全国18名校2024届高考冲刺数学模拟试题

注意事项：

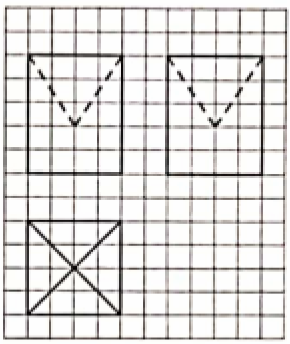
1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．如图所示，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是由一个棱柱挖去一个棱锥后的几何体的三视图，则该几何体的体积为



A．72　　**B．64**　　**C．48**　　**D．32**

2．已知α，β表示两个不同的平面，l为α内的一条直线，则"α∥β是"l∥β"的（ ）

A．充分不必要条件

B．必要不充分条件

C．充要条件

D．既不充分也不必要条件

3．若复数z满足$z-\sqrt{3}(1+z)i=1$，复数z的共轭复数是$\overline{z}$，则$z+\overline{z}=$（　　）

A．1　　B．0　　C．-1　　D．$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

4．关于函数$f(x)=4\left|\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)\right|+4\left|\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)\right|$，有下述三个结论：

①函数$f(x)$的一个周期为$\frac{\pi}{2}$；

②函数$f(x)$在$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$上单调递增；

③函数$f(x)$的值域为$[4,4\sqrt{2}]$．

其中所有正确结论的编号是（　　）

A．①②　　　　　B．②　　　　　C．②③　　　　　D．③

5．斜率为 1 的直线 l 与椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 相交于 A、B 两点，则 $|AB|$ 的最大值为（　　）

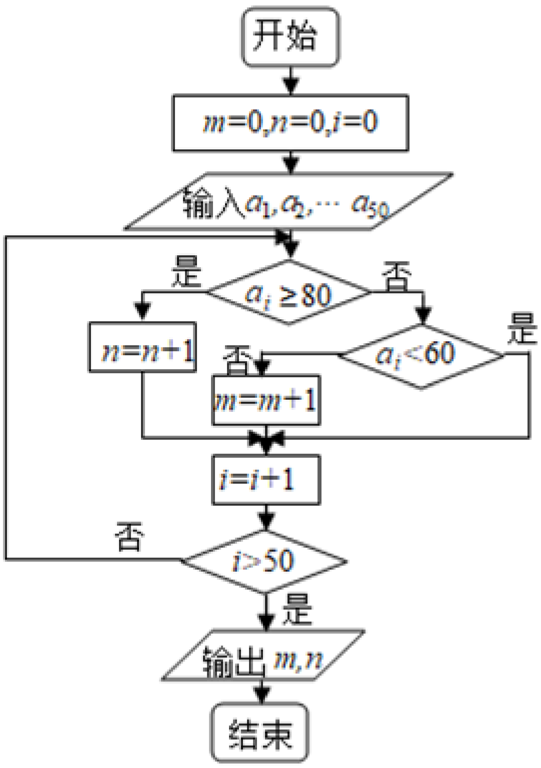
A．2　　　　　B．$\frac{4\sqrt{5}}{5}$　　　　　C．$\frac{4\sqrt{10}}{5}$　　　　　D．$\frac{8\sqrt{10}}{5}$

6．计算 $log_2\left(sin\frac{\pi}{4}cos\frac{5\pi}{3}\right)$ 等于(　　)

A．$-\frac{3}{2}$　　　　　B．$\frac{3}{2}$　　　　　C．$-\frac{2}{3}$　　　　　D．$\frac{2}{3}$

7．如图所示的茎叶图为高三某班 50 名学生的化学考试成绩，算法框图中输入的 a_1，a_2，a_3，$\cdots$，a_{50} 为茎叶图中的学生成绩，则输出的 m，n 分别是（　　）

