辽宁省辽阳市2023-2024学年高一下学期期末考试数学试卷

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．复数$z=\dfrac{2+2i}{1-i}$的虚部为（　　）

A．1　　B．2　　C．i　　D．2i

2．在$\triangle ABC$中，$AB=6,\sin B=\dfrac{\sqrt{3}}{3},C=120°$，则$AC=$（　　）

A．8　　B．12　　C．16　　D．4

3．已知直线l，m及平面α，β，且$\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=l$，下列命题正确的是（　　）

A．若$m\perp l$，则$m\perp\alpha$

B．若$m\perp\alpha$，则$m\perp l$

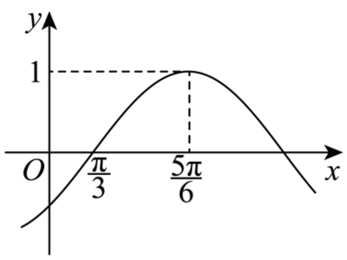
C．若$m\parallel\alpha$，则$m/\!/l$

D．若$m/\!/l$，则$m\parallel\alpha$

4．已知单位向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\left(\vec{a}+3\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a}-2\vec{b}\right)=-\dfrac{9}{2}$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为（　　）

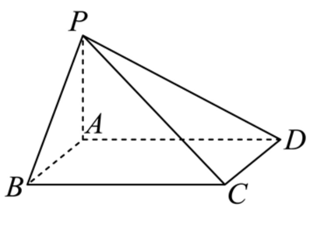
A．0　　B．$\dfrac{\pi}{2}$　　C．$\dfrac{\pi}{3}$　　D．$\dfrac{\pi}{6}$

5．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(\omega x+\varphi\right)\left(\omega>0,|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，则$f\left(2\pi\right)=$（　　）



A．$\frac{1}{2}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$-\dfrac{1}{2}$　　D．$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

6．如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$是矩形，$PA\perp$平面$ABCD$，$PA=AB=3$，$AD=4$，则该四棱锥外接球的表面积为（　　）



A．$\sqrt{34}\pi$　　B．$2\sqrt{34}\pi$　　C．34π　　D．136π

7．已知$\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{5}\right)+\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{5}\right)=2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{20}\sin\alpha$，则$\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{20}\right)=$（　　）

A．0　　　　　B．$\frac{1}{2}$　　　　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　　　　D．1

8．已知四边形$ABCD$的顶点都在半径为2的圆O上，且AD经过圆O的圆心，$BC=2, CD<AB$，四边形$ABCD$的面积为$3+\sqrt{3}$，则$AB=$（　）

A．2　　　　　B．3　　　　　C．$2\sqrt{2}$　　　　　D．$2\sqrt{3}$

二、多选题

9．已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+1$，则（　）

A．$f\left(x\right)$的最小正周期为π

B．$f\left(x\right)$的图象关于直线$x=\frac{5\pi}{8}$对称

C．$f\left(x\right)$的图象关于点$\left(-\frac{\pi}{8},1\right)$中心对称

D．$f\left(x\right)$的最大值为1

10．已知平面向量$\vec{a}=\left(m,m+2\right), m\in\mathbf{R}, \vec{b}=\left(3,4\right)$，则下列结论正确的是（　）

A．$\left|\vec{a}\right|$的最小值为$\sqrt{2}$

B．若$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为锐角，则m的取值范围是$\left(-\frac{8}{7},+\infty\right)$

C．一定存在一个实数m，使得$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|=\left|\vec{a}-\vec{b}\right|$

D．若$m=1$，则$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量的坐标为$\left(\frac{3}{2},\frac{9}{2}\right)$

11．有一种“蒺藜形多面体”，其可由两个正交的正四面体组合而成，如图1.也可由正方体切割而成，如图2.在如图2所示的“蒺藜形多面体”中，若$AB=2$，则（　）

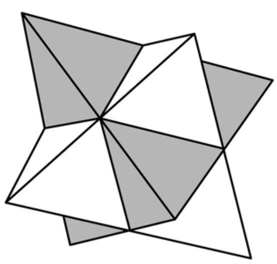


图1

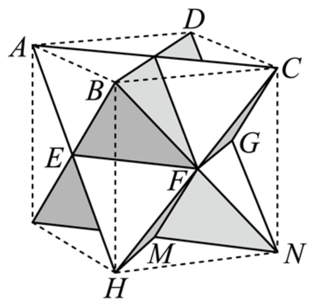


图2

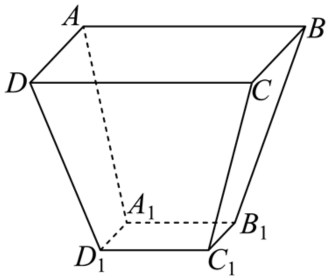
A．该几何体的表面积为$12\sqrt{3}$　　　　　B．该几何体的体积为4

C．直线 HM 与直线 GN 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$　　D．二面角 $B-EF-H$ 的余弦值为 $\frac{1}{3}$

三、填空题

12．已知复数 $z=-\mathrm{i}(1+\mathrm{i})$，则 $|z|=$________.

