安徽省蚌埠铁路中学2024届高三下学期一模考试数学试题

注意事项

1．考生要认真填写考场号和座位序号。

2．试题所有答案必须填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。第一部分必须用2B 铅笔作答；第二部分必须用黑色字迹的签字笔作答。

3．考试结束后，考生须将试卷和答题卡放在桌面上，待监考员收回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．将函数$f(x)=\cos x$的图象先向右平移$\frac{5}{6}\pi$个单位长度，在把所得函数图象的横坐标变为原来的$\frac{1}{\omega}(\omega>0)$倍，纵坐标不变，得到函数$g(x)$的图象，若函数$g(x)$在$(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$上没有零点，则$\omega$的取值范围是（　　）

A．$(0,\frac{2}{9}]\cup[\frac{2}{3},\frac{8}{9}]$　　B．$(0,\frac{2}{9}]$

C．$(0,\frac{2}{9}]\cup[\frac{8}{9},1]$　　D．$(0,1]$

2．袋中装有标号为1，2，3，4，5，6且大小相同的6个小球，从袋子中一次性摸出两个球，记下号码并放回，如果两个号码的和是3的倍数，则获奖，若有5人参与摸球，则恰好2人获奖的概率是（　　）

A．$\frac{40}{243}$　　B．$\frac{70}{243}$　　C．$\frac{80}{243}$　　D．$\frac{38}{243}$

3．已知平面α，β，直线l满足$l\subset\alpha$，则“$l\perp\beta$”是“$\alpha\perp\beta$”的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．即不充分也不必要条件

4．已知抛物线$y^2=2px(p>0)$，F为抛物线的焦点且MN为过焦点的弦，若$|OF|=1$，$|MN|=8$，则$\triangle OMN$的面积为（　　）

A．$2\sqrt{2}$　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$4\sqrt{2}$　　D．$\frac{3\sqrt{2}}{2}$

5．盒子中有编号为1，2，3，4，5，6，7的7个相同的球，从中任取3个编号不同的球，则取的3个球的编号的中位数恰好为5的概率是（　　）

A．$\frac{2}{35}$　　B．$\frac{8}{35}$　　C．$\frac{6}{35}$　　D．$\frac{3}{7}$

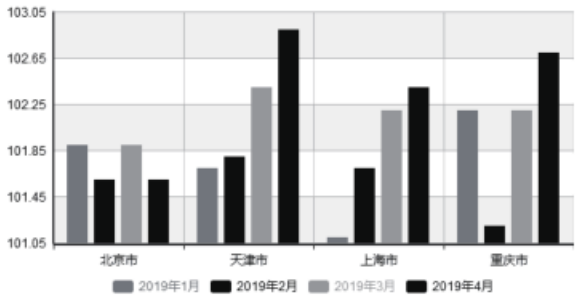
6．已知命题p：若$a>1$，$b>c>1$，则$\log_b a<\log_c a$；命题q：$\exists x_0(0,+\infty)$，使得$2^{x_0}<\log_3 x_0$”，则以下命题为真命题的是（　　）

A．$p\wedge q$　　B．$p\wedge(\neg q)$　　C．$(\neg p)\wedge q$　　D．$(\neg p)\wedge(\neg q)$

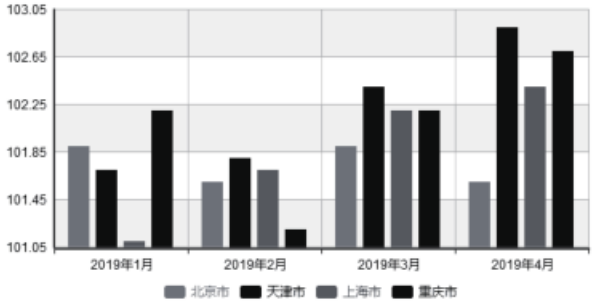
7．已知直线$x+y=t$与圆$x^2+y^2=2t-t^2(t\in R)$有公共点，则$t(4-t)$的最大值为（　　）