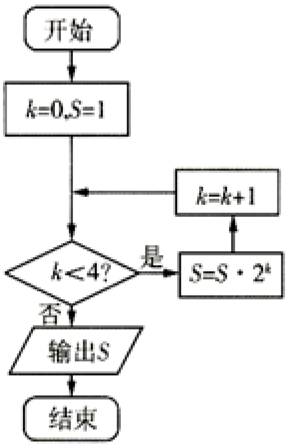
4	3 6 7 8
5	0 1 2 3 3 6 8 9
6	0 0 1 3 4 4 6 6 7 8 8 9
7	0 1 2 2 4 5 6 6 6 7 8 8 9 9
8	0 0 2 4 4 5 6 9
9	0 1 6 8



A．$m=38$，$n=12$　　　　　　　　　　B．$m=26$，$n=12$

C． $m=12$，$n=12$　　　　D． $m=24$，$n=10$

8．执行如图所示的程序框图，则输出的 S 的值是（　　）



A．8　　　　**B．32**　　　　**C．64**　　　　**D．128**

9．已知 F_1、F_2 分别为双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点，过 F_1 的直线 l 交 C 于 A、B 两点，O 为坐标原点，若 $OA\perp BF_1$，$|AF_2|=|BF_2|$，则 C 的离心率为（　　）

A．2　　　　**B．** $\sqrt{5}$　　　　**C．** $\sqrt{6}$　　　　**D．** $\sqrt{7}$

10．设全集为 **R**，集合 $A=\{x|0<x<2\}$，$B=\{x|x\geq 1\}$，则 $A\cap(\complement_{\mathbf{R}}B)=$

A． $\{x|0<x\leq 1\}$　　　　**B．** $\{x|0<x<1\}$　　　　**C．** $\{x|1\leq x<2\}$　　　　**D．** $\{x|0<x<2\}$

11．已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，记 $f_1(x)=f'(x)$，$f_2(x)=f_1'(x)$，…，$f_{n+1}(x)=f_n'(x)$ $(n\in\mathbf{N}^*)$．若 $f(x)=x\sin x$，则 $f_{2019}(x)+f_{2021}(x)=$ （　　）

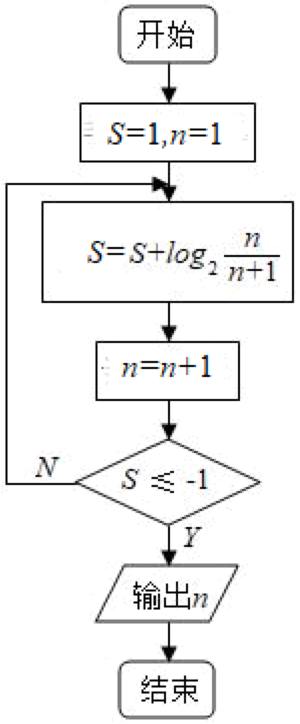
A． $-2\cos x$　　　　**B．** $-2\sin x$　　　　**C．** $2\cos x$　　　　**D．** $2\sin x$

12．已知复数 $z=1-i$，$\overline{z}$ 为 z 的共轭复数，则 $\dfrac{1+z}{\overline{z}}=$（　　）

A． $\dfrac{3+i}{2}$　　　　**B．** $\dfrac{1+i}{2}$　　　　**C．** $\dfrac{1-3i}{2}$　　　　**D．** $\dfrac{1+3i}{2}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．如图所示的流程图中，输出 n 的值为______．



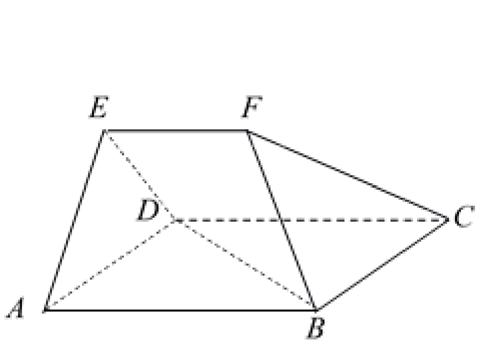
14．已知双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1,F_2$，直线$l$是双曲线$C$过第一、三象限的渐近线，记直线$l$的倾斜角为$\alpha$，直线$l':y=\tan\frac{\alpha}{2}\cdot x$，$F_2M\perp l'$，垂足为$M$，若$M$在双曲线$C$上，则双曲线$C$的离心率为_______

