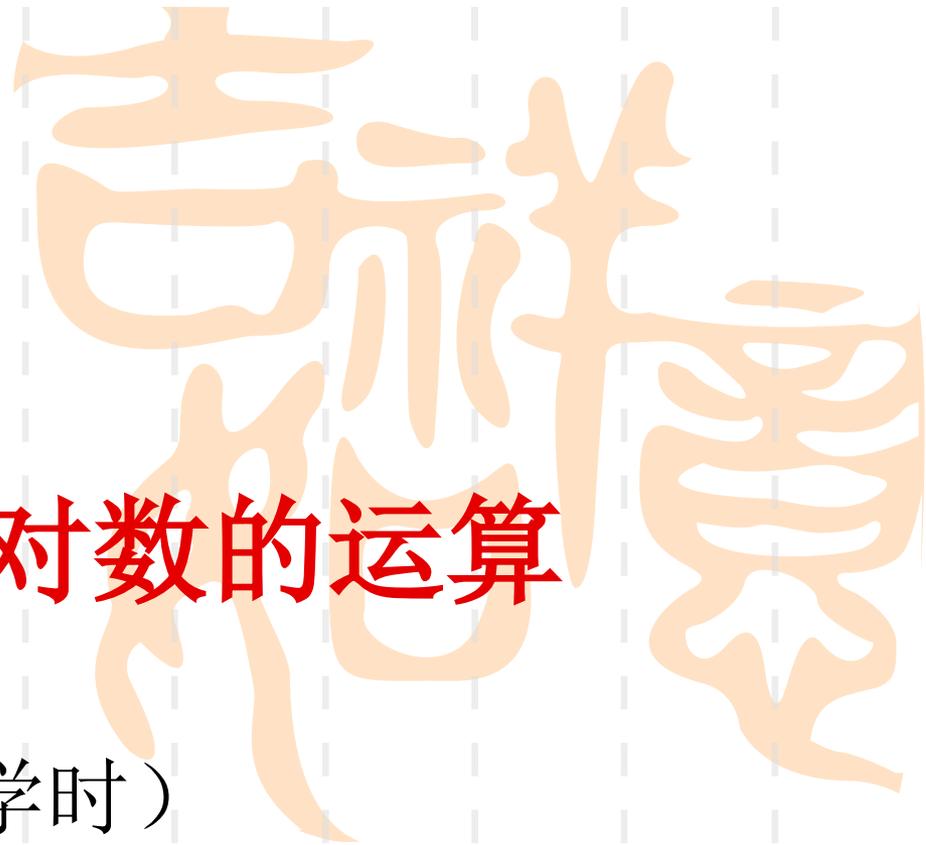


2.2.1 对数与对数的运算

(第二学时)



要 点 回 想

吉 祥 意 如 愿

1. 关系:

底数对底数

指数对以a为底N的对数

指数式

$$a^b = N$$



$$b = \log_a N$$

对数式

幂值对真数

2. 特殊对数: 1) 惯用对数 — 以10为底的对数; $\lg N$

2) 自然对数 — 以 e 为底的对数; $\ln N$

3. 对数指数恒等式: $a^{\log_a N} = N$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$, $N > 0$)

4. 重要结论: 1) $\log_a a = 1$; 2) $\log_a 1 = 0$

问题提出

1. 对数源于指数，对数与指数是如何互化的？

2. 指数与对数都是一种运算，并且它们互为逆运算，指数运算有一系列性质，那么对数运算有那些性质呢？

- (1)给出四个等式:
- 1) $\lg(\lg 10) = 0$;
 - 2) $\lg(\ln e) = 0$;
 - 3) 若 $\lg x = 10$, 则 $x = 10$;
 - 4) 若 $\ln x = e$, 则 $x = e^2$

其中对的是 1), 2)

(2) $\log_3 1 + \log_3 3 + \log_3 27 = 4$

(3) $\ln e + \lg 100 = 3$

(4) $\lg 14 - 2\lg \frac{7}{3} + \lg 7 - \lg 18 =$

对数的运算性质



证明

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$

:

证明：①设 $\log_a M = p$, $\log_a N = q$,

由对数的定义能够得：

$$M = a^p, \quad N = a^q$$

$$\therefore MN = a^p \cdot a^q = a^{p+q}$$

$$\Rightarrow \log_a MN = p + q$$

即证得

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$$



对数的运算性质

如果 $a > 0$, $a \neq 1$, $M > 0$, $N > 0$ 有:

$$\log_a MN = \log_a M + \log_a N \quad (1)$$

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^n = n \log_a M (n \in \mathbb{R})$$

语言体现:

两个正数的积的对数等于这两个正数的对数和

两个正数的商的对数等于这两个正数的对数差

一种正数的n次方的对数等于这个正数的对数n倍

吉祥如意

证明

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

:

证明：②设 $\log_a M = p$, $\log_a N = q$,

由对数的定义能够得: $M = a^p$, $N = a^q$

$$\therefore \frac{M}{N} = \frac{a^p}{a^q} = a^{p-q} = a^{\log_a M - \log_a N} = a^{\log_a \frac{M}{N}}$$

即证得

$$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

吉祥如意

吉祥如意

吉祥如意

吉祥如意

吉祥如意

吉祥如意



吉祥

证明

$$\log_a M^n = n \log_a M$$

:

证明：设 $\log_a M = p$,

由对数的定义能够得： $M = a^p$,

$$\therefore M^n = a^{np} \Rightarrow \log_a M^n = np$$

$$\log_a M^n = n \log_a M (n \in \mathbb{R})$$

即证得

吉祥

吉祥

吉祥

吉祥



解说范例

例1 用 $\log_a x$, $\log_a y$, $\log_a z$ 表达下列各式:

(1) $\log_a \frac{xy}{z}$; (2) $\log_a \frac{x^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}}$

解 (1) $\log_a \frac{xy}{z} = \log_a (xy) - \log_a z$

$$= \log_a x + \log_a y - \log_a z$$

解 (2) $\log_a \frac{x^2 \sqrt{y}}{\sqrt[3]{z}} = \log_a (x^2 y^{\frac{1}{2}}) - \log_a z^{\frac{1}{3}}$

$$= \log_a x^2 + \log_a y^{\frac{1}{2}} - \log_a z^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2\log_a x + \frac{1}{2}\log_a y - \frac{1}{3}\log_a z$$

解说范例

例2 计算

$$(1) \log_2(2^5 \times 4^7)$$

解： $\log_2(2^5 \times 4^7)$

$$= \log_2 2^5 + \log_2 4^7$$

$$= \log_2 2^5 + \log_2 2^{14}$$

$$= 5 + 14 = 19$$

$$(2) \lg \sqrt[5]{100}$$

解： $\lg \sqrt[5]{100} = \frac{1}{5} \lg 10^2$

$$= \frac{2}{5} \lg 10$$

$$= \frac{2}{5}$$

吉祥如意



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/457124125122006163>