A．4　　B．$\frac{28}{9}$　　C．$\frac{32}{9}$　　D．$\frac{32}{7}$

8．以下两个图表是2019年初的4个月我国四大城市的居民消费价格指数（上一年同月$=100$）变化图表，则以下说法错误的是（　　）



图表一



图表二

（注：图表一每个城市的条形图从左到右依次是1、2、3、4月份；图表二每个月份的条形图从左到右四个城市依次是北京、天津、上海、重庆）

A．3月份四个城市之间的居民消费价格指数与其它月份相比增长幅度较为平均

B．4月份仅有三个城市居民消费价格指数超过102

C．四个月的数据显示北京市的居民消费价格指数增长幅度波动较小

D．仅有天津市从年初开始居民消费价格指数的增长呈上升趋势

9．已知向量$\overrightarrow{OA}=(-3,4)$，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(-1,5)$，则向量$\overrightarrow{OA}$在向量$\overrightarrow{OB}$上的投影是（　　）

A．$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　B．$\frac{2\sqrt{5}}{5}$　　C．$-\frac{2}{5}$　　D．$\frac{2}{5}$

10．已知不同直线l、m与不同平面α、β，且$l\subset\alpha$，$m\subset\beta$，则下列说法中正确的是（　　）

A．若$\alpha//\beta$，则$l//m$　　B．若$\alpha\perp\beta$，则$l\perp m$

C．若$l\perp\beta$，则$\alpha\perp\beta$　　D．若$\alpha\perp\beta$，则$m\perp\alpha$

11．已知双曲线的中心在原点且一个焦点为$F(\sqrt{7},0)$，直线$y=x-1$与其相交于M，N两点，若MN中点的横坐标为$-\frac{2}{3}$，则此双曲线的方程是

A．$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{4}=1$　　B．$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{3}=1$

C．$\frac{x^2}{5}-\frac{y^2}{2}=1$　　D．$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{5}=1$

12．已知实数 x 、 y 满足不等式组 $\begin{cases} x-2y+1\geq 0 \\ 2x-y-1\leq 0 \\ y\geq 0 \end{cases}$，则 $z=-3x+y$ 的最大值为（　　）

A．3　　**B**．2　　**C**．$-\frac{3}{2}$　　**D**．-2

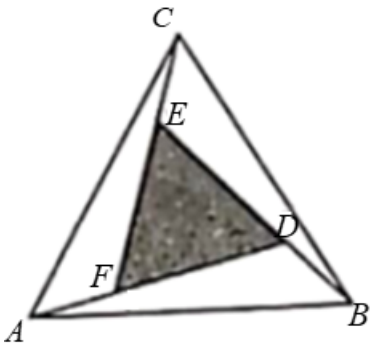
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．设 $f(x)=\begin{cases} \frac{e\ln x}{x}, & x>0 \\ -2019x, & x\leq 0 \end{cases}$（其中 e 为自然对数的底数），$g(x)=f^2(x)-(2m-1)f(x)+2$，若函数 $g(x)$ 恰有 4 个不同的零点，则实数 m 的取值范围为_____.

14．函数 $f\left(x\right)=x\cos x+\sin x$ 在 $x=\pi$ 处的切线方程是_____.

15．双曲线 $y^2-x^2=1$ 的焦点坐标是_____，渐近线方程是_____.

16．如图 $\triangle ABC$ 是由 3 个全等的三角形与中间的一个小等边三角形拼成的一个大等边三角形，设 $DF=2AF$，$AB=\sqrt{13}$，则 $\triangle EDF$ 的面积为_____.