15．在平面直角坐标系xOy中，双曲线$\frac{x^2}{4}-y^2=1$的一条准线与两条渐近线所围成的三角形的面积为______.

16．已知向量$\vec{m}=(1,1)$，$\vec{n}=(2,-1)$，$\vec{g}=(1,\lambda)$，若$\vec{g}\perp\left(2\vec{m}+\vec{n}\right)$，则$\lambda=$______.

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12分）在以$ABCDEF$为顶点的五面体中，底面$ABCD$为菱形，$\angle ABC=120°$，$AB=AE=ED=2EF$，$EF//AB$，二面角$E-AD-B$为直二面角.



（Ⅰ）证明：$BD\perp FC$；

（Ⅱ）求二面角$A-CF-B$的余弦值.

18．（12 分）甲、乙、丙三名射击运动员射中目标的概率分别为$\frac{1}{2},a,a\ (0<a<1)$，三人各射击一次，击中目标的次数记为ξ.

（1）求ξ的分布列及数学期望；

（2）在概率$P(\xi=i)$(i=0，1，2，3)中, 若$P(\xi=1)$的值最大, 求实数a的取值范围.

19．（12 分）在极坐标系Ox中，曲线C的极坐标方程为$\frac{\rho^2}{\sqrt{2}-\rho\sin\theta}=\sqrt{2}+\rho\sin\theta$，直线$l$的极坐标方程为$\rho\left(\cos\theta-\sin\theta\right)=1$,设$l$与$C$交于$A$、$B$两点，$AB$中点为$M$，$AB$的垂直平分线交$C$于$E$、$F$.以$O$为坐标原点，极轴为$x$轴的正半轴建立直角坐标系$xOy$.

（1）求C的直角坐标方程与点M的直角坐标；

（2）求证：$|MA|\cdot|MB|=|ME|\cdot|MF|$.

20．（12 分）某超市计划按月订购一种酸奶，每天进货量相同，进货成本每瓶 4 元，售价每瓶 6 元，未售出的酸奶降价处理，以每瓶 2 元的价格当天全部处理完．根据往年销售经验，每天需求量与当天最高气温（单位：℃）有关．如果最高气温不低于 25，需求量为 500 瓶；如果最高气温位于区间[20，25)，需求量为 300 瓶；如果最高气温低于 20，需求量为 200 瓶．为了确定六月份的订购计划，统计了前三年六月份各天的最高气温数据，得下面的频数分布表：

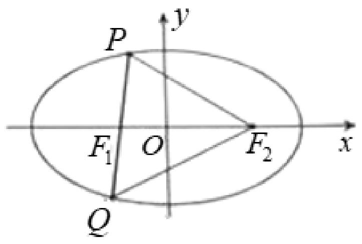
最高气温	[10，15)	[15，20)	[20，25)	[25，30)	[30，35)	[35，40)
天数	2	16	36	25	7	4

以最高气温位于各区间的频率估计最高气温位于该区间的概率．

（1）求六月份这种酸奶一天的需求量不超过 300 瓶的概率；

（2）设六月份一天销售这种酸奶的利润为 Y（单位：元)，当六月份这种酸奶一天的进货量为 450 瓶时，写出 Y 的所有可能值，并估计 Y 大于零的概率．

21．（12 分）如图，已知椭圆E的右焦点为$F_2\left(1,0\right)$，P，Q为椭圆上的两个动点，$\triangle PQF_2$周长的最大值为 8.



