

专题 2.2 二次根式的应用及探究材料大题专练（培优强化 30 题）

A 卷 基础过关卷

（限时 30 分钟，每题 10 分，满分 100 分）

1. （2022 秋·西安月考）高空抛物严重威胁着人们的“头顶安全”，即便是常见小物件，一旦高空落下，也威力惊人，而且用时很短，常常避让不及．据研究，高空抛物下落的时间 t （单位： s ）和高度 h （单位： m ）近似满足公式 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ （不考虑风速的影响， $g \approx 10m/s^2$ ）．

$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ （不考虑风速的影响， $g \approx 10m/s^2$ ）．

（1）求从 $60m$ 高空抛物到落地的时间．（结果保留根号）

（2）已知高空坠物动能（单位： J ） $= 10 \times$ 物体质量（单位： kg ） $\times$ 高度（单位： m ），某质量为 $0.2kg$ 的玩具被抛出后经过 $3s$ 后落在地上，这个玩具产生的动能会伤害到楼下的行人吗？请说明理由．（注：伤害无防护人体只需要 $65J$ 的动能）

【分析】（1）把 $60m$ 代入公式 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 即可；

（2）先根据公式 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ 求出 h ，再代入动能计算公式求出这个玩具产生的动能，即可判断．

【解答】解：（1）由题意知 $h = 60m$ ，

$$\therefore t = \sqrt{\frac{2 \times 60}{10}} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ (s)},$$

故从 $60m$ 高空抛物到落地的时间为 $2\sqrt{3}s$ ；

（2）这个玩具产生的动能会伤害到楼下的行人，

理由：当 $t = 3s$ 时， $3 = \sqrt{\frac{h}{5}}$ ，

$$\therefore h = 45,$$

经检验， $h = 45$ 是原方程的根，

$$\therefore \text{这个玩具产生的动能} = 10 \times 0.2 \times 45 = 90 \text{ (J)} > 65J,$$

$\therefore$ 这个玩具产生的动能会伤害到楼下的行人．

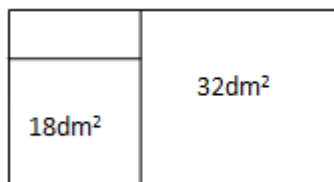
【点评】本题考查二次根式的应用，通过具体情境考查二次根式，理解公式，正确运算代入求值是解决本题的关键．

2. （2022 春·赣州期末）有一块矩形木板，木工采用如图的方式，在木板上截出两个面积分别为 $18dm^2$ 和 $32dm^2$ 的正方形木板．

（1）截出的两块正方形木料的边长分别为 $3\sqrt{2}dm$ ， $4\sqrt{2}dm$ ；

(2) 求剩余木料的面积；

(3) 如果木工想从剩余的木料中截出长为 $1.5dm$ ，宽为 $1dm$ 的长方形木条，最多能截出 2 块这样的木条.



【分析】(1) 由正方形的面积可得边长分别为 $\sqrt{18}dm$ 和 $\sqrt{32}dm$ ，再对二次根式进行化简即可；

(2) 矩形的长为 $7\sqrt{2}dm$ ，宽为 $4\sqrt{2}dm$ ，再求面积即可；

(3) 剩余木条的长为 $3\sqrt{2}dm$ ，宽为 $\sqrt{2}dm$ ，再由题意进行截取即可.

【解答】解：(1) $\sqrt{18}=3\sqrt{2}dm$ ， $\sqrt{32}=4\sqrt{2}dm$ ，

故答案为： $3\sqrt{2}dm$ ， $4\sqrt{2}dm$ ；

(2) 矩形的长为 $3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}(dm)$ ，宽为 $4\sqrt{2}dm$ ，

$\therefore$ 剩余木料的面积 $= (7\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}) - 18 - 32 = 56 - 18 - 32 = 6(dm^2)$ ；

(3) 剩余木条的长为 $3\sqrt{2}dm$ ，宽为 $4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}(dm)$ ，

$\because 3\sqrt{2} < 3 \times 1.5$ ， $\sqrt{2} > 1$ ，

$\therefore$ 能截出 $2 \times 1 = 2$ 个木条，

故答案为：2.

