# 2023-2024学年福建省闽侯市第六中学高三第3次联考数学试题

请考生注意：

1．请用2B铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用0．5毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。

2．答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$），以点$P$（$b,0$）为圆心，$a$为半径作圆$P$，圆$P$与双曲线$C$的一条渐近线交于$M$，$N$两点，若$\angle MPN=90°$，则$C$的离心率为（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{7}}{2}$

2．若双曲线$E$：$\frac{x^2}{m}-\frac{y^2}{n}=1\ (mn>0)$绕其对称中心旋转$\frac{\pi}{3}$后可得某一函数的图象，则$E$的离心率等于（　　）

A．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　D．2或$\sqrt{3}$

3．已知函数$f(x)=x^3+\sin x+\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$，若$f(2a-1)>f(0)$，则*a*的取值范围为（　　）

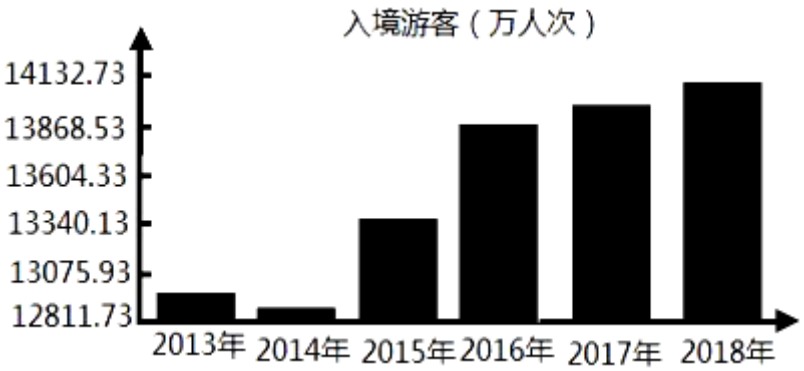
A．$\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$　　B．$(0,1)$　　C．$\left(\frac{1}{2},1\right)$　　D．$\left(0,\frac{1}{2}\right)$

4．已知函数$f\left(x\right)=\frac{\ln x}{x}$，$g\left(x\right)=xe^{-x}$.若存在$x_1\in\left(0,+\infty\right)$，$x_2\in R$使得$f\left(x_1\right)=g\left(x_2\right)=k\left(k<0\right)$成立，则$\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2e^k$的最大值为（　　）

A．$e^2$　　B．$e$

C．$\frac{4}{e^2}$　　D．$\frac{1}{e^2}$

5．如图是国家统计局公布的年入境游客（单位：万人次）的变化情况，则下列结论错误的是（　）




**A．2014 年我国入境游客万人次最少**

**B．后 4 年我国入境游客万人次呈逐渐增加趋势**

**C．这 6 年我国入境游客万人次的中位数大于 13340 万人次**

**D．前 3 年我国入境游客万人次数据的方差小于后 3 年我国入境游客万人次数据的方差**

6．若$(1-2i)z=5i$（i 是虚数单位），则$|z|$的值为（　　）

**A．3**　　**B．5**　　**C．$\sqrt{3}$**　　**D．$\sqrt{5}$**

7．已知集合$A=\{1,3,\sqrt{m}\}$，$B=\{1,m\}$，若$A\cup B=A$，则$m=$（　）

**A．$0$或$\sqrt{3}$**　　**B．$0$或$3$**　　**C．$1$或$\sqrt{3}$**　　**D．$1$或$3$**

8．已知复数$z=\dfrac{5}{3+4i}$，则复数$z$的虚部为（　　）

**A．$\dfrac{4}{5}$**　　**B．$-\dfrac{4}{5}$**　　**C．$\dfrac{4}{5}i$**　　**D．$-\dfrac{4}{5}i$**

9．设$m$，$n$是两条不同的直线，$\alpha$，$\beta$是两个不同的平面，下列命题中正确的是（　）

**A．若$\alpha\perp\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m\perp n$**

**B．若$\alpha//\beta$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$m//n$**

**C．若$m\perp n$，$m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，则$\alpha\perp\beta$**

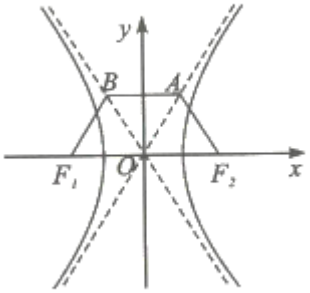
**D．若$m\perp\alpha$，$m//n$，$n//\beta$，则$\alpha\perp\beta$**