（Ⅰ）求椭圆E的标准方程；

（Ⅱ）直线l经过F_2，交椭圆E于点A，B，直线m与直线l的倾斜角互补，且交椭圆E于点M，N，

$|MN|^2=4|AB|$，求证：直线 m 与直线 l 的交点 T 在定直线上.

22.（10 分）已知函数 $f(x)=(x+1)\left(e^x-1\right)$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 在点 $(-1,f(-1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）已知 $f(x)\geq ax$ 在 R 上恒成立，求 a 的值.

（Ⅲ）若方程 $f(x)=b$ 有两个实数根 x_1,x_2，且 $x_1<x_2$，证明：$x_2-x_1\leq b+1+\dfrac{eb}{e-1}$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**B**

【解析】

由三视图可知该几何体是一个底面边长为 **4** 的正方形，高为 **5** 的正四棱柱，挖去一个底面边长为 **4**，高为 **3** 的正四棱锥，利用体积公式，即可求解。

【详解】

由题意，几何体的三视图可知该几何体是一个底面边长为 **4** 的正方形，高为 **5** 的正四棱柱，挖去一个底面边长为 **4**，高为 **3** 的正四棱锥，

所以几何体的体积为 $V=V_{柱}-V_{锥}=4\times4\times5-\dfrac{1}{3}\times4\times4\times3=64$，故选 **B**。

【点睛】

本题考查了几何体的三视图及体积的计算，在由三视图还原为空间几何体的实际形状时，要根据三视图的规则，空间几何体的可见轮廓线在三视图中为实线，不可见轮廓线在三视图中为虚线。求解以三视图为载体的空间几何体的表面积与体积的关键是由三视图确定直观图的形状以及直观图中线面的位置关系和数量关系，利用相应公式求解。

2、**A**

【解析】

试题分析：利用面面平行和线面平行的定义和性质，结合充分条件和必要条件的定义进行判断.

解：根据题意，由于 α，β 表示两个不同的平面，l 为 α 内的一条直线，由于“α∥β，

则根据面面平行的性质定理可知，则必然 α 中任何一条直线平行于另一个平面，条件可以推出结论，反之不成立，

∴“α∥β 是“l∥β”的充分不必要条件．

故选 A．

考点：必要条件、充分条件与充要条件的判断；平面与平面平行的判定．

3、C

【解析】

根据复数代数形式的运算法则求出 z，再根据共轭复数的概念求解即可．

【详解】

解：$\because z-\sqrt{3}i-\sqrt{3}zi=1$，

$\therefore z=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$，

则 $\overline{z}=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$，

$\therefore z+\overline{z}=-1$，

故选：C．

【点睛】

本题主要考查复数代数形式的运算法则，考查共轭复数的概念，属于基础题．

4、C

【解析】

①用周期函数的定义验证.②当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$ 时，$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\in\left[\dfrac{7\pi}{12},\dfrac{17\pi}{24}\right]$，$f(x)=4\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\right)$，再利用单调性判断.③根据平移变换，函数 $f(x)=4\left|\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|+4\left|\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)\right|$ 的值域等价于函数 $g(x)=4\left|\sin\dfrac{1}{2}x\right|+4\left|\cos\dfrac{1}{2}x\right|$ 的值域，而 $g(x+\pi)=g(x)$，当 $x\in[0,\pi]$ 时，$g(x)=4\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 再求值域.

