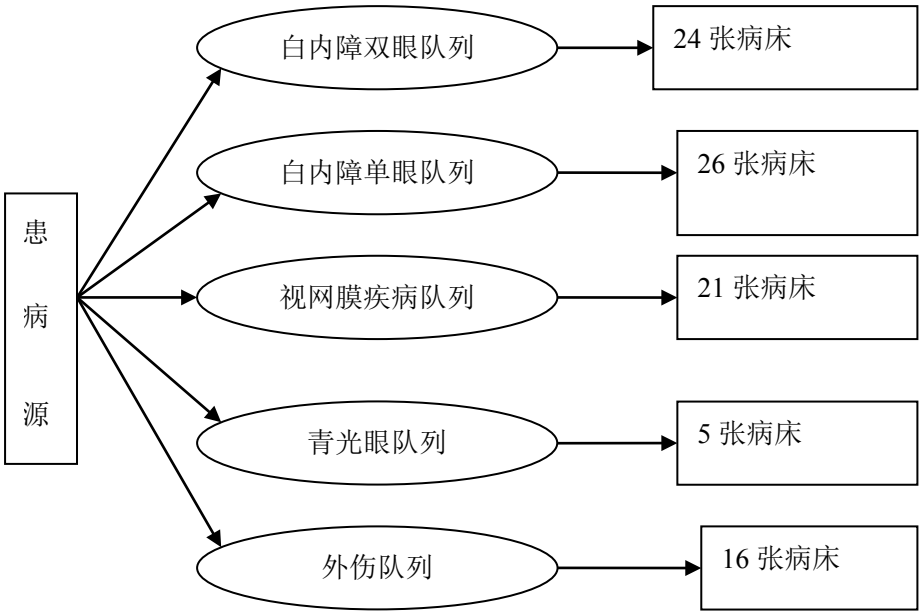
同理，对其它4个排队系统做相同分析。求解这5个排队系统的逗留时间之和最小的病床分配比例，即是医院的最正确病床分配比例。结果如下：

疾病种数	分配病床数	病床百分比
白内障〔双眼〕	24	30.38%
白内障〔单眼〕	26	20.25%
视网膜	21	26.58%
青光眼	5	6.33%
外伤	13	16.46%

表5-2-2

此时所有病人在系统内的平均逗留时间(含等待人院及住院时间)最短，其值为：

由上得知，优化的效劳系统为



排队规那么：同类型内部先到先效劳规那么

急症优先原那么

效劳规那么：当前选中的病人总平均逗留时间最短

图5-2-2

②下面拟出第二天要出院的病人以及要安排住院的病人

以从表5-2-1提取的数据

病型	白单	白双	青光眼	视网膜	外伤
平均术后修复时间	3	3	8	10	6

为依据拟出现住院的79位患者的出院时间〔附录4〕

得知第二天出院也就是9月12号出院的病人为1号的视网膜疾病患者,2号的视网膜疾病患者，4号的青光眼患者，13号白内障〔单眼〕患都，43号的白内障〔单眼〕，72号的外伤。累计是

病型	白内障〔单〕	白内障〔双〕	视网膜	青光眼	外伤
出院人数	2	0	2	1	1

现住院的床位情况

病型	白内障〔单〕	白内障〔双〕	视网膜	青光眼	外伤
床数	7	22	33	9	8

9 月 12 号出院后病人的床数情况

病型	白内障〔单〕	白内障〔双〕	视网膜	青光眼	外伤
床数	5	22	31	8	7

由问题二中建立的病床安排模型知道各类疾病分配的床位数为

病型	白内障〔单〕	白内障〔双〕	视网膜	青光眼	外伤
分配床数	26	24	21	5	13

服从外伤病人优先原那么，同类病人内部先到先效劳的原那么，使该医院的床位分配情况逐步到达新模型中情况：现白内障〔单〕〔双〕、外伤床数低于理想床数，视网膜，青光眼高于理想床数

102位等待患者情况

病型	白内障〔单〕	白内障〔双〕	视网膜	青光眼	外伤
门诊人数	21	29	37	15	1

故安排要住院的病人是1号的白内障〔双〕，6号的白内障〔双〕，7号的白内障14号的白内障，22号的白内障，97号的外伤。

由新模型建立的过程可知运用多排队多效劳台效劳系统的病床安排模型，使病人的术前等待时间下降，减少病人的经济负担，提高病人的满意度，同时使医院的资源到达最大的利用率，使二者的利益均衡，得到最优化。

5.3 问题 3 的答复

5 个效劳系统，我们应用 Matlab 软件〔主要是 Curve Fitting Tool〕【4】对各疾病的等待时间进行统计确定置信区间下以视网膜和白内障〔单眼〕为例。

图 5-3-1 视网膜病人等待时间情况

经过 Curve Fitting Tool 的处理后，我们得到其原分布—回归图：

图 5-3-2 视网膜患者原分布—回归图

经过 Fitting 的处理(见附录 5)

我们得到其经验分布函数为: f(x) =

```
a1*exp(-((x-b1)/c1)^2) + a2*exp(-((x-b2)/c2)^2) +
a3*exp(-((x-b3)/c3)^2) + a4*exp(-((x-b4)/c4)^2) +
a5*exp(-((x-b5)/c5)^2)
```