10．已知函数$f(x)=A\cos(2x+\varphi)(\varphi>0)$的图像向右平移$\dfrac{\pi}{8}$个单位长度后，得到的图像关于$y$轴对称，$f(0)=1$，当$\varphi$取得最小值时，函数$f(x)$的解析式为（　　）

**A．$f(x)=\sqrt{2}\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})$**　　**B．$f(x)=\cos(2x+\dfrac{\pi}{4})$**

**C．$f(x)=\sqrt{2}\cos(2x-\dfrac{\pi}{4})$**　　**D．$f(x)=\cos(2x-\dfrac{\pi}{4})$**

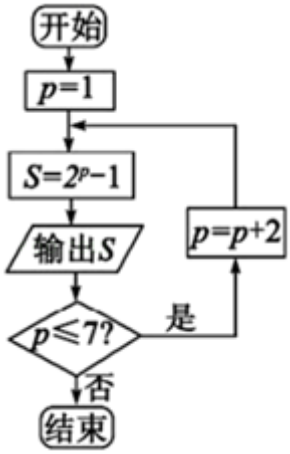
11．如图，双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左，右焦点分别是$F_1(-c,0),F_2(c,0)$，直线$y=\dfrac{bc}{2a}$与双曲线$C$的两条渐近线分别相交于$A,B$两点.若$\angle BF_1F_2=\dfrac{\pi}{3}$，则双曲线$C$的离心率为（　　）




A．$2$　　B．$\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$

C．$\sqrt{2}$　　D．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

12．马林●梅森是17世纪法国著名的数学家和修道士，也是当时欧洲科学界一位独特的中心人物，梅森在欧几里得、费马等人研究的基础上对$2^p-1$作了大量的计算、验证工作，人们为了纪念梅森在数论方面的这一贡献，将形如$2^p-1$（其中$p$是素数）的素数，称为梅森素数.若执行如图所示的程序框图，则输出的梅森素数的个数是（　　）




A．3　　B．4　　C．5　　D．6

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．若函数$f(x)=\begin{cases}2,x\geq 0\\ \dfrac{2}{x},x<0\end{cases}$，则使得不等式$f(f(a))>0$成立的$a$的取值范围为_____.

14．已知$P$为椭圆$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$上的一个动点，$A(-2,1)$，$B(2,-1)$，设直线$AP$和$BP$分别与直线$x=4$交于$M$，$N$

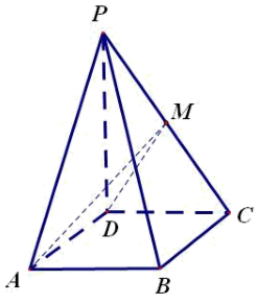
两点，若$\Delta ABP$与$\Delta MNP$的面积相等，则线段$OP$的长为_____.

15.（5分）有一道描述有关等差与等比数列的问题:有四个和尚在做法事之前按身高从低到高站成一列，已知前三个和尚的身高依次成等差数列，后三个和尚的身高依次成等比数列，且前三个和尚的身高之和为$450$ cm，中间两个和尚的身高之和为$315$ cm，则最高的和尚的身高是_____ cm.

16．若函数$f\left(x\right)=ax+\ln x$（$a\in \mathbf{R}$）的图象与直线$y=3x-1$相切，则$a=$_____.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$为正方形，$PD\perp$平面$ABCD$，点$M$是棱$PC$的中点，$AB=2$，$PD=t\left(t>0\right)$.




（1）若$t=2$，证明：平面$DMA\perp$平面$PBC$；

（2）若三棱锥$C-DBM$的体积为$\frac{4}{3}$，求二面角$B-DM-C$的余弦值.

18.（12分）设$x$，$y$，$z\in R$，$z\left(x+2y\right)=m$.

（1）若$x^2+2y^2+3z^2$的最小值为4，求$m$的值；

（2）若$x^2+4y^2+\frac{1}{2}z^2\geq 1$，证明：$m\leq -1$或$m\geq 1$.

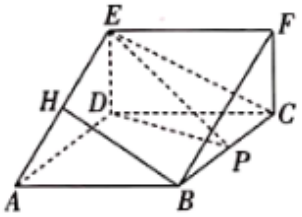
19.（12分）已知函数$f(x)=(x+a)\ln(x+a)+e^x+x$.

（1）当$a=1$时，求函数$f(x)$的图象在$x=0$处的切线方程；

（2）讨论函数$h(x)=f(x)-e^x-x$的单调性；

（3）当$a=0$时，若方程$h(x)=f\left(x\right)-e^x-x=m$有两个不相等的实数根$x_1,x_2$，求证：$\ln(x_1+x_2)>\ln 2-1$.

