上海市朱家角中学2024学年度第一学期第一阶段质量监测

高二年级数学试卷

（考试时间：90 分钟　满分：120 分）　2024.10

一, 填空题（每题 4 分）

1. 用集合符号表示直线 l 在平面 α 上_____

2. 直线与平面所成角的范围是_____.

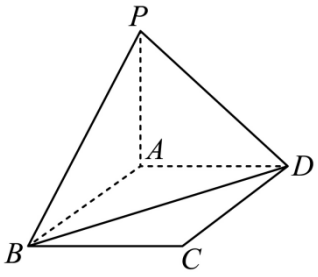
3. 已知空间两个角 $\angle ABC$ 和 $\angle A'B'C'$, 若 $AB//A'B', BC//B'C'$, $\angle ABC=40°$, 则 $\angle A'B'C'=$_____.

4. 已知球的表面积为 4π, 则该球的体积为_____.

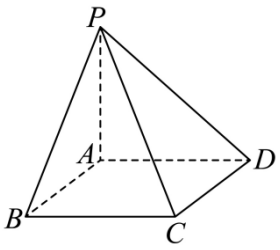
5. 已知圆锥的母线与底面所成角为 $45°$, 高为 1.则该圆锥的体积为_____.

6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E、F 分别是线段 BC、C_1D 的中点, 则直线 A_1B 与直线 EF 的位置关系是_____.

7. 如图, 设 P 为矩形 $ABCD$ 所在平面外一点, 直线 PA ⊥ 平面 $ABCD$, AB=3, BC=4, PA=1, 则点 P 到直线 BD 的距离为_____.



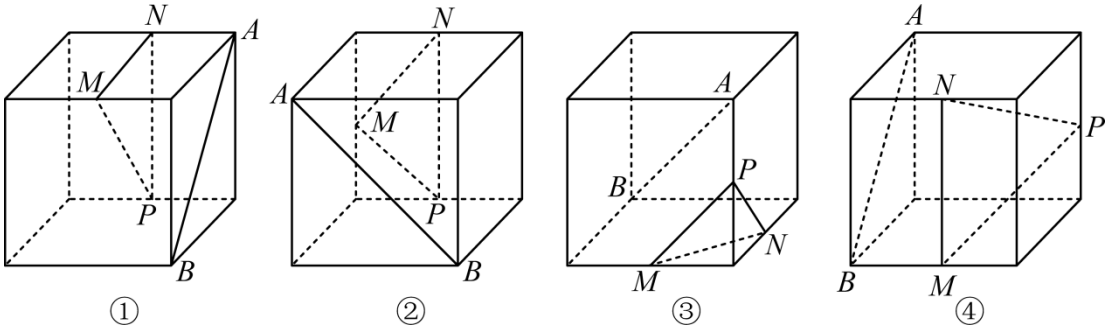
8. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, PA ⊥ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, $PA=1$, 则直线 PC 与平面 PAB 所成角的大小是_____.



9. 正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2, E 是棱 DD_1 的中点, 则平面 AC_1E 截该正方体所得的截面面积为_____.

10. 设 l_1, l_2, l_3 为空间中三条不同的直线, 若 l_1 与 l_2 所成角为 $\frac{\pi}{12}$, l_1 与 l_3 所成角为 $\frac{\pi}{4}$, 则 l_2 与 l_3 所成角的取值范围是_____.

11. 下面四个正方体中, 点 A, B 为正方体的两个顶点, 点 M, N, P 分别为其所在棱的中点, 能得出 $AB//$ 平面 MNP 的图形序号是_____.（写出所有符合条件的序号）



12. 已知一个棱长为a的正方体木块可以在一个封闭的圆锥形容器内任意转动, 若圆锥的底面半径为 3, 母线长为 6, 则实数a的最大值为__ .