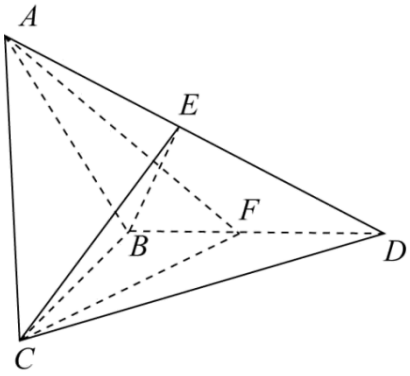


三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分）（1）求曲线 $y=x^2$ 和曲线 $y=\sqrt{x}$ 围成图形的面积；

（2）化简求值：$\frac{\cos 20^\circ}{\cos 35^\circ\sqrt{1-\sin 20^\circ}}$.

18．（12 分）如图所示，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB=BC=BD=2$，$AD=2\sqrt{3}$，$\angle CBA=\angle CBD=\frac{\pi}{2}$，点 E 为 AD 中点.



（1）求证：平面 $ACD \perp$ 平面 BCE；

（2）若点 F 为 BD 中点，求平面 BCE 与平面 ACF 所成锐二面角的余弦值.

19.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆 C 的长轴长为 4.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）已知直线 $l:y=kx-\sqrt{3}$ 与椭圆 C 交于 A,B 两点，是否存在实数 k 使得以线段 AB 为直径的圆恰好经过坐标原点 O？若存在，求出 k 的值；若不存在，请说明理由.

20.（12 分）直线 l 与抛物线 $C:y^2=2px\ (p>0)$ 相交于 P，Q 两点，且 $OP \perp OQ$，若 P，Q 到 x 轴距离的乘积为 16.

（1）求 C 的方程；

（2）设点 F 为抛物线 C 的焦点，当 ΔPFQ 面积最小时，求直线 l 的方程.

21.（12 分）已知函数 $f(x)=16-|2x-1|$.

（1）解不等式 $f(x)\le|x+2|$；

（2）若函数 $y=f(x)-a$ 存在零点，求 a 的求值范围.

22.（10 分）已知 $a>0$，$b>0$，$c>0$ 设函数 $f(x)=|x-b|+|x+c|+a$，$x\in\mathbf{R}$.

（1）若 $a=b=c=1$，求不等式 $f(x)>5$ 的解集；

（2）若函数 $f(x)$ 的最小值为 1，证明：$\dfrac{1}{a+b}+\dfrac{4}{b+c}+\dfrac{9}{c+a}>18(a+b+c)$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据 *y=Acos*（*ωx+φ*）的图象变换规律，求得 *g*（*x*）的解析式，根据定义域求出 $\omega x-\frac{5\pi}{6}$ 的范围，再利用余弦函数的图象和性质，求得 *ω* 的取值范围.

【详解】

函数 $f(x)=\cos x$ 的图象先向右平移 $\frac{5}{6}\pi$ 个单位长度，

可得 $y=\cos\left(x-\frac{5\pi}{6}\right)$ 的图象，

再将图象上每个点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}\ (\omega>0)$ 倍(纵坐标不变)，

得到函数 $g(x)=\cos\left(\omega x-\frac{5\pi}{6}\right)$ 的图象，

∴周期 $T=\frac{2\pi}{\omega}$，

若函数 $g(x)$ 在 $(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2})$ 上没有零点，

∴ $\frac{\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}<\omega x-\frac{5\pi}{6}<\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}$，

∴ $\left(\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}\right)-\left(\frac{\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}\right)\le\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}$，

$\therefore\omega^2\le1$，解得 $0<\omega\le1$，

又 $\begin{cases}-\frac{\pi}{2}+k\pi\le\frac{\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}\\ \frac{\pi}{2}+k\pi\ge\frac{3\omega\pi}{2}-\frac{5\pi}{6}\end{cases}$，解得 $\frac{3\omega}{2}-\frac{4}{3}\le k\le\frac{\omega}{2}-\frac{1}{3}$，

当 *k*=0 时，解 $\frac{2}{3}\le\omega\le\frac{8}{9}$，

当 *k*=-1 时，$0<\omega\le1$，可得 $0<\omega\le\frac{2}{9}$，

$\therefore\omega\in(0,\frac{2}{9}]\cup[\frac{2}{3},\frac{8}{9}]$.