【点评】本题考查二次根式的应用，熟练掌握二次根式的化简和运算，矩形的面积公式是解题的关键.

3. (2019 春•沂水县期中) 高空抛物极其危险，是我们必须杜绝的行为. 据研究，高空抛物下落的时间 t (单位: s) 和高度 h (单位: m) 近似满足公式 $t = \sqrt{\frac{h}{5}}$ (不考虑风速的影响)

(1) 从 $50m$ 高空抛物到落地所需时间 t_1 是多少 s ，从 $100m$ 高空抛物到落地所需时间 t_2 是多少 s ；

(2) t_2 是 t_1 的多少倍？

(3) 经过 $1.5s$ ，高空抛物下落的高度是多少？



严禁高空抛物
No high-altitude parabolic

【分析】(1) 将 $h=50$ 代入 $t_1=\sqrt{\frac{h}{5}}$ 进行计算即可；将 $h=100$ 代入 $t_2=\sqrt{\frac{h}{5}}$ 进行计算即可；

(2) 计算 t_2 与 t_1 的比值即可得出结论；

(3) 将 $t=1.5$ 代入公式 $t=\sqrt{\frac{h}{5}}$ 进行计算即可.

【解答】解：(1) 当 $h=50$ 时， $t_1=\sqrt{\frac{50}{5}}=\sqrt{10}$ (秒)；

当 $h=100$ 时， $t_2=\sqrt{\frac{100}{5}}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ (秒)；

$$(2) \because \frac{t_2}{t_1} = \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \sqrt{2},$$

$\therefore t_2$ 是 t_1 的 $\sqrt{2}$ 倍.

$$(3) \text{ 当 } t=1.5 \text{ 时, } 1.5 = \sqrt{\frac{h}{5}},$$

解得 $h=11.25$,

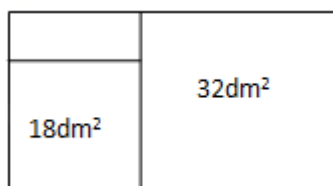
$\therefore$ 下落的高度是 11.25 米.

【点评】本题主要考查了二次根式的应用，二次根式的应用主要是在解决实际问题的过程中用到有关二次根式的概念、性质和运算的方法.

4. (2019 秋•二道区期末) 有一块矩形木板，木工采用如图的方式，在木板上截出两个面积分别为 $18dm^2$ 和 $32dm^2$ 的正方形木板.

(1) 求剩余木料的面积.

(2) 如果木工想从剩余的木料中截出长为 $1.5dm$ ，宽为 $1dm$ 的长方形木条，最多能截出 2 块这样的木条.



【分析】(1) 根据二次根式的性质分别求出两个正方形的边长，结合图形计算得到答案；

(2) 求出 $3\sqrt{2}$ 和 $\sqrt{2}$ 范围，根据题意解答.

【解答】解：(1) $\because$ 两个正方形的面积分别为 $18dm^2$ 和 $32dm^2$,

$\therefore$ 这两个正方形的边长分别为 $3\sqrt{2}dm$ 和 $4\sqrt{2}dm$,

$\therefore$ 剩余木料的面积为 $(4\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) \times 3\sqrt{2} = 6 (dm^2)$;

(2) $4 < 3\sqrt{2} < 4.5$, $1 < \sqrt{2} < 2$,

∴从剩余的木料中截出长为 $1.5dm$ ，宽为 $1dm$ 的长方形木条，最多能截出 2 块这样的木条，

故答案为：2.

【点评】本题考查的是二次根式的应用，掌握二次根式的性质、无理数的估算是解题的关键.

5. (2018 秋•太仓市期末) 若一个三角形的三边长分别为 a 、 b 、 c ，设 $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

记： $Q = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

(1) 当 $a=4$ ， $b=5$ ， $c=6$ 时，求 Q 的值；

(2) 当 $a=b$ 时，设三角形面积为 S ，求证： $S=Q$.

