§5.2余弦函数的图象与性质再认识

情境导入

正弦函数的图象与性质认识

- 正弦函数的图象
- 正弦函数性质的再认识
- 五点(画图)法

图象的平移变换（$a>0$，$b>0$）

$f(x)+b$

向上平移 b个单位长度

向左平移a个单位长度

向右平移a个单位长度

$f(x+a)$ $f(x)$ $f(x-a)$

向下平移 b个单位长度

$f(x)-b$

图象的对称变换

$$f(x) \xrightarrow{\text{关于}x\text{轴对称}} -f(x)$$

$$f(x) \xrightarrow{\text{关于}y\text{轴对称}} f(-x)$$

课标要求

1. 能正确使用“五点法”、“图象变换法”画出余弦函数的简图2. 掌握余弦函数的性质，会求余弦函数的最小正周期，单调区间和最值.

素养要求

1. 通过画余弦函数的图象，培养直观想象素养.

2. 通过余弦函数的性质的应用，培养数学运算素养.

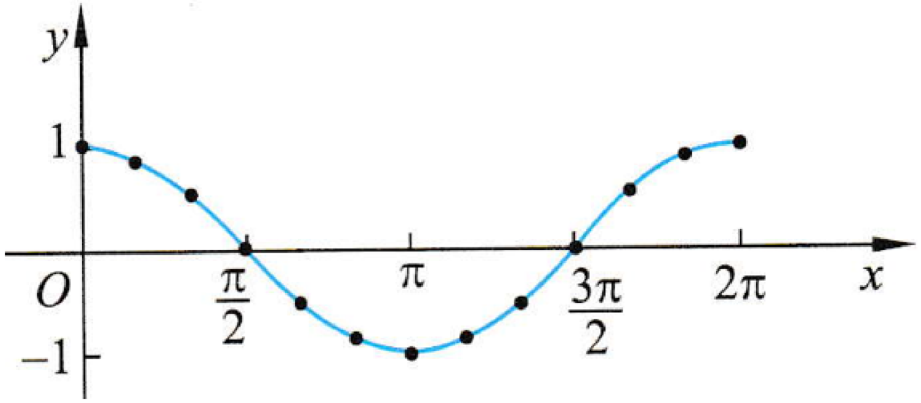
探究导学

探究点1　余弦函数的图象

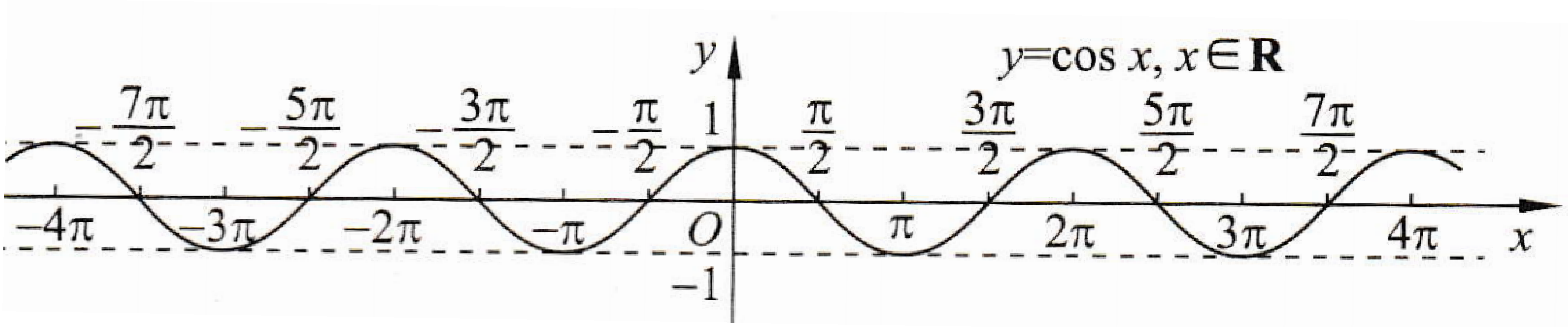
在区间$[0，2\pi]$上取一系列的x值，例如0，$\frac{\pi}{6}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{\pi}{2}$，…，2π列表(如表).