13．如图，四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的侧棱长均相等，四边形 $ABCD$ 和四边形 $A_1B_1C_1D_1$ 都是正方形，$A_1B_1=2, AB=4, AA_1=3\sqrt{2}$，则该四棱台的体积为________.



14．若函数 $f(x)=\cos 2x-m\sin x$ 在 $\left(\frac{\pi}{6},\pi\right)$ 上有2个零点，则 m 的取值范围是________.

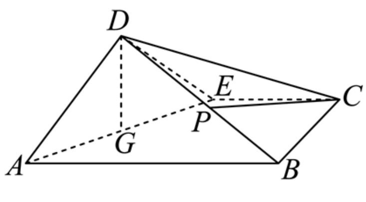
四、解答题

15．已知向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(2,x)$.

(1)若 $\vec{a}\perp(\vec{a}-\vec{b})$，求 $|\vec{b}|$；

(2)若向量 $\vec{c}=(-3,-2)$，$\vec{a}\,//\,(\vec{b}+\vec{c})$，求 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角的余弦值.

16．如图，在四棱锥 $D-ABCE$ 中，平面 $ADE\perp$ 平面 $ABCE$，$AB//CE$，$AB=2CE$，$DA=DE$，G 为 AE 的中点，点 P 在线段 BD 上，$CP//$ 平面 ADE.



(1)证明：$DG\perp AB$；

(2)求 $\frac{BP}{DP}$ 的值.

17．已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)+\frac{1}{2}(0<\omega<7)$，且 $\forall x_0\in\mathbf{R}, f(x_0)\leqslant f\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

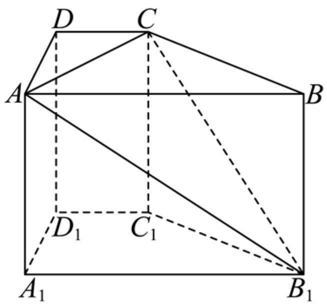
(1)求 ω 的值；

(2)求 $f\left(x\right)$ 的单调递增区间；

(3)若 $x\in\left[0,m\right],f\left(x\right)$ 的值域是 $\left[1,\frac{3}{2}\right]$，求 m 的取值范围.

18．如图，在四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，平面 $CDD_1C_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$， $AB//CD$， $AD\perp CD$，

$AB=B_1C=3$， $AA_1=2AD=2CD=2$.



(1)证明：$AA_1\perp$ 平面 $ABCD$；

(2)求直线 AB 与平面 AB_1C 所成角的正弦值.

19． A 是直线 PQ 外一点，点 M 在直线 PQ 上（点 M 与点 P,Q 任一点均不重合），我们称如下操作为"由 A 点对 PQ 施以视角运算"：若点 M 在线段 PQ 上，记

$\left(P,Q;M\right)=\frac{|AP|\sin\angle PAM}{|AQ|\sin\angle MAQ}$；若点 M 在线段 PQ 外，记 $\left(P,Q;M\right)=-\frac{|AP|\sin\angle PAM}{|AQ|\sin\angle MAQ}$.在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 的对边分别是 a,b,c，点 D 在射线 BC 上.

(1)若 AD 是角 A 的平分线，且 $b=3c$，由 A 点对 BC 施以视角运算，求 $\left(B,C;D\right)$ 的值；

(2)若 $A=60°,a=4,AB\perp AD$，由 A 点对 BC 施以视角运算，$\left(B,C;D\right)=2-2\sqrt{3}$，求 $\triangle ABC$ 的周长；

(3)若 $A=120°$， $AD=4$，由 A 点对 BC 施以视角运算，$\left(B,C;D\right)=\frac{c}{b}$，求 $b+4c$ 的最小值.

参考答案：

1．B

【分析】由复数除法计算法则结合虚部定义可得答案.

【详解】$z=\frac{2+2i}{1-i}=\frac{(2+2i)(1+i)}{(1-i)(1+i)}=\frac{2-2+2i+2i}{2}=2i$，

所以复数z的虚部为2.