【分析】(1) 先根据 $\triangle ABC$ 的三边长求出 p 的值，然后再代入三角形面积公式中计算；

(2) 设底边 c 上的高为 h ，根据三角形的面积公式得到 $S = \frac{1}{2}c \cdot h = \frac{1}{2}c \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$ ，代入 $Q =$

$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ 得到 $Q = \frac{1}{2}c \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$ ，于是得到结论.

【解答】解：(1) ∵ $a=4$ ， $b=5$ ， $c=6$ ，

$$\therefore p = \frac{1}{2}(a+b+c) = \frac{15}{2},$$

$$\therefore Q = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{15}{2}(\frac{15}{2}-4)(\frac{15}{2}-5)(\frac{15}{2}-6)} = \frac{15\sqrt{7}}{4};$$

(2) ∵ $a=b$ ，

∴ 设底边 c 上的高为 h ，

$$\therefore h = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}},$$

$$\therefore S = \frac{1}{2}c \cdot h = \frac{1}{2}c \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}},$$

∵ $a=b$ ，

$$\therefore p = \frac{1}{2}(a+b+c) = a + \frac{1}{2}c,$$

$$\therefore Q = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{(a+\frac{1}{2}c)(a+\frac{1}{2}c-a)(a+\frac{1}{2}c-a)(a+\frac{1}{2}c-c)} = \frac{1}{2}c \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}},$$

∴ $S=Q$.

【点评】本题考查了二次根式的应用，三角形的面积公式，正确的化简二次根式是解题的关键.

6. (2019 秋•会同县期末) 已知长方形的长 $a = \frac{1}{2}\sqrt{32}$, 宽 $b = \frac{1}{3}\sqrt{18}$.

(1) 求长方形的周长;

(2) 求与长方形等面积的正方形的周长, 并比较与长方形周长的大小关系.

【分析】首先化简 $a = \frac{1}{2}\sqrt{32} = 2\sqrt{2}$, $b = \frac{1}{3}\sqrt{18} = \sqrt{2}$.

(1) 代入周长计算公式解决问题;

(2) 求得长方形的面积, 开方得出正方形的边长, 进一步求得周长比较即可.

【解答】解: $a = \frac{1}{2}\sqrt{32} = 2\sqrt{2}$, $b = \frac{1}{3}\sqrt{18} = \sqrt{2}$.

(1) 长方形的周长 $= (2\sqrt{2} + \sqrt{2}) \times 2 = 6\sqrt{2}$;

(2) 正方形的周长 $= 4\sqrt{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 8$,

$$\because 6\sqrt{2} = \sqrt{72}, 8 = \sqrt{64},$$

$$\because \sqrt{72} > \sqrt{64}$$

$$\therefore 6\sqrt{2} > 8.$$

【点评】此题考查二次根式的实际运用, 掌握二次根式的化简方法以及长方形、正方形的周长与面积计算方法是解决问题的关键.

7. (2021 春•广陵区校级月考) 一个三角形的三边长分别为 $10\sqrt{\frac{x}{5}}$ 、 $x\sqrt{\frac{5}{x}}$ 和 $\sqrt{20x}$.

(1) 求它的周长 (要求结果化简)

(2) 请你给一个适当的 x 值, 使它的周长为整数, 并求出此时三角形周长的值.

【分析】(1) 利用二次根式的性质进行化简, 进而求值计算即可;

(2) 如果一个二次根式化简后为整数, 则被开方数就是一个能开得尽方的数, 适当取值即可.