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$y=\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

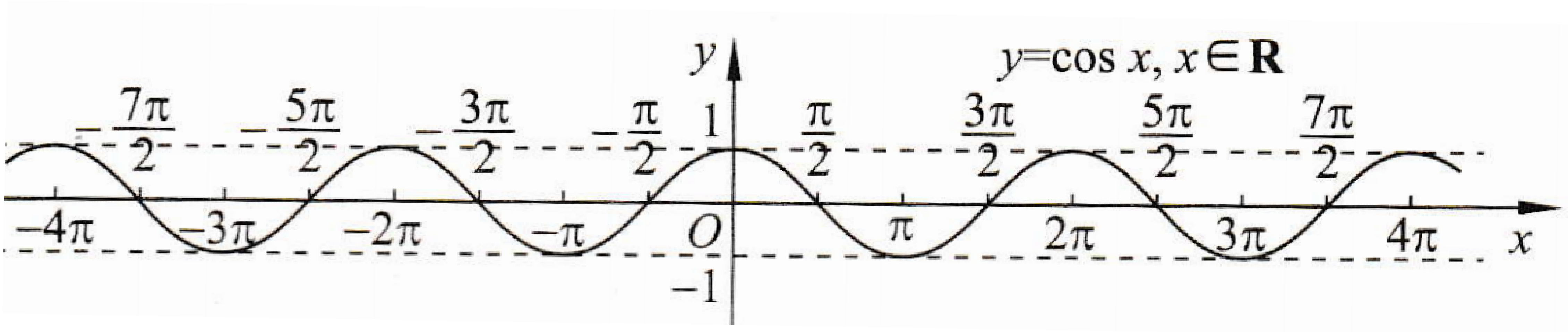
利用表中的数据，先在平面直角坐标系内描点，结合对函数$y=\cos x$性质的了解，用光滑曲线将它们顺次连接起来，就可以得到区间[[0，2π]上$y=\cos x$的图象(如图).



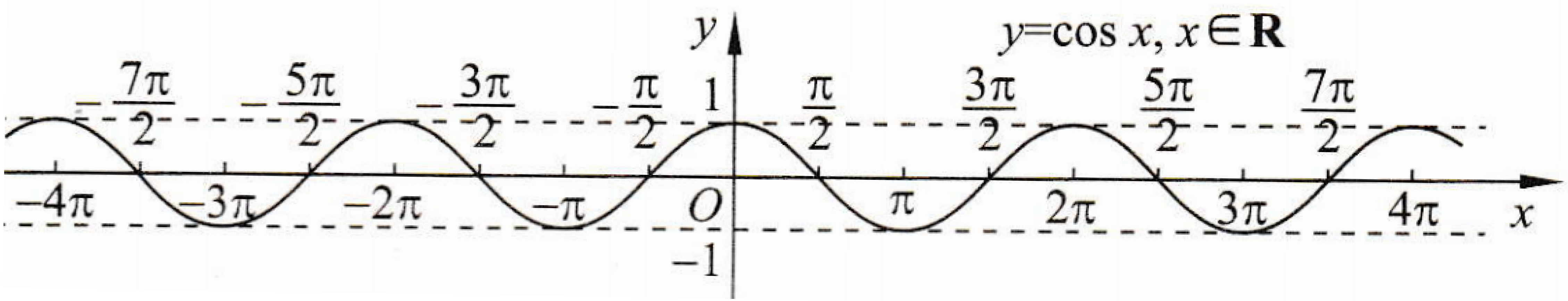
由周期性可知，函数y=cosx在区间[2kπ， 2(k+1)π]，k∈Z，k≠0上与在区间[0， 2π]上的函数图象形状完全相同，只是位置不同，将函数y=cosx，x ∈[0， 2π]的图象向左、右平移(每次平移2π个单位长度)，就可以得到余弦函数y=cosx，x ∈R的图象(如图).



余弦函数$y=\cos x$，$x\in R$的图象称作余弦曲线.