故选：B

2．D

【分析】根据题意，由正弦定理代入计算，即可求解.

【详解】在$\triangle ABC$中，由正弦定理可得$\frac{AB}{\sin C}=\frac{AC}{\sin B}$，

即$AC=\frac{AB\cdot\sin B}{\sin C}=\frac{6\times\frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=4$.

故选：D

3．B

【分析】根据空间中线面位置的判定和性质，判断选项中的结论是否正确.

【详解】对于A：若$m\perp l$，则m不一定垂直α，故A错误；

对于B：因为$\alpha\cap\beta=l$，所以$l\subset\alpha$，因为$m\perp\alpha$，所以$m\perp l$，故B正确；

对于C：若$m\parallel\alpha$，则m不一定平行于l，故C错误；

对于D：若$m//l$，则$m\parallel\alpha$或$m\subset\alpha$，故D错误.

故选：B..

4．C

【分析】根据单位向量定义与等量关系可得$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，再利用夹角的计算公式即可求解.

【详解】由题意得，$|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$，

因为$(\vec{a}+3\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=\vec{a}^2-6\vec{b}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|^2-6|\vec{b}|^2+\vec{a}\cdot\vec{b}=-\frac{9}{2}$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，

所以$\cos\langle\vec{a},\vec{b}\rangle=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}=\frac{1}{2}$，

因为$\langle \vec{a},\vec{b}\rangle \in [0,\pi]$，

所以$\langle \vec{a},\vec{b}\rangle = \dfrac{\pi}{3}$，即$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\dfrac{\pi}{3}$.

故选：C.

5．D

【分析】根据函数图象求出T，即可求出ω，再根据函数过点$\left(\dfrac{5\pi}{6},1\right)$，求出$\varphi$，即可求出函数解析式，再代入计算可得.

【详解】依题意可得$\dfrac{T}{4}=\dfrac{5\pi}{6}-\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}$，所以$T=2\pi$，又$\omega>0$，所以$\frac{2\pi}{\omega}=2\pi$，解得$\omega=1$，

所以$f\left(x\right)=\sin\left(x+\varphi\right)$，又函数过点$\left(\dfrac{5\pi}{6},1\right)$，则$f\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)=\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}+\varphi\right)=1$，

又$\left|\varphi\right|<\dfrac{\pi}{2}$，所以$\dfrac{\pi}{3}<\dfrac{5\pi}{6}+\varphi<\dfrac{4\pi}{3}$，所以$\dfrac{5\pi}{6}+\varphi=\dfrac{\pi}{2}$，则$\varphi=-\dfrac{\pi}{3}$，

所以$f\left(x\right)=\sin\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)$，则$f\left(2\pi\right)=\sin\left(2\pi-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：D

6．C

【分析】四棱锥可补成长方体，利用长方体的体对角线求外接球的半径，即可得解.

【详解】将四棱锥$P-ABCD$补全成以AD,AB,AP为长、宽、高的长方体，

则该四棱锥的外接球即补全后长方体的外接球，

外接球的半径为长方体体对角线一半$\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3^2+3^2+4^2}=\dfrac{\sqrt{34}}{2}$，

所以外接球表面积为34π.

故选：C

7．A

【分析】利用辅助角公式、两角和与差的正弦公式即可求解.

【详解】因为$\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{5}\right)+\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{5}\right)=\sqrt{2}\times\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{5}\right)+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{5}\right)\right]$

$=\sqrt{2}\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{5}+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{20}\right)$

$=\sqrt{2}\sin\alpha\cos\dfrac{\pi}{20}+\sqrt{2}\cos\alpha\sin\dfrac{\pi}{20}=2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{20}\sin\alpha$，

所以$\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{20}\sin\alpha-\sqrt{2}\cos\alpha\sin\frac{\pi}{20}=\sqrt{2}\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{20}\right)=0$，

即$\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{20}\right)=0$.

故选：A.

8．C

【分析】将四边形$ABCD$的面积转化为$S_{\vartriangle OCD}+S_{\vartriangle OBC}+S_{\vartriangle OAB}$，利用三角形面积公式，结合两角差的正弦公式进行化简，可得$\sin(\angle AOB+\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$，结合$CD<AB$，从而可求出$\angle AOB=\frac{\pi}{2}$，进而可求出$AB$.