【解答】解: (1) 因为 $x > 0$, 所以三角形的周长为:

$$\begin{aligned} & 10\sqrt{\frac{x}{5}} + x\sqrt{\frac{5}{x}} + \sqrt{20x} \\ &= 10 \times \frac{\sqrt{5x}}{5} + x \times \frac{\sqrt{5x}}{x} + 2\sqrt{5x} \\ &= 2\sqrt{5x} + \sqrt{5x} + 2\sqrt{5x} \\ &= 5\sqrt{5x}; \end{aligned}$$

(2) 当 $x = 5$ 时, $\sqrt{5x} = 5$, 为整数,

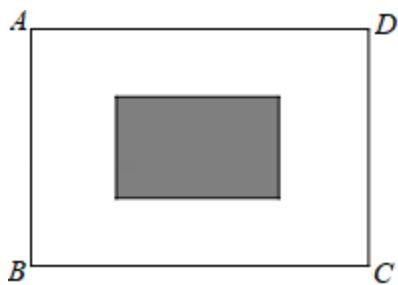
此时, 三角形的周长为 $5\sqrt{5x} = 5 \times 5 = 25$.

【点评】本题考查了二次根式的化简, 解题的关键是掌握二次根式的性质.

8. (2021 秋•长安区校级期末) 某居民小区有块形状为长方形 $ABCD$ 的绿地, 长方形绿地的长 BC 为 $8\sqrt{3}$ 米, 宽 AB 为 $\sqrt{98}$ 米, 现要在长方形绿地中修建一个长方形花坛 (即图中阴影部分), 长方形花坛的长为 $\sqrt{13}+1$ 米, 宽为 $\sqrt{13}-1$ 米.

(1) 长方形 $ABCD$ 的周长是多少? (结果化为最简二次根式)

(2) 除去修建花坛的地方, 其它地方全修建成通道, 通道上要铺上造价为 6 元/ m^2 的地砖, 要铺完整个通道, 则购买地砖需要花费多少元? (结果化为最简二次根式)



【分析】(1) 根据长方形 $ABCD$ 的周长列出算式, 再利用二次根式的混合运算顺序和运算法则计算可得

(2) 先计算出空白部分面积, 再计算即可,

【解答】解: (1) 长方形 $ABCD$ 的周长 $= 2 \times (8\sqrt{3} + \sqrt{98}) = 2(8\sqrt{3} + 7\sqrt{2}) = 16\sqrt{3} + 14\sqrt{2}$ (米),

答: 长方形 $ABCD$ 的周长是 $16\sqrt{3} + 14\sqrt{2}$ (米),

(2) 通道的面积 $= (8\sqrt{3} \times \sqrt{98}) - (\sqrt{13} + 1)(\sqrt{13} - 1)$

$$= 56\sqrt{6} - (13 - 1)$$

$$= 56\sqrt{6} - 12 \text{ (平方米)},$$

$$\text{购买地砖需要花费} = 6 \times (56\sqrt{6} - 12) = 336\sqrt{6} - 72 \text{ (元)}.$$

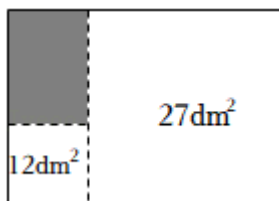
答: 购买地砖需要花费 $336\sqrt{6} - 72$ 元;

【点评】本题主要考查二次根式的应用, 解题的关键是熟练掌握二次根式的混合运算顺序和运算法则及其性质.

9. (2022 春•海沧区校级期末) 有一块矩形木板, 木工采用如图沿虚线在木板上截出两个面积分别为 $12dm^2$ 和 $27dm^2$ 的正方形木板.

(1) 求原矩形木板的面积;

(2) 如果木工想从剩余的木块 (阴影部分) 中裁出长为 $1.5dm$, 宽为 $1dm$ 的长方形木条, 估计最多能裁出多少块这样的木条, 请你计算说明理由.