二, 选择题（每题 4 分）

13. 已知α, β, γ是三个不同的平面, l, m, n是三条不同的直线, 则（　）

A. 若$m//\alpha$, $n//\alpha$, 则$m//n$

B. 若$\alpha\cap\gamma=m$, $\beta\cap\gamma=n$, $\alpha//\beta$, 则$m//n$

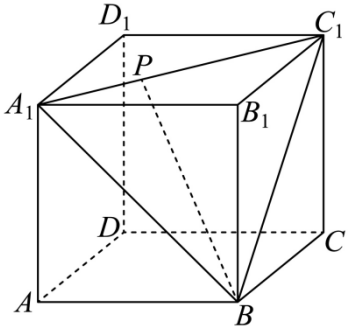
C. 若$m\subset\alpha$, $n\perp\alpha$, $l\perp n$, 则$l//m$

D. 若$\alpha\cap\beta=l$, 且$m//l$, 则$m//\alpha$

14. 已知直线 a 平行于平面α, 且它们的距离为 d, 则到直线 a 与到平面α 的距离都等于 d 的点的集合是（　）

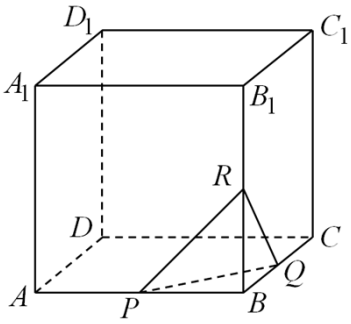
A. 空集　　B. 两条平行直线　　C. 一条直线　　D. 一个平面

15. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 P 是线段 A_1C_1 上的动点, 下列与 BP 始终异面的是（　）



A. DD_1　　B. AC　　C. AD_1　　D. B_1C

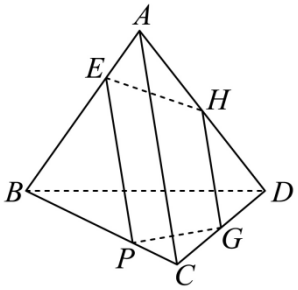
16. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P、Q、R 分别是棱 AB、BC、BB_1 的中点, 以$\triangle PQR$ 为底面作一个直三棱柱, 使其另一个底面的三个顶点也都在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的表面上, 则这个直三棱柱的体积为（　）



A. $\frac{3}{8}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{8}$　　C. $\frac{3}{16}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{16}$

三, 解答题

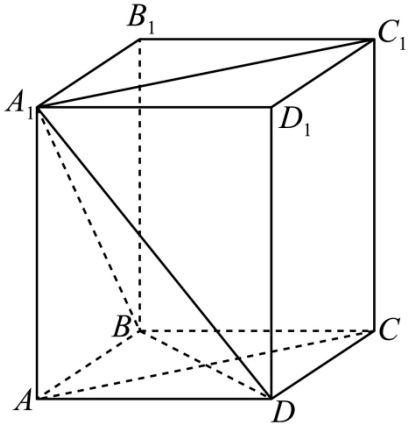
17. 在四面体 $ABCD$ 中, 各棱长均为 1, H, G 分别是 AD, CD 的中点, 且 $\frac{BF}{FC}=\frac{BE}{EA}=2$.



（1）求证：E, F, G, H 四点共面.

（2）用向量 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ 表示 $\overrightarrow{FG}$, 并求出 $\left|\overrightarrow{FG}\right|$.

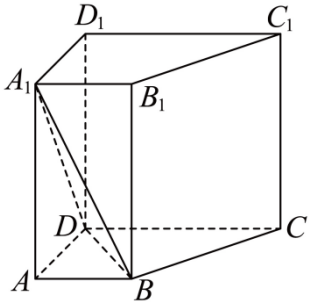
18. 如图, 已知正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 底面正方形 $ABCD$ 的边长为 2, $AA_1=3$.



（1）求证：平面 AA_1CC_1 $\perp$ 平面 A_1BD.

（2）求点 A 到平面 A_1BD 的距离.

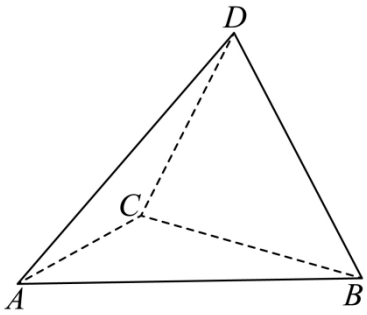
19. 在直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB//CD$, $AB\perp AD$, $AB=2$, $AD=3$, $DC=4$



（1）求证：$A_1B//$ 平面 DCC_1D_1.

（2）若四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 体积为 36, 求二面角 A_1-BD-A 大小.