【详解】

因为 $f\left(x+\dfrac{\pi}{2}\right)=4\left|\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7\pi}{12}\right)\right|+4\left|\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{7\pi}{12}\right)\right|=4\left|\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\right)\right|+4\left|\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\right)\right|\neq f(x)$，故①错误；

当 $x\in\left[\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right]$ 时，$\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\in\left[\dfrac{7\pi}{12},\dfrac{17\pi}{24}\right]$，所以 $f(x)=4\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)-4\cos\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{3}\right)=4\sqrt{2}\sin\left(\dfrac{1}{2}x+\dfrac{\pi}{12}\right)$，

$\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{12}\in\left[\frac{\pi}{3},\frac{11\pi}{24}\right]$所以$f(x)$在$\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{4}\right]$上单调递增，故②正确；

函数$f(x)=4\left|\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)\right|+4\left|\cos\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)\right|$的值域等价于函数$g(x)=4\left|\sin\frac{1}{2}x\right|+4\left|\cos\frac{1}{2}x\right|$的值域，易知

$g(x+\pi)=g(x)$，故当$x\in[0,\pi]$时，$g(x)=4\sqrt{2}\sin\left(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{3}\right)\in[4,4\sqrt{2}]$，故③正确.

故选：C.

【点睛】

本题考查三角函数的性质，还考查推理论证能力以及分类讨论思想，属于中档题.

5、C

【解析】

设出直线的方程，代入椭圆方程中消去*y*，根据判别式大于0求得*t*的范围，进而利用弦长公式求得|*AB*|的表达式，利用*t*的范围求得|*AB*|的最大值.

【详解】

解：设直线*l*的方程为$y=x+t$，代入$\frac{x^2}{4}+y^2=1$，消去*y*得$\frac{5}{4}x^2+2tx+t^2-1=0$，

由题意得$\Delta=(2t)^2-1(t^2-1)>0$，即$t^2<1$.

弦长$|AB|=4\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{5-t^2}}{5}\le\frac{4\sqrt{10}}{5}$.

故选：*C*.

【点睛】

本题主要考查了椭圆的应用，直线与椭圆的关系．常需要把直线与椭圆方程联立，利用韦达定理，判别式找到解决问题的突破口.

6、A

【解析】

利用诱导公式、特殊角的三角函数值，结合对数运算，求得所求表达式的值.

【详解】

原式$=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\cos\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)\right]=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]=\log_2\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}\right]=\log_2 2^{-\frac{3}{2}}=-\frac{3}{2}$.

故选：A

【点睛】

本小题主要考查诱导公式，考查对数运算，属于基础题.

7、B

【解析】

试题分析: 由程序框图可知，框图统计的是成绩不小于 80 和成绩不小于 60 且小于 80 的人数，由茎叶图可知，成绩不小于 80 的有 12 个，成绩不小于 60 且小于 80 的有 26 个，故 $m=26$，$n=12$.

考点：程序框图、茎叶图.

8、C

【解析】

根据给定的程序框图，逐次计算，结合判断条件，即可求解.

【详解】

由题意，执行上述程序框图，可得

第 1 次循环，满足判断条件，$S=1,k=1$；

第 2 次循环，满足判断条件，$S=2,k=2$；

第 3 次循环，满足判断条件，$S=8,k=3$；

第 4 次循环，满足判断条件，$S=64,k=4$；

不满足判断条件，输出 $S=64$.

故选：*C*.

【点睛】

本题主要考查了循环结构的程序框图的计算与输出，其中解答中认真审题，逐次计算，结合判断条件求解是解答的关键，着重考查了推理与运算能力，属于基础题.

9、D

【解析】

作出图象，取 AB 中点 E，连接 EF_2，设 $F_1A=x$，根据双曲线定义可得 $x=2a$，再由勾股定理可得到 $c^2=7a^2$，进而得到 e 的值

【详解】

解：取 AB 中点 E，连接 EF_2，则由已知可得 $BF_1\perp EF_2$，$F_1A=AE=EB$，

设 $F_1A=x$，则由双曲线定义可得 $AF_2=2a+x$，$BF_1-BF_2=3x-2a-x=2a$，

所以 $x=2a$，则 $EF_2=2\sqrt{3}a$，

由勾股定理可得（$4a$）^{2}+（$2\sqrt{3}a$）^{2}=（$2c$）^{2}，