20.（12分）如图，在三棱柱$ADE$-$BCF$中，$ABCD$是边长为2的菱形，且$\angle BAD=60°$，$CDEF$是矩形，$ED=1$，且平面$CDEF\perp$平面$ABCD$，$P$点在线段$BC$上移动（$P$不与$C$重合），$H$是$AE$的中点.




（1）当四面体 $EDPC$ 的外接球的表面积为 $5\pi$ 时，证明：$HB//$.平面 $EDP$

（2）当四面体 $EDPC$ 的体积最大时，求平面 $HDP$ 与平面 $EPC$ 所成锐二面角的余弦值.

21.（12 分）已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 *n* 项和为 $S_n$，等比数列 $\{b_n\}$ 的前 *n* 项和为 $T_n$，且 $a_1=b_1=1$，$a_5=S_3$，$a_4+b_4=15$.

（1）求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）求数列 $\left\{\dfrac{S_n\cdot T_n}{n}\right\}$ 的前 *n* 项和.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}-ae^x-2a^2x$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)\geq 0$ 恒成立，求实数 $a$ 的取值范围.

# 参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

求出双曲线的一条渐近线方程，利用圆 $P$ 与双曲线 $C$ 的一条渐近线交于 $M,N$ 两点，且 $\angle MPN=90°$，则可根据圆心到渐近线距离为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}a$ 列出方程，求解离心率.

【详解】

不妨设双曲线 $C$ 的一条渐近线 $bx-ay=0$ 与圆 $P$ 交于 $M,N$，

因为$\angle MPN=90°$，所以圆心$P$到$bx-ay=0$的距离为：$\frac{b^2}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{b^2}{c}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$，

即$2c^2-2a^2=\sqrt{2}ac$，因为$e=\frac{c}{a}>1$，所以解得$e=\sqrt{2}$.

故选 A.

【点睛】

本题考查双曲线的简单性质的应用，考查了转化思想以及计算能力，属于中档题．对于离心率求解问题，关键是建立关于$a,c$的齐次方程，主要有两个思考方向，一方面，可以从几何的角度，结合曲线的几何性质以及题目中的几何关系建立方程；另一方面，可以从代数的角度，结合曲线方程的性质以及题目中的代数的关系建立方程.

2、C

【解析】

由双曲线的几何性质与函数的概念可知，此双曲线的两条渐近线的夹角为$60°$，所以$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$，由离心率公式$e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}$即可算出结果.

【详解】

由双曲线的几何性质与函数的概念可知，此双曲线的两条渐近线的夹角为$60°$，又双曲线的焦点既可在$x$轴，又可在$y$轴上，所以$\frac{b}{a}=\sqrt{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\therefore e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=2$或$\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查了双曲线的简单几何性质，函数的概念，考查了分类讨论的数学思想.

3、C

【解析】

求出函数定义域，在定义域内确定函数的单调性，利用单调性解不等式.

【详解】

由$\frac{1+x}{1-x}>0$得$-1<x<1$，

在$x\in(-1,1)$时，$y=x^3$是增函数，$y=\sin x$是增函数，$y=\ln\frac{1+x}{1-x}=\ln(-1+\frac{2}{1-x})$是增函数，∴

$f(x)=x^3+\sin x+\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$是增函数，

∴由 $f(2a-1)>f(0)$ 得 $0<2a-1<1$，解得 $\frac{1}{2}<a<1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查函数的单调性，考查解函数不等式，解题关键是确定函数的单调性，解题时可先确定函数定义域，在定义域内求解.

4、C

【解析】

由题意可知，$g(x)=f(e^x)$，由 $f(x_1)=g(x_2)=k(k<0)$ 可得出 $0<x_1<1$，$x_2<0$，利用导数可得出函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增，函数 $y=g(x)$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增，进而可得出 $x_1=e^{x_2}$，由此可得出 $\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_2}{e^{x_2}}=g(x_2)=k$，可得出 $\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2e^k=k^2e^k$，构造函数 $h(k)=k^2e^k$，利用导数求出函数 $y=h(k)$ 在 $k\in(-\infty,0)$ 上的最大值即可得解.