故答案为：*A*.

【点睛】

本题考查函数 *y=Acos*（*ωx+φ*

）的图象变换及零点问题，此类问题通常采用数形结合思想，构建不等关系式，求解可得，属于较难题.

2、C

【解析】

先确定摸一次中奖的概率，5 个人摸奖，相当于发生 5 次试验，根据每一次发生的概率，利用独立重复试验的公式得到结果.

【详解】

从 6 个球中摸出 2 个，共有 $C_6^2=15$ 种结果，

两个球的号码之和是 3 的倍数，共有 $(1,2),\ (1,5),\ (2,4),\ (3,6),(4,5)$

$\therefore$ 摸一次中奖的概率是 $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$，

5 个人摸奖，相当于发生 5 次试验，且每一次发生的概率是 $\frac{1}{3}$，

$\therefore$ 有 5 人参与摸奖，恰好有 2 人获奖的概率是 $C_5^2\cdot(\frac{2}{3})^3\cdot(\frac{1}{3})^2=\frac{80}{243}$，

故选：C.

【点睛】

本题主要考查了 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率，考查独立重复试验的概率，解题时主要是看清摸奖 5 次，相当于做了 5 次独立重复试验，利用公式做出结果，属于中档题.

3、A

【解析】

α，β 是相交平面，直线 $l\subset$ 平面 α，则“$l\perp\beta$” $\Rightarrow$ “$\alpha\perp\beta$”，反之 $\alpha\perp\beta$，直线 l 满足 $l\subset\alpha$，则 $l\perp\beta$ 或 $l/\!/\beta$ 或 $l\subset$ 平面 β，即可判断出结论.

【详解】

解：已知直线 $l\subset$ 平面 α，则“$l\perp\beta$” $\Rightarrow$ “$\alpha\perp\beta$”，

反之 $\alpha\perp\beta$，直线 l 满足 $l\subset\alpha$，则 $l\perp\beta$ 或 $l/\!/\beta$ 或 $l\subset$ 平面 β，

$\therefore$ “$l\perp\beta$”是“$\alpha\perp\beta$”的充分不必要条件.

故选：A.

【点睛】

本题考查了线面和面面垂直的判定与性质定理、简易逻辑的判定方法，考查了推理能力与计算能力.

4、A

【解析】

根据$|OF|=1$可知$y^2=4x$,再利用抛物线的焦半径公式以及三角形面积公式求解即可.

【详解】

由题意可知抛物线方程为$y^2=4x$,设点$M\left(x_1,y_1\right)$点$N\left(x_2,y_2\right)$,则由抛物线定义知,$MN|=|MF|+|NF|=x_1+x_2+2$,

$|MN|=8$则$x_1+x_2=6$.

由$y^2=4x$得$y_1^2=4x_1,y_2^2=4x_2$则$y_1^2+y_2^2=24$.

又*MN*为过焦点的弦,所以$y_1y_2=-4$,则$\left|y_2-y_1\right|=\sqrt{y_1^2+y_2^2-2y_1y_2}=4\sqrt{2}$,所以$S_{VOMN}=\frac{1}{2}|OF|\cdot\left|y_2-y_1\right|=2\sqrt{2}$.

故选：A

【点睛】

本题考查抛物线的方程应用,同时也考查了焦半径公式等.属于中档题.

5、B

【解析】

由题意，取的3个球的编号的中位数恰好为5的情况有$C_4^1C_2^1$，所有的情况有C_7^3种，由古典概型的概率公式即得解.