其中：

a1 = -2.158 b1 = 35.54 c1 = 24.61

a2 = 3.208 b2 = 31.11 c2 = 12.06

a3 = 12.74 b3 = 91 c3 = 8.727e+005

a4 = 0.5799 b4 = 76.16 c4 =1.231

a5 = 1.289 b5 = 75.26 c5 = 1.08

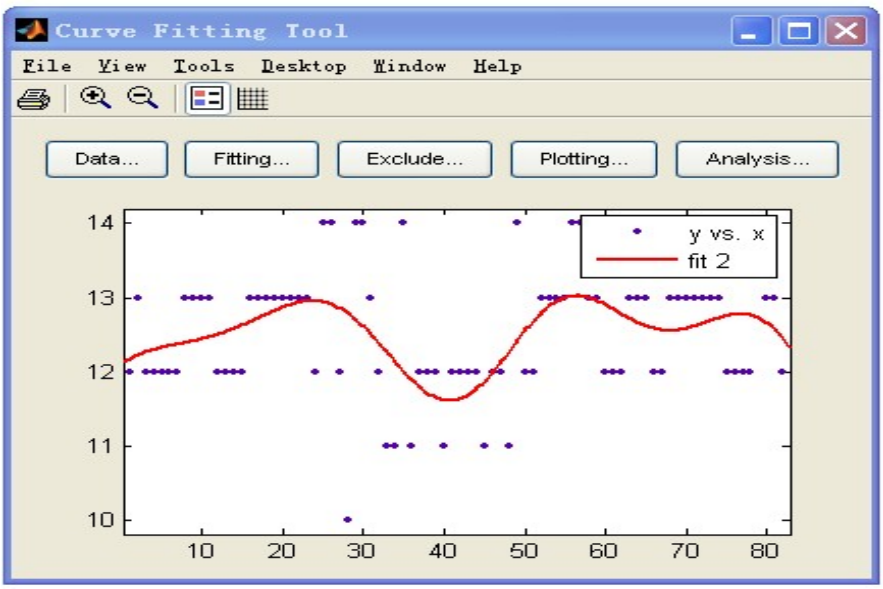
经过 Analysis 的分析，得到其置信区间为[11.4461,13.4448]

考虑到实际，其置信区间为[11,13]

白内障〔双眼〕分布图：

图 5-3-3

经过 Curve Fitting Tool 的处理后，我们得到其原分布—回归图：



5-3-4 白内障〔双眼〕患者原分布-回归图

经过 Fitting 的处理(见附录 5-2)

我们得到其经验分布函数为: f(x) =

a1*exp(-((x-b1)/c1)^2) + a2*exp(-((x-b2)/c2)^2) +

a3*exp(-((x-b3)/c3)^2) + a4*exp(-((x-b4)/c4)^2)

其中: a1 = 12.41 b1 = 79.62 c1 = 24.25

a2 = 11.79 b2 = 0.09045 c2 = 32.57

a3 = 6.886 b3 = 53.49 c3 = 14.29

b4 = 30.94 c4 = 17.64

经过 Analysis 的分析，得到其置信区间为[10.873,13.473]

考虑到实际，其置信区间为[11,14]

白内障〔单眼〕分布图：

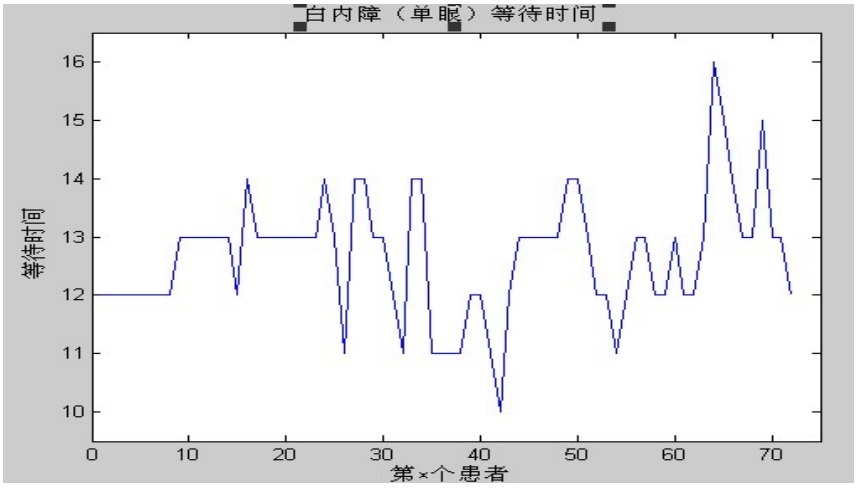


图 5-3-5

经过 Curve Fitting Tool 的处理后，我们得到其原分布—回归图：

图 5-3-6 白内障〔单眼〕患者原分布—回归图

经过 Fitting 的处理(见附录 5-3)

我们得到其经验分布函数为:f(x)= a1*exp(-((x-b1)/c1)^2) + a2*exp(-((x-b2)/c2)^2) +

a3*exp(-((x-b3)/c3)^2) + a4*exp(-((x-b4)/c4)^2) +

a5*exp(-((x-b5)/c5)^2) + a6*exp(-((x-b6)/c6)^2) +

a7*exp(-((x-b7)/c7)^2)

其中：

a1 = 9.833 ;

a2 = 11.36 ;

a3 = 6.65 ; b3 =

a4 = 9.165 ;

a5 = 10.59 ;

a6 = 10.46 ;

c6

a7 = 10.42 ;

c7 = 9.42

经过 Analysis 的分析，得到其置信区间为[10.1563,13.7443]

考虑到实际，其置信区间为[10,14]

同理，对白内障双眼、青光眼分别进行如上分析，结果如下：

病型	视网膜	白内障〔双眼〕	白内障〔单眼〕	青光眼	外伤

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/456231105021010201