【分析】(1) 根据二次根式的性质分别求出两个正方形的边长，结合图形计算得到答案；

(2) 求出 $2\sqrt{3}$ 和 $\sqrt{3}$ 的范围，根据题意解答．

【解答】解：(1) $\because$ 两个正方形的面积分别为 $12dm^2$ 和 $27dm^2$ ，

$\therefore$ 这两个正方形的边长分别为 $2\sqrt{3}dm$ 和 $3\sqrt{3}dm$ ，

$\therefore$ 原矩形木板的面积为 $3\sqrt{3}(2\sqrt{3}+3\sqrt{3})=45(dm^2)$ ；

(2) 最多能裁出 3 块这样的木条．理由如下：

$\because 2\sqrt{3} \approx 3.464$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，

$3.46 \div 1 \approx 3$ (块)，

$1.73 \div 1.5 \approx 1$ (块)，

$3 \times 1 = 3$ (块)．

$\therefore$ 从剩余的木块 (阴影部分) 中裁出长为 $1.5dm$ ，宽为 $1dm$ 的长方形木条，最多能裁出 3 块这样的木条．

【点评】本题考查的是二次根式的应用，掌握二次根式的性质、无理数的估算是解题的关键．

10. (2022 春•沂水县期中) 座钟的钟摆摆动一个来回所需的时间称为一个周期，其计算公式为 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ ，

其中 T 表示周期 (单位: s)， l 表示摆长 (单位: m)， g 为重力加速度且 $g=9.8m/s^2$ ，假如一台座钟的钟摆长为 $0.5m$ ，它每摆动一个来回发出一次滴答声，那么在 $1min$ 内，该座钟发出多少次滴答声？ ($\sqrt{10} \approx 3.16$ ， π 取 3.14 ，结果保留整数)

【分析】由给出的公式先计算出这个钟摆的周期，然后利用时间除周期得到滴答次数．

【解答】解：当 $l=0.5m$ ， $g=9.8m/s^2$ 时，

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{0.5}{9.8}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{5}{98}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{5 \times 2}{98 \times 2}} \\ &= \frac{2\pi}{2 \times 7}\sqrt{10} = \frac{\pi}{7}\sqrt{10}, \\ &\approx 3.16 \times \frac{3.14}{7} \approx 1.42 (s), \end{aligned}$$

∴在 1min 内，该座钟发出滴答声的次数为： $60 \div 1.42 \approx 42$ ，

答：在 1min 内，该座钟发出约 42 次滴答声。

【点评】本题主要考查了二次根式的应用，计算出钟摆的周期是解决本题的关键。

B 卷 能力提升卷

(限时 50 分钟，每题 10 分，满分 100 分)

11. (2022 春·伊宁市校级期末) 已知矩形的长为 a ，宽为 b 且 $a=3\sqrt{12}$ ， $b=\sqrt{48}$ 。

(1) 求矩形的周长；

(2) 当 $S_{\text{矩形}}=S_{\text{正方形}}$ 时，求正方形的边长 m 的值。(注： S 表示面积)

【分析】(1) 根据矩形的周长 $=2 \times (\text{长} + \text{宽})$ ，列式计算即可；

(2) 设正方形的边长为 m ，根据 $S_{\text{矩形}}=S_{\text{正方形}}$ ，列出方程 $6\sqrt{3} \times 4\sqrt{3}=72$ ，解方程求出 m 的值。

【解答】解：(1) ∵矩形的长为 a ，宽为 b 且 $a=3\sqrt{12}=6\sqrt{3}$ ， $b=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$ 。

∴矩形的周长 $=2(a+b)=2(6\sqrt{3}+4\sqrt{3})=20\sqrt{3}$ ；

(2) 设正方形的边长为 x ，则 $m>0$ 。

∵ $S_{\text{矩形}}=S_{\text{正方形}}$ ，

∴ $m^2=ab=6\sqrt{3} \times 4\sqrt{3}=72$ ，

∴ $m=6\sqrt{2}$ (负值舍去)，

∴正方形的边长 m 为 $6\sqrt{2}$ 。

【点评】本题考查了二次根式的应用，掌握矩形、正方形的周长与面积公式是解题的关键。

12. (2022 秋·攸县期末) 已知长方形长 $a=\frac{1}{2}\sqrt{48}$ ，宽 $b=\frac{1}{3}\sqrt{27}$ 。

①求长方形的周长；

②求与长方形等面积的正方形的周长，并比较长方形周长与正方形周长大小关系。

【分析】①根据周长公式列出算式，再利用二次根式的混合运算顺序和运算法则计算可得；

②先求出正方形的边长，再由周长公式求解可得。

【解答】解：①长方形的周长为 $2 \times (\frac{1}{2}\sqrt{48} + \frac{1}{3}\sqrt{27}) = 2 \times (2\sqrt{3} + \sqrt{3}) = 6\sqrt{3}$ ；