【详解】

由题意，取的3个球的编号的中位数恰好为5的情况有$C_4^1C_2^1$，所有的情况有C_7^3种

由古典概型，取的3个球的编号的中位数恰好为5的概率为：

$$P=\frac{C_4^1C_2^1}{C_7^3}=\frac{8}{35}$$

故选：B

【点睛】

本题考查了排列组合在古典概型中的应用，考查了学生综合分析，概念理解，数学运算的能力，属于中档题.

6、B

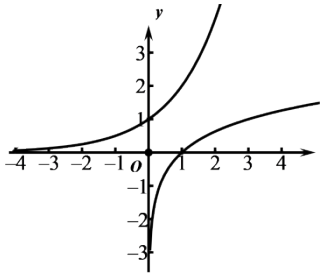
【解析】

先判断命题p,q的真假,进而根据复合命题真假的真值表,即可得答案.

【详解】

$\log_b a=\frac{1}{\log_a b}$，$\log_c a=\frac{1}{\log_a c}$，因为$a>1$，$b>c>1$，所以$0<\log_a c<\log_a b$，所以$\frac{1}{\log_a c}>\frac{1}{\log_a b}$，即命题*p*为真命题；画出函数$y=2^x$和$y=\log_3 x$图象，知命题*q*为假命题,所以$p\wedge\left(\neg q\right)$为真.

故选:B.



【点睛】

本题考查真假命题的概念,以及真值表的应用,解题的关键是判断出命题 p,q 的真假,难度较易.

7、C

【解析】

根据 $x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$ 表示圆和直线 $x+y=t$ 与圆 $x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$ 有公共点，得到 $0\le t\le\frac{4}{3}$，再利用二次函数的性质求解.

【详解】

因为 $x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$ 表示圆，

所以 $2t-t^2>0$，解得 $0<t<2$，

因为直线 $x+y=t$ 与圆 $x^2+y^2=2t-t^2\left(t\in R\right)$ 有公共点，

所以圆心到直线的距离 $d\le r$，

即 $\frac{|t|}{\sqrt{2}}\le\sqrt{2t-t^2}$，

解得 $0\le t\le\frac{4}{3}$，

此时 $0\le t\le\frac{4}{3}$，

因为 $f\left(t\right)=t\left(4-t\right)=-t^2+4t=-\left(t-2\right)^2+4$，在 $\left[0,\frac{4}{3}\right]$ 递增，

所以 $t\left(4-t\right)$ 的最大值 $f\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{32}{9}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查圆的方程，直线与圆的位置关系以及二次函数的性质，还考查了运算求解的能力，属于中档题.

8、D

【解析】

采用逐一验证法，根据图表，可得结果.

【详解】

A 正确，从图表二可知，

3 月份四个城市的居民消费价格指数相差不大

B 正确，从图表二可知，

4 月份只有北京市居民消费价格指数低于 102

C 正确，从图表一中可知，

只有北京市 4 个月的居民消费价格指数相差不大

D 错误，从图表一可知

上海市也是从年初开始居民消费价格指数的增长呈上升趋势

故选：D

【点睛】

本题考查图表的认识，审清题意，细心观察，属基础题.

9、A

【解析】

先利用向量坐标运算求解$\overrightarrow{OB}$，再利用向量$\overrightarrow{OA}$在向量$\overrightarrow{OB}$上的投影公式即得解

【详解】

由于向量$\overrightarrow{OA}=(-3,4)$，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(-1,5)$

故$\overrightarrow{OB}=(2,1)$

向量$\overrightarrow{OA}$在向量$\overrightarrow{OB}$上的投影是$\frac{\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}}{\left|\overrightarrow{OB}\right|}=\frac{-3\times2+4\times1}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

故选：A

【点睛】

本题考查了向量加法、减法的坐标运算和向量投影的概念，考查了学生概念理解，数学运算的能力，属于中档题.

10、C

【解析】

根据空间中平行关系、垂直关系的相关判定和性质可依次判断各个选项得到结果.

【详解】

对于A，若$\alpha//\beta$，则l,m可能为平行或异面直线，A错误；

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/457123144150010035