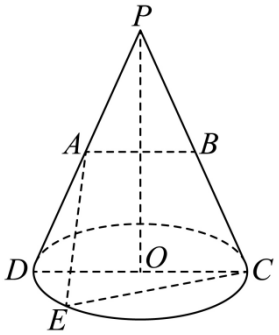
20. 如图, 在三棱锥 $D-ABC$ 中, $\angle DAC=\angle BAC=60^\circ$, $AC=1$, $AB=2$, $AD=3$.



（1）求 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$，并说明异面直线 AC 与 BD 所成的角 θ 的大小在棱 BD 长度增大时是怎样变化的.

（2）判断点 D 在平面 ABC 上的射影是否可能在直线 BC 上，给出你的结论并加以证明.

21. 如图所示圆锥 $\mathrm{P}-\mathrm{O}$ 中，CD 为底面的直径.A，B 分别为母线 PD 与 PC 的中点，点 E 是底面圆周上一点，若 $\angle DCE=30°$，$\left|AB\right|=\sqrt{2}$，圆锥的高为 $\sqrt{14}$.



（1）求圆锥的侧面积 S.

（2）求证：AE 与 PC 是异面直线

（3）求异面直线 AE 与 PC 所成角的大小.

上海市朱家角中学2024学年度第一学期第一阶段质量监测

高二年级数学试卷

（考试时间：90分钟　满分：120分）　2024.10

一, 填空题（每题4分）

1. 用集合符号表示直线 l 在平面 α 上_____

【答案】$l \subset \alpha$

【分析】直线 l 在平面 α 上, 利用集合与集合的关系符合表示即可.

【详解】直线 l 在平面 α 上, 即直线 l 包含于平面 α, 利用集合与集合的关系表示为 $l \subset \alpha$.

故答案为：$l \subset \alpha$

2. 直线与平面所成角的范围是_____.

【答案】$[0,\frac{\pi}{2}]$

【分析】利用直线与平面所成角的定义, 写出结果即可.

【详解】直线和平面所成的角, 应分三种情况：

①直线与平面斜交时, 直线和平面所成的角是指此直线和它在平面上的射影所成的锐角, 其大小范围为 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

②直线和平面垂直时, 直线和平面所成的角的大小为 $\frac{\pi}{2}$.

③直线和平面平行或在平面内时, 直线和平面所成的角的大小为 0.

综上, 直线和平面所成的角的范围为 $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

故答案为：$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$.

3. 已知空间两个角 $\angle ABC$ 和 $\angle A'B'C'$, 若 $AB//A'B', BC//B'C'$, $\angle ABC = 40°$, 则 $\angle A'B'C' =$_____.

【答案】$40°$或$140°$

【分析】根据题意结合空间中等角定理分析求解即可.

【详解】因为 $AB//A'B', BC//B'C'$, $\angle ABC = 40°$.

当 $\angle ABC$ 和 $\angle A'B'C'$ 开口方向相同时, $\angle A'B'C' = 40°$.

当 $\angle ABC$ 和 $\angle A'B'C'$ 开口方向相反时, $\angle A'B'C' = 140°$.

综上所述：$\angle A'B'C' = 40°$或$140°$.

故答案为：$40°$或$140°$.

4. 已知球的表面积为 4π, 则该球的体积为_____.

【答案】$\frac{4}{3}\pi$

【分析】根据球体表面积计算公式求出球体半径,再根据球体体积计算公式求出球体体积即可.

【详解】设球体的半径为 R,根据已知有:$4\pi R^2=4\pi$,解得 $R=1$,所以球体体积为:

$\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi$.

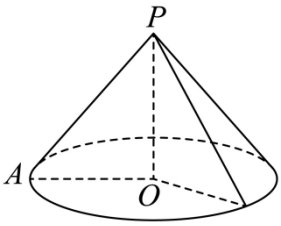
故答案为:$\frac{4}{3}\pi$.

5. 已知圆锥的母线与底面所成角为 45°,高为1.则该圆锥的体积为_____.

【答案】$\frac{1}{3}\pi$ ## $\frac{\pi}{3}$

【分析】根据圆锥的结构特征,圆锥底面半径,高,母线长构成一个直角三角形,从而求出圆锥底面半径,再利用锥体的体积公式即可求解.