【详解】连接OB,OC，则$\triangle OBC$为等边三角形，$\angle BOC=60^\circ$，

四边形$ABCD$的面积为$S_{\vartriangle OCD}+S_{\vartriangle OBC}+S_{\vartriangle OAB}$

$=\frac{1}{2}\times2\times2\sin\angle COD+\frac{1}{2}\times2\times2\sin\angle COB+\frac{1}{2}\times2\times2\sin\angle AOB$

$=2\sin\angle COD+\sqrt{3}+2\sin\angle AOB$

$=2(\sin\angle COD+\sin\angle AOB)+\sqrt{3}=3+\sqrt{3}$，

所以$2(\sin\angle COD+\sin\angle AOB)=3$，

所以$\sin\angle COD+\sin\angle AOB=\frac{3}{2}$，

因为$\angle COD+\angle AOB=120^\circ$，所以$\angle COD=120^\circ-\angle AOB$，

所以$\sin(120^\circ-\angle AOB)+\sin\angle AOB=\frac{3}{2}$，

$\sin120^\circ\cos\angle AOB-\cos120^\circ\sin\angle AOB+\sin\angle AOB=\frac{3}{2}$，

$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\angle AOB+\frac{3}{2}\sin\angle AOB=\frac{3}{2}$，

$\sqrt{3}\left(\frac{1}{2}\cos\angle AOB+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\angle AOB\right)=\frac{3}{2}$，

所以$\sin(\angle AOB+\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为$\angle AOB\in\left(0,\frac{2\pi}{3}\right)$，所以$\angle AOB+\frac{\pi}{6}\in\left(\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6}\right)$，

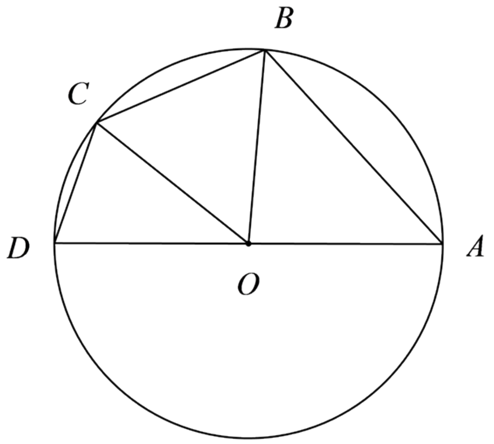
所以$\angle AOB+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$或$\angle AOB+\frac{\pi}{6}=\frac{2\pi}{3}$，

所以$\angle AOB=\frac{\pi}{6}$，或$\angle AOB=\frac{\pi}{2}$，

因为 $CD < AB$，所以 $\angle AOB = \dfrac{\pi}{6}$ 舍去，所以 $\angle AOB = \dfrac{\pi}{2}$，

所以 $\triangle AOB$ 为等腰直角三角形，所以 $AB = 2\sqrt{2}$.

故选：C



【点睛】关键点点睛：此题考查三角函数恒等变换公式的应用，考查三角形面积公式的应用，解题的关键是将四边形的面积转化为 $S_{\triangle OCD} + S_{\triangle OBC} + S_{\triangle OAB}$，再利用三角形面积公式化简，结合三角函数恒等变换公式可求得结果，考查数学转化思想和计算能力，属于较难题.

9．ABC

【分析】求得最小正周期判断 A；求得最大值判断 B；求得对称中心判断 C；求得对称轴判断 D.

【详解】因为 $f(x) = \sin(2x + \dfrac{\pi}{4}) + 1$，所以 $f(x)$ 的最小正周期为 $\dfrac{2\pi}{2} = \pi$，故 A 正确；

由 $2x + \dfrac{\pi}{4} = k\pi + \dfrac{\pi}{2}, k \in Z$，可得 $x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in Z$，

所以 $f(x)$ 图象的对称轴为 $x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in Z$，

当 $k = 1$ 时，$f(x)$ 图象的关于 $x = \dfrac{5\pi}{8}$ 对称，故 B 正确；

由 $2x + \dfrac{\pi}{4} = k\pi, k \in Z$，可得 $x = -\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}, k \in Z$，

所以 $f(x)$ 图象的对称中心为 $\left(-\dfrac{\pi}{8} + \dfrac{k\pi}{2}, 1\right)$，当 $k = 0$ 时，

$f(x)$ 图象的关于点 $\left(-\dfrac{\pi}{8}, 1\right)$ 对称，故 C 正确；

当 $\sin(2x + \frac{\pi}{4}) = 1$ 时，$f(x)$ 的最大值为 2，故 D 不正确.

故选：ABC.

10．ACD

【分析】表示出$|\vec{a}|$，结合二次函数的性质判断A；根据$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$且$\vec{a}$与$\vec{b}$不同向判断B；根据数量积的运算律得到$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，即可判断C；根据投影向量的定义判断D.