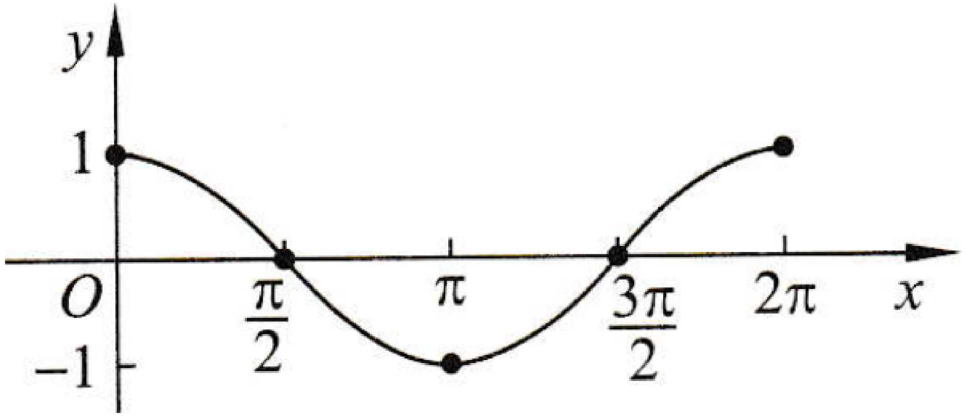


图中给出了余弦曲线的基本形状.在一个周期内，例如区间$[0，2\pi]$，以下五个关键点$(0，1)$ $(\frac{\pi}{2}，0)$，$(\pi，-1)$，$(\frac{3\pi}{2}，0)$，$(2\pi，1)$这起着关键的作用，它们分别表示了余弦曲线与x轴的交点$(\frac{\pi}{2}，0)$，$(\frac{3\pi}{2}，0)$，余弦函数取得最大值时的点为$(0，1)$，$(2\pi，1)$，取得最小值时的点为$(\pi，-1)$.

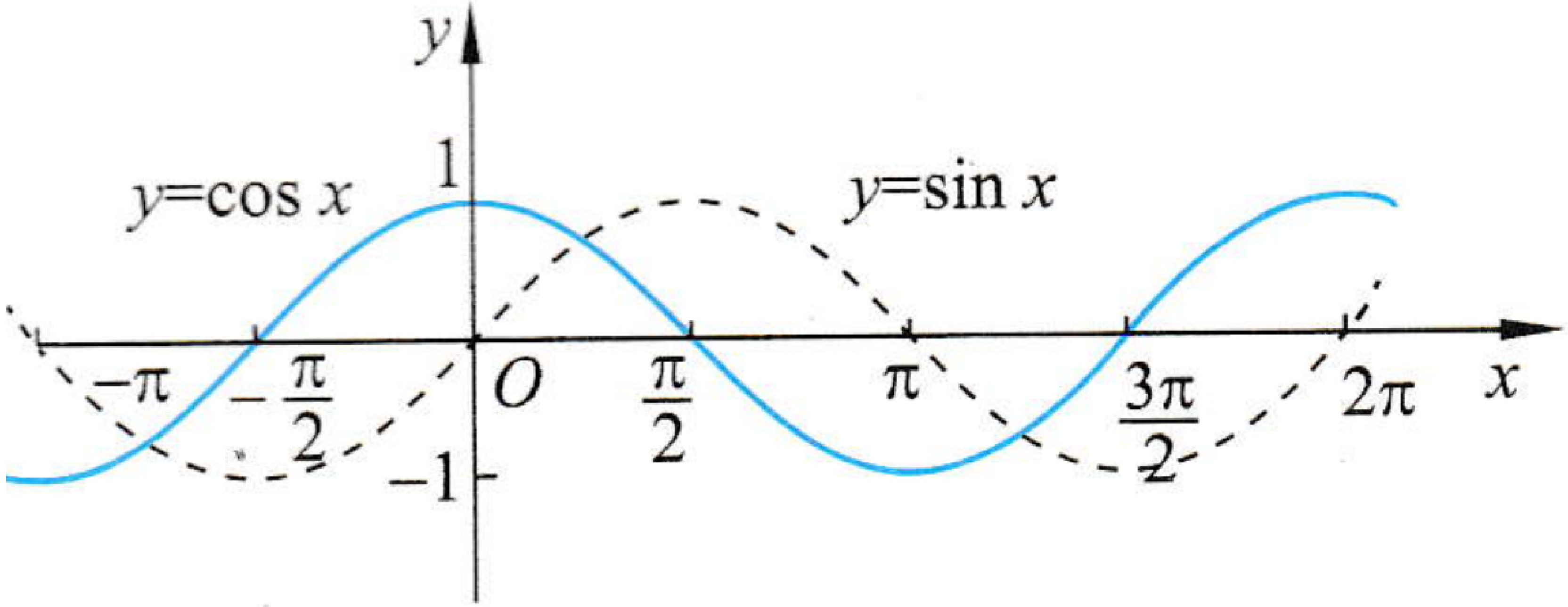


根据余弦曲线的基本性质，描出这五个点后，函数y=cosx在区间x∈[0，2π]的图象就基本确定了(如图).