【详解】

Q $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$g(x)=\frac{x}{e^x}=\frac{\ln e^x}{e^x}=f(e^x)$，

由于 $f(x_1)=\frac{\ln x_1}{x_1}=k<0$，则 $\ln x_1<0\Rightarrow 0<x_1<1$，同理可知，$x_2<0$，

函数 $y=f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，$f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}>0$ 对 $\forall x\in(0,1)$ 恒成立，所以，函数 $y=f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 上单调递增，同理可知，函数 $y=g(x)$ 在区间 $(-\infty,0)$ 上单调递增，

$\therefore f(x_1)=g(x_2)=f(e^{x_2})$，则 $x_1=e^{x_2}$，$\therefore\frac{x_2}{x_1}=\frac{x_2}{e^{x_2}}=g(x_2)=k$，则 $\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2e^k=k^2e^k$，

构造函数 $h(k)=k^2e^k$，其中 $k<0$，则 $h'(k)=(k^2+2k)e^k=k(k+2)e^k$.

当 $k<-2$ 时，$h'(k)>0$，此时函数 $y=h(k)$ 单调递增；当 $-2<k<0$ 时，$h'(k)<0$，此时函数 $y=h(k)$ 单调递减.

所以，$h(k)_{\max}=h(-2)=\frac{4}{e^2}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查代数式最值的计算，涉及指对同构思想的应用，考查化归与转化思想的应用，有一定的难度.

5、D

【解析】

ABD 可通过统计图直接分析得出结论，C 可通过计算中位数判断选项是否正确.

【详解】

A．由统计图可知：2014 年入境游客万人次最少，故正确；

B．由统计图可知：后 4 年我国入境游客万人次呈逐渐增加趋势，故正确；

C．入境游客万人次的中位数应为13340.13与13604.33的平均数，大于13340万次，故正确；

D．由统计图可知：前3年的入境游客万人次相比于后3年的波动更大，所以对应的方差更大，故错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查统计图表信息的读取以及对中位数和方差的理解，难度较易.处理问题的关键是能通过所给统计图，分析出对应的信息，对学生分析问题的能力有一定要求.

6、D

【解析】

直接利用复数的模的求法的运算法则求解即可.

【详解】

$(1-2i)z=5i$（i是虚数单位）

可得$|(1-2i)||z|=|5i|$

解得$|z|=\sqrt{5}$

本题正确选项：$D$

【点睛】

本题考查复数的模的运算法则的应用，复数的模的求法，考查计算能力.

7、B

【解析】

因为$A\cup B=A$,所以$B\subseteq A$,所以$m=3$或$m=\sqrt{m}$.

若$m=3$，则$A=\{1,3,\sqrt{3}\},B=\{1,3\}$,满足$A\cup B=A$.

若$m=\sqrt{m}$，解得$m=0$或$m=1$.若$m=0$，则$A=\{1,3,0\},B=\{1,3,0\}$，满足$A\cup B=A$.若$m=1$，

$A=\{1,3,1\},B=\{1,1\}$显然不成立，综上$m=0$或$m=3$，选 B.

8、B

【解析】

利用复数的运算法则、虚部的定义即可得出

【详解】

$z=\frac{5}{3+4i}=\frac{5(3-4i)}{(3+4i)(3-4i)}=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$,

则复数 $z$ 的虚部为 $-\frac{4}{5}$.

故选：***B***.

【点睛】

本题考查了复数的运算法则、虚部的定义，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

9、D

【解析】

试题分析：Q $m\perp\alpha$，$m\parallel n,\therefore n\perp\alpha,\because n$ P$\beta,\therefore\alpha\perp\beta$,故选 **D.**

考点：点线面的位置关系.

10、A

【解析】

先求出平移后的函数解析式，结合图像的对称性和 $f(0)=1$ 得到 **A** 和 $\varphi$.

【详解】

因为 $f(x)=A\cos\left[2\left(x-\frac{\pi}{8}\right)+\varphi\right]=A\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}+\varphi\right)$ 关于 $y$ 轴对称，所以 $-\frac{\pi}{4}+\varphi=k\pi(k\in Z)$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}+k\pi$，

$\varphi$ 的最小值是 $\frac{\pi}{4}$. $f(0)=A\cos\frac{\pi}{4}=1$，则 $A=\sqrt{2}$，所以 $f(x)=\sqrt{2}\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$.

【点睛】

本题主要考查三角函数的图像变换及性质.平移图像时需注意 **x** 的系数和平移量之间的关系.

11、A

【解析】

易得 $B(-\frac{c}{2},\frac{bc}{2a})$，过 ***B*** 作 ***x*** 轴的垂线，垂足为 ***T***，在 $\Delta F_1TB$ 中，利用 $\frac{BT}{F_1T}=\tan\frac{\pi}{3}$ 即可得到 $a,b,c$ 的方程.

【详解】

由已知，得 $B(-\frac{c}{2},\frac{bc}{2a})$，过 ***B*** 作 ***x*** 轴的垂线，垂足为 ***T***，故 $F_1T=\frac{c}{2}$，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/457034162155006141