【详解】对于A：因为$\vec{a}=(m,m+2),m\in\mathbf{R}$，

则$|\vec{a}|=\sqrt{m^2+(m+2)^2}=\sqrt{2(m+1)^2+2}\geq\sqrt{2}$，当且仅当$m=-1$时取等号，

所以$|\vec{a}|$的最小值为$\sqrt{2}$，故A正确；

对于B：若$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为锐角，则$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$且$\vec{a}$与$\vec{b}$不同向，

所以$3m+4(m+2)>0$且$4m\neq3(m+2)$，解得$m>-\dfrac{8}{7}$且$m\neq6$，故B错误；

对于C：若$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，则$\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$，则$3m+4(m+2)=0$，解得$m=-\dfrac{8}{7}$，

即存在$m=-\dfrac{8}{7}$，使得$|\vec{a}+\vec{b}|=|\vec{a}-\vec{b}|$，故C正确；

对于D：当$m=1$时$\vec{a}=(1,3)$，所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\times3+3\times4=15$，

又$|\vec{a}|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

所以$\vec{b}$在$\vec{a}$上的投影向量的坐标为$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}\cdot\dfrac{\vec{a}}{|\vec{a}|}=\dfrac{15}{\sqrt{10}}\times\dfrac{\vec{a}}{\sqrt{10}}=\dfrac{3}{2}\vec{a}=\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{9}{2}\right)$，故D正确.

故选：ACD

11．ABC

【分析】根据正四面体的表面积即可判断A；利用割补法，结合体积公式即可判断B；根据异面直线所成角的定义平移直线HM到直线BD，求解$\angle BDN$即可判断C；根据二面角的定义作出二面角$B-EF-H$的平面角，结合空间向量法即可求解D.

【详解】对于A，因为$AB=2$，所以$BE=\dfrac{1}{2}BD=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{2}=\sqrt{2}$.

蒺藜形多面体的表面可看作是八个全等的棱长为$\sqrt{2}$的小正四面体构成，

故该几何体的表面积为$24\times\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\sqrt{2}\right)^2=12\sqrt{3}$，故A正确；

对于B，该几何体的体积为$2^3-12\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times1=4$，故B正确；

对于C，因为$HM\parallel BD$，所以直线HM与直线GN所成的角即为直线BD与直线DN

所成的角$\angle BDN$，又因为$BD = DN = BN = 2\sqrt{2}$，所以$\angle BDN = \frac{\pi}{3}$，故 C 正确

对于 D，设EF的中点为O，连接OB、OH，则$OB \perp EF$，$OH \perp EF$，

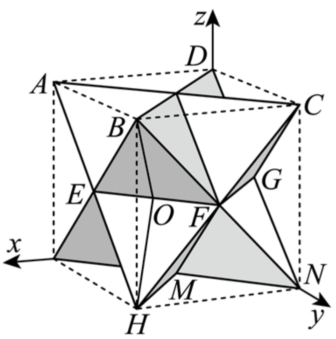
则$\angle BOH$即二面角$B - EF - H$的平面角.

建立如下图所示的空间直角坐标系，则$B(2,2,2)$、$H(2,2,0)$、$E(2,1,1)$、$F(1,2,1)$、

$O\left(\frac{3}{2},\frac{3}{2},1\right)$，

则$\overrightarrow{OB} = \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},1\right)$，$\overrightarrow{OH} = \left(\frac{1}{2},\frac{1}{2},-1\right)$，

则$\cos\angle BOH = \cos\langle\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OH}\rangle = \frac{\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OH}}{|\overrightarrow{OB}|\cdot|\overrightarrow{OH}|} = \frac{\frac{1}{4}\times 2 - 1}{\left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2} = -\frac{1}{3}$，故 D 错误.



故选：ABC.

【点睛】关键点点睛：本题关键点是准确题解题意中“蒺藜形多面体”的定义，结合图 1 和图 2 直观想象“蒺藜形多面体”的几何特征，对多面体分割计算表面积和体积，再借助正方体求解异面直线所成的角与二面角.

12．$\sqrt{2}$

【分析】根据复数代数形式的乘法运算化简复数z，再计算其模即可.

【详解】因为$z = -\mathrm{i}(1+\mathrm{i}) = -\mathrm{i} - \mathrm{i}^2 = 1 - \mathrm{i}$，

所以$|z| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$.

13．$\frac{112}{3}$

【分析】求出四棱台的高，再根据棱台的体积公式计算即可.

【详解】在四棱台$ABCD - A_1B_1C_1D_1$中，R,Q

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/457051035021006133