【详解】



因为圆锥底面半径 OA,高 PO,母线 PA 构成一个 $\mathrm{Rt}\triangle PAO$.

又 $\angle PAO=45^\circ$,$PO=1$.

所以底面圆半径 $OA=1$.

则该圆锥的体积 $V=\frac{1}{3}\times\pi\times OA^2\times PO=\frac{1}{3}\times\pi\times1^2\times1=\frac{1}{3}\pi$.

故答案为:$\frac{1}{3}\pi$.

6. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,E、F 分别是线段 BC、C_1D 的中点,则直线 A_1B 与直线 EF 的位置关系是_____.

【答案】相交

【分析】利用平面的性质结合图形可得答案.

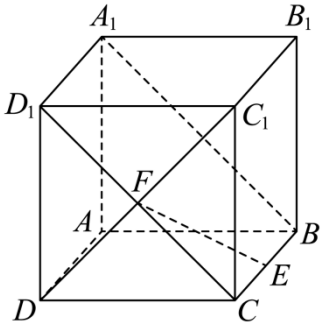
【详解】在正方体中,易知 $C_1D\cap CD_1=F$,且 $A_1D_1//CB, A_1D_1=CB$.

即四边形 A_1BCD_1 是平行四边形.

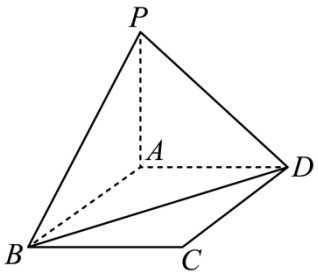
又 $E\in BC, F\in CD_1\Rightarrow EF\subset$ 平面 A_1BCD_1.

在同一平面 A_1BCD_1 中,$EF\cap CD_1=F$,所以直线 A_1B 与直线 EF 相交.

故答案为:相交



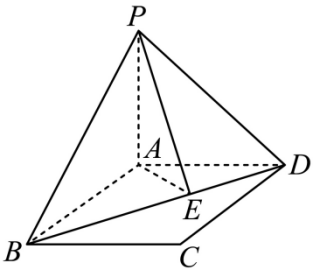
7. 如图, 设 P 为矩形 $ABCD$ 所在平面外一点, 直线 $PA\perp$ 平面 $ABCD$, AB=3, BC=4, PA=1, 则点 P 到直线 BD 的距离为_____.



【答案】$\frac{13}{5}$

【分析】要求点 P 到直线 BD 的距离, 需要作出 P 到直线 BD 的高, 然后计算即可.

【详解】



过 A 作 $AE\perp BD$ 于 E, 连接 PE.

直线 $PA\perp$ 平面 $ABCD$, $\therefore AP\perp BD$, 又 $AE\perp BD$, $AP\cap AE=A, AP, AE\subset$ 面 PAE, 则 $BD\perp$ 面 PAE

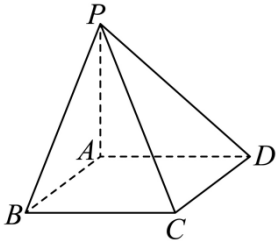
$\therefore PE\perp BD$. PE 为所求的距离.

在 $\triangle ABD$ 中, $AE=\frac{AB\cdot AD}{BD}=\frac{12}{5}$.

在 $\forall APE$ 中, $PE=\sqrt{AE^2+AP^2}=\sqrt{\left(\frac{12}{5}\right)^2+1^2}=\frac{13}{5}$..

故答案为: $\frac{13}{5}$

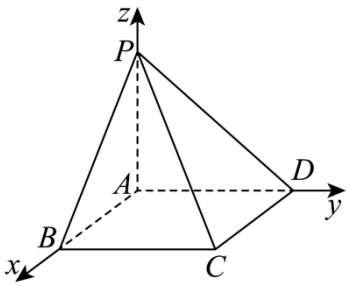
8. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA\perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为1的正方形, $PA=1$, 则直线 PC 与平面 PAB 所成角的大小是_____.



【答案】$\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

【分析】以A为坐标原点，AB,AD,AP为x,y,z轴建立空间直角坐标系，利用向量法求线面角即可.

【详解】



由四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$底面$ABCD$，底面$ABCD$是边长为1的正方形.

则以A为坐标原点，AB,AD,AP为x,y,z轴建立空间直角坐标系.