②长方形的面积为 $\frac{1}{2}\sqrt{48} \times \frac{1}{3}\sqrt{27} = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6$ ，

则正方形的边长为 $\sqrt{6}$ ，

∴此正方形的周长为 $4\sqrt{6}$,

∵ $6\sqrt{3} = \sqrt{108}$, $4\sqrt{6} = \sqrt{96}$, 且 $\sqrt{108} < \sqrt{96}$,

∴ $6\sqrt{3} > 4\sqrt{6}$,

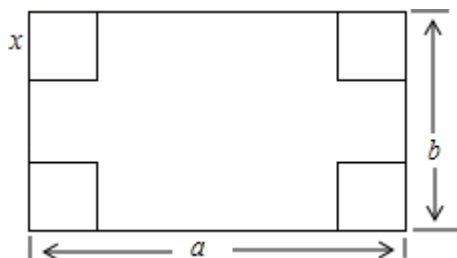
则长方形的周长大于正方形的周长.

【点评】本题主要考查二次根式的应用, 解题的关键是熟练掌握二次根式的混合运算顺序和运算法则及其性质.

13. (2022 秋•南昌期末) 如图, 长和宽分别是 a , b 的长方形纸片的四个角都剪去一个边长为 x 的正方形.

(1) 用含 a , b , x 的代数式表示纸片剩余部分的面积;

(2) 当 $a=20+2\sqrt{2}$, $b=20-2\sqrt{2}$, $x=\sqrt{2}$, 求剩余部分的面积.



【分析】(1) 用长方形的面积减去四周四个小正方形的面积列式即可;

(2) 根据 (1) 所列出的式子, 再把 $a=20+2\sqrt{2}$, $b=20-2\sqrt{2}$, $x=\sqrt{2}$ 代入即可求出答案.

【解答】解: (1) 剩余部分的面积为: $ab - 4x^2$;

(2) 把 $a=20+2\sqrt{2}$, $b=20-2\sqrt{2}$, $x=\sqrt{2}$ 代入 $ab - 4x^2$ 得:

$$(20+2\sqrt{2})(20-2\sqrt{2}) - 4 \times (\sqrt{2})^2$$

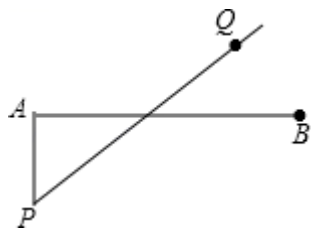
$$= 400 - 8 - 4 \times 2$$

$$= 400 - 8 - 8$$

$$= 384.$$

【点评】此题主要考查二次根式的应用, 用代数式表示正方形、矩形的面积, 需熟记公式, 且认真观察图形, 得出等量关系.

14. (2023•源城区开学) 如图, B 地在 A 地的正东方向, 两地相距 $28\sqrt{2} \text{ km}$. A , B 两地之间有一条东北走向的高速公路, 且 A , B 两地到这条高速公路的距离相等. 上午 8:00 测得一辆在高速公路上行驶的汽车位于 A 地的正南方向 P 处, 至上午 8:20, B 地发现该车在它的西北方向 Q 处, 该段高速公路限速为 110 km/h . 问: 该车是否超速行驶?