因此，在精确度要求不太高时，常常先描出这五个关键点，然后用光滑曲线将它们顺次连接起来，就得到余弦函数的简图.这种作余弦曲线的方法也称为“五点(画图)法”.



由诱导公式$\cos x=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$可知，$y=\cos x$的图象就是函数$y=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$的图象.即余弦函数$y=\cos x$的图象可以通过将正弦曲线$y=\sin x$向左平移$\frac{\pi}{2}$个单位长度得到(如图).



例4 画出函数$y=\cos(x-\pi)$在一个周期上的图象.

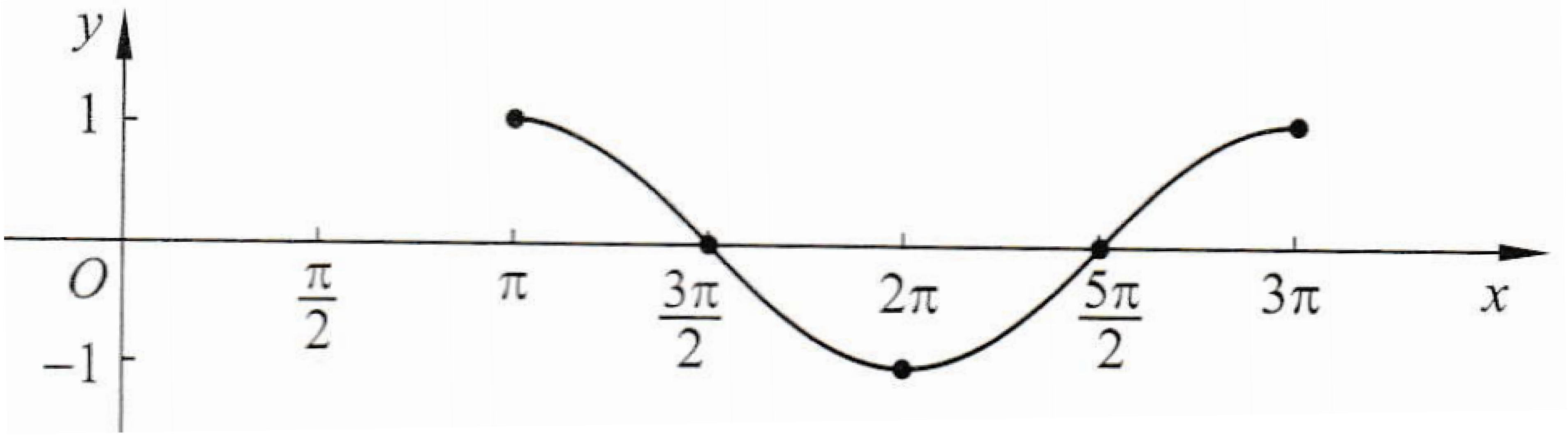
解　按五个关键点列表(如表).

$x-\pi$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{5\pi}{2}$	3π
$y=\cos(x-\pi)$	1	0	-1	0	1

于是得到函数$y=\cos(x-\pi)$在区间$[\pi, 3\pi]$上的五个关键点为

$(\pi, 1)$，$(\frac{3\pi}{2}, 0)$，$(2\pi, -1)$，$(\frac{5\pi}{2}, 0)$，$(3\pi, 1)$.

描点，并用光滑曲线将它们顺次连接起来，就画出函数$y=\cos(x-\pi)$在一个周期上的图象(如图).



例4 画出函数$y=\cos(x-\pi)$在一个周期上的图象.

解 也可以利用诱导公式$y=\cos(x-\pi)=-\cos x$，画出$y=-\cos x$的图象.