则$A(0,0,0),B(1,0,0),C(1,1,0),P(0,0,1)$,

则$\overrightarrow{AP}=(0,0,1)$，$\overrightarrow{AB}=(1,0,0)$，$\overrightarrow{PC}=(1,1,-1)$.

设平面PAB的法向量$\vec{n}=(x,y,z)$.

则$\begin{cases}\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}=0\\ \overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0\end{cases}$，即$\begin{cases}z=0\\ x=0\end{cases}$，令$y=1$，则$\vec{n}=(0,1,0)$.

设直线PC与平面PAB所成角为θ.

则$\sin\theta=\left|\cos\langle\overrightarrow{PC},\vec{n}\rangle\right|=\dfrac{\left|\overrightarrow{PC}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\overrightarrow{PC}\right|\cdot\left|\vec{n}\right|}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

又$\theta\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$，则直线$PC$与平面$PAB$所成角的大小为$\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

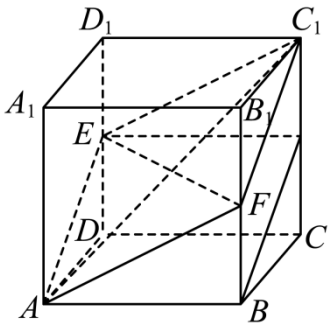
故答案为：$\arcsin\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

9. 正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E是棱DD_1的中点，则平面AC_1E截该正方体所得的截面面积为_____.

【答案】$2\sqrt{6}$

【分析】利用平面的性质作出截面AFC_1E，然后求解面积即可.

【详解】如图所示.



设 F 为 BB_1 的中点, 连接 AF, FC_1, 设 G 为 CC_1 的中点, 连接 EG, GB.

由 $EG \parallel AB$ 且 $EG = AB$, 得 $ABGE$ 是平行四边形, 则 $AE \parallel BG$ 且 $AE = BG$.

又 $BG \parallel C_1F$ 且 $BG = C_1F$, 得 $AE \parallel C_1F$ 且 $AE = C_1F$, 则 A, E, C_1, F 共面.

故平面 AC_1E 截该正方体所得的截面为 AFC_1E.

又正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2.

所以 $AF = FC_1 = EC_1 = EA, AC_1 = 2\sqrt{3}, EF = 2\sqrt{2}, EF \perp AC_1$.

故 AFC_1E 的面积为 $S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{6}$.

故答案为: $2\sqrt{6}$

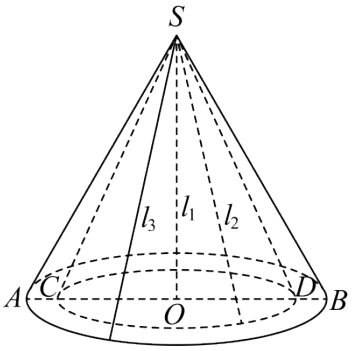
10. 设 l_1, l_2, l_3 为空间中三条不同的直线, 若 l_1 与 l_2 所成角为 $\frac{\pi}{12}$, l_1 与 l_3 所成角为 $\frac{\pi}{4}$, 则 l_2 与 l_3 所成角的取值范围是

_____.

【答案】 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right]$

【分析】不妨设 l_1, l_2, l_3 相交于点 S, 根据题意构造两个圆锥, 结合轴截面可得 l_2 与 l_3 所成角的最小值与最大值即可.

【详解】不妨设 l_1, l_2, l_3 相交于点 S, 如图, 根据题意构造两个圆锥.



其中底面圆心为 O, 轴 SO 所在直线为 l_1, 小圆锥的母线所在直线为 l_2, 轴截面

SCD.

大圆锥的母线所在直线为 l_3, 轴截面 SAB, 且 A, B, C, D, O 在一条直线上.

由题意 $\angle OSC = \angle OSD = \frac{\pi}{12}$, $\angle OSA = \angle OSB = \frac{\pi}{4}$.

由图可知, 当 l_2 移动到 SD, l_3 移动到 SB 时, 可得 l_2 与 l_3 所成角的最小.

最小值为 $\angle DSB = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$.

当 l_2 移动到 SC, l_3 移动到 SB 时, 可得 l_2 与 l_3 所成角的最大.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/457114066063006165