【分析】根据题意得到 $AB=28\sqrt{2}$ ， $\angle P=45^\circ$ ， $\angle PAC=90^\circ$ ， $\angle ABQ=45^\circ$ ，则 $\angle ACP=45^\circ$ ， $\angle BCQ=45^\circ$ ，作 $AH \perp PQ$ 于 H ，根据题意有 $AH=BQ$ ，再证明 $\triangle ACH \cong \triangle BCQ$ ，得到 $AC=BC=\frac{1}{2}AB=14\sqrt{2}$ ，根据等腰直角三角形的性质得 $PC=\sqrt{2}AC=28$ ， $CQ=\frac{BC}{\sqrt{2}}=14$ ，所以 $PQ=PC+CQ=42$ ，然后根据速度公式计算出该车的速度 $=126$ (km/h)，再与 110km/h 比较即可判断该车超速行驶了。

【解答】解：如图， $AB=28\sqrt{2}$ ， $\angle P=45^\circ$ ， $\angle PAC=90^\circ$ ， $\angle ABQ=45^\circ$ ，

$$\therefore \angle ACP=45^\circ，$$

$$\therefore \angle BCQ=45^\circ，$$

作 $AH \perp PQ$ 于 H ，则 $AH=BQ$ ，

在 $\triangle ACH$ 和 $\triangle BCQ$ 中

$$\begin{cases} \angle AHC=\angle BQC \\ \angle ACH=\angle BCQ, \\ AH=BQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACH \cong \triangle BCQ \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AC=BC,$$

$$\therefore AC=BC=\frac{1}{2}AB=14\sqrt{2},$$

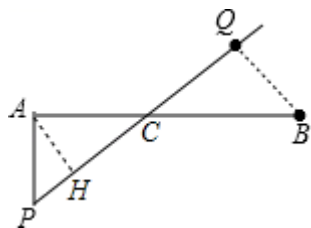
$$\therefore PC=\sqrt{2}AC=28, \quad CQ=\frac{BC}{\sqrt{2}}=14,$$

$$\therefore PQ=PC+CQ=42,$$

$$\therefore \text{该车的速度}=\frac{42}{\frac{1}{3}}=126 \text{ (km/h)}$$

$$\because 126\text{km/h}>110\text{km/h},$$

$\therefore$ 该车超速行驶了。



【点评】本题考查了二次根式的应用：二次根式的应用主要是在解决实际问题的过程中用到有关二次根式的概念、性质和运算的方法.

15. (2022 春•江都区期末) 请阅读下列材料:

问题: 已知 $x = \sqrt{5} + 2$, 求代数式 $x^2 - 4x - 7$ 的值.

小明的做法是: 根据 $x = \sqrt{5} + 2$ 得 $(x - 2)^2 = 5$, $\therefore x^2 - 4x + 4 = 5$, $x^2 - 4x = 1$. 把 $x^2 - 4x$ 作为整体代入, 得: $x^2 - 4x - 7 = 1 - 7 = -6$. 即: 把已知条件适当变形, 再整体代入解决问题.

仿照上述方法解决问题:

(1) 已知 $x = \sqrt{10} - 3$, 求代数式 $x^2 + 6x - 8$ 的值;

(2) 已知 $x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$, 求代数式 $x^3 + 2x^2$ 的值.

【分析】(1) 根据 $x = \sqrt{10} - 3$ 求出 $x + 3 = \sqrt{10}$, 两边平方后求出 $x^2 + 6x + 9 = 10$, 求出 $x^2 + 6x = 1$, 再代入求出答案即可;

(2) 根据 $x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$ 求出 $2x + 1 = \sqrt{5}$, 两边平方求出 $4x^2 + 4x + 1 = 5$, 求出 $x^2 + x = 1$, 再变形后代入, 即可求出答案.

【解答】解: (1) $\because x = \sqrt{10} - 3$,

$$\therefore x + 3 = \sqrt{10},$$

$$\text{两边平方得: } (x + 3)^2 = 10,$$

$$\text{即 } x^2 + 6x + 9 = 10,$$

$$\therefore x^2 + 6x = 1,$$

$$\therefore x^2 + 6x - 8 = 1 - 8 = -7;$$

$$(2) \because x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2},$$

$$\therefore 2x = \sqrt{5} - 1,$$

$$\therefore 2x + 1 = \sqrt{5},$$

$$\text{两边平方, 得 } (2x + 1)^2 = 5,$$

$$\text{即 } 4x^2+4x+1=5,$$

$$\therefore 4x^2+4x=4,$$

$$\text{即 } x^2+x=1,$$

$$\therefore x^3+2x^2$$

$$=x^3+x^2+x^2$$

$$=x(x^2+x)+x^2$$

$$=x \times 1+x^2$$

$$=x+x^2$$

$$=1.$$

【点评】本题考查了二次根式的化简求值，完全平方公式，整式的加减等知识点，能够整体代入是解此题的关键.

16. (2016 春•泰州校级期末) (1) 阅读: 若一个三角形的三边长分别为 a 、 b 、 c , 设 $p=\frac{1}{2}(a+b+c)$, 则这个三角形的面积为 $s=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

(2) 应用: 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=6$, $AC=5$, $BC=4$, 求 $\triangle ABC$ 面积.

(3) 引申: 如图 2, 在 (2) 的条件下, AD 、 BE 分别为 $\triangle ABC$ 的角平分线, 它们的交点为 I , 求 I 到 AB 的距离.

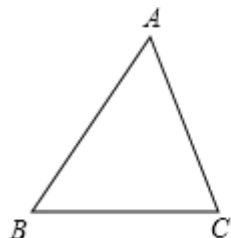


图1

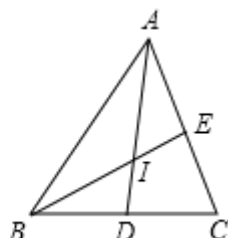
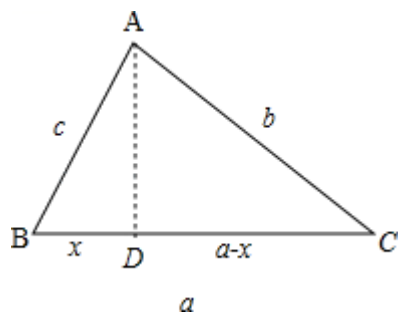


图2

【分析】(2) 先根据三边长度求出 p 的值, 再代入公式计算可得;

(3) 过点 I 作 $IF \perp AB$ 、 $IG \perp AC$ 、 $IH \perp BC$, 由角平分线性质的可得 $IF=IH=IG$, 再根据 $S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABI}+S_{\triangle ACI}+S_{\triangle BCI}$ 即可求得 IF 的长.

【解答】解: (1) 如图:



在 $\triangle ABC$ 中，过 A 作高 AD 交 BC 于 D ，

设 $BD=x$ ，那么 $DC=a-x$ ，

由于 AD 是 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACD$ 的公共边 $h^2=c^2-x^2=b^2-(a-x)^2$ ，

解出 x 得 $x=\frac{c^2-b^2+a^2}{2a}$ ，

于是 $h=\sqrt{c^2-\left(\frac{c^2-b^2+a^2}{2a}\right)^2}$ ，

$\triangle ABC$ 的面积 $S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}a\sqrt{c^2-\left(\frac{c^2-b^2+a^2}{2a}\right)^2}$

即 $S=\frac{1}{2}\sqrt{c^2a^2-\left(\frac{c^2+a^2-b^2}{2}\right)^2}$ ，

令 $p=\frac{1}{2}(a+b+c)$ ，

对被开方数分解因式，并整理得到 $s=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ；

(2) 由题意，得： $a=4$ ， $b=5$ ， $c=6$ ；

$$\therefore p=\frac{a+b+c}{2}=\frac{15}{2}；$$

$$\therefore S=\sqrt{\frac{15}{2}\times\left(\frac{15}{2}-4\right)\times\left(\frac{15}{2}-5\right)\times\left(\frac{15}{2}-6\right)}=\sqrt{\frac{15}{2}\times\frac{7}{2}\times\frac{5}{2}\times\frac{3}{2}}=\frac{15\sqrt{7}}{4}，$$

故 $\triangle ABC$ 的面积是 $\frac{15\sqrt{7}}{4}$ ；

(3) 如图，过点 I 作 $IF\perp AB$ 、 $IG\perp AC$ 、 $IH\perp BC$ ，垂足分别为点 F 、 G 、 H ，

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/457153020103006153>