

山东省桓台县第二中学 2023-2024 学年高三（下）第三次月考数学试题试卷

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考场号和座位号填写在试题卷和答题卡上。用 2B 铅笔将试卷类型 (B) 填涂在答题卡相应位置上。将条形码粘贴在答题卡右上角“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答案不能答在试题卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

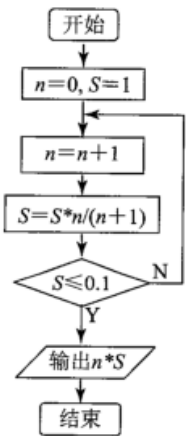
1. 已知 $f(x) = e^{x-1} - e^{1-x} + x$ ，则不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集是 ()

- A. $[1, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0]$ D. $(-\infty, 1]$

2. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \frac{\pi}{4}) (\omega > 0)$ 的图象与 x 轴交点的横坐标构成一个公差为 $\frac{\pi}{3}$ 的等差数列，要得到函数 $g(x) = A \cos \omega x$ 的图象，只需将 $f(x)$ 的图象 ()

- A. 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位 B. 向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
 C. 向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 D. 向右平移 $\frac{3\pi}{4}$ 个单位

3. 阅读下面的程序框图，运行相应的程序，程序运行输出的结果是 ()

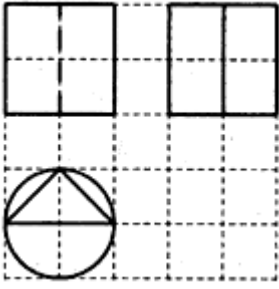


- A. 1. 1 B. 1 C. 2. 9 D. 2. 8

4. 已知函数 $f(x) = 3x + 2 \cos x$ ，若 $a = f(3^{\sqrt{2}})$ ， $b = f(2)$ ， $c = f(\log_2 7)$ ，则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < b < a$ C. $b < a < c$ D. $b < c < a$

5. 一个组合体的三视图如图所示（图中网格小正方形的边长为 1），则该几何体的体积是 ()



- A. $2\pi - \frac{1}{2}$ B. $2\pi - 1$ C. $2\pi - 2$ D. $2\pi - 4$

6. 第七届世界军人运动会于 2019 年 10 月 18 日至 27 日在中国武汉举行, 中国队以 133 金 64 银 42 铜位居金牌榜和奖牌榜的首位. 运动会期间有甲、乙等五名志愿者被分配到射击、田径、篮球、游泳四个运动场地提供服务, 要求每个人都都要被派出去提供服务, 且每个场地都要有志愿者服务, 则甲和乙恰好在同一组的概率是 ()

- A. $\frac{1}{10}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{40}$ D. $\frac{9}{40}$

7. 存在点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上, 且点 M 在第一象限, 使得过点 M 且与椭圆在此点的切线

$\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$ 垂直的直线经过点 $(0, -\frac{b}{2})$, 则椭圆离心率的取值范围是 ()

- A. $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}]$ B. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ C. $(0, \frac{\sqrt{3}}{3}]$ D. $(\frac{\sqrt{3}}{3}, 1)$

8. 将函数 $y = 2 \cos^2(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}) - 1$ 的图像向左平移 $m (m > 0)$ 个单位长度后, 得到的图像关于坐标原点对称, 则 m 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

9. 已知复数 $z = a + i, a \in R$, 若 $|z| = 2$, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. $\sqrt{3}$ C. ± 1 D. $\pm\sqrt{3}$

10. 甲、乙两名学生的六次数学测验成绩(百分制)的茎叶图如图所示.

| 甲 | 乙 |
|-------|-------|
| | 6 9 |
| 6 2 | 7 8 |
| 6 2 0 | 8 7 8 |
| 0 | 9 2 6 |

- ①甲同学成绩的中位数大于乙同学成绩的中位数；
 ②甲同学的平均分比乙同学的平均分高；
 ③甲同学的平均分比乙同学的平均分低；
 ④甲同学成绩的方差小于乙同学成绩的方差.

以上说法正确的是 ()

- A. ③④ B. ①② C. ②④ D. ①③④

11. 已知函数 $f(x) = me^{mx} - \ln x$, 当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$ 恒成立, 则 m 的取值范围为 ()

- A. $(\frac{1}{e}, +\infty)$ B. $(\frac{1}{e}, e)$ C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, e)$

12. 设 i 是虚数单位, 若复数 $a + \frac{5i}{2+i}$ ($a \in \mathbf{R}$) 是纯虚数, 则 a 的值为 ()

- A. -3 B. 3 C. 1 D. -1

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. $(2x-1)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为_____ (用具体数据作答).

14. 已知 $(x+1)^2(x-a)^6 = a_8x^8 + a_7x^7 + a_6x^6 + a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ ($a \in \mathbf{R}$), 若 $a_1 = 0$, 则

$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 =$ _____.

15. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-y+2 \geq 0 \\ 3x+y \leq 0 \\ x+y \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = 3x+2y$ 的最大值为_____.

16. 已知 $a > 0, b > 0, c \geq 4$, 且 $a+b=2$, 则 $\frac{ac}{b} + \frac{c}{ab} - \frac{c}{2} + \frac{\sqrt{5}}{c-2}$ 的最小值为_____.

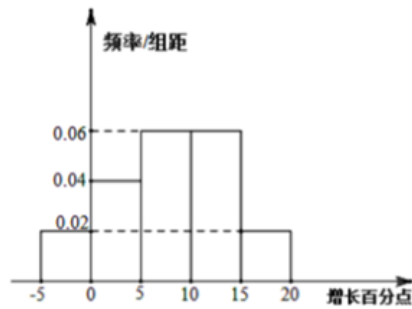
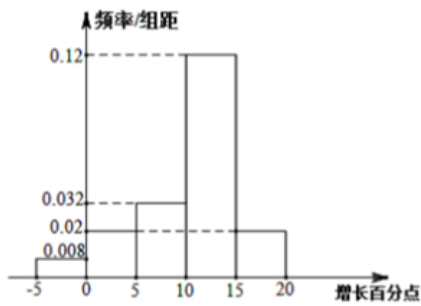
三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 新型冠状病毒肺炎疫情发生以来, 电子购物平台成为人们的热门选择. 为提高市场销售业绩, 某公司设计了一套产品促销方案, 并在某地区部分营销网点进行试点. 运作一年后, 对“采用促销”和“没有采用促销”的营销网点各选取了 50 个, 对比上一年度的销售情况, 分别统计了它们的年销售总额, 并按年销售总额增长的百分点分成 5 组:

$[-5, 0), [0, 5), [5, 10), [10, 15), [15, 20]$, 分别统计后制成如图所示的频率分布直方图, 并规定年销售总额增长 10 个百分点及以上的营销网点为“精英店”.

“采用促销”的销售网点

“没有采用促销”的销售网点



(1) 请你根据题中信息填充下面的列联表，并判断是否有的把握认为“精英店与采用促销活动有关”；

| | 采用促销 | 没有采用促销 | 合计 |
|------|------|--------|-----|
| 精英店 | | | |
| 非精英店 | | | |
| 合计 | 50 | 50 | 100 |

(2) 某“精英店”为了创造更大的利润，通过分析上一年的售价 x_i (单位：元)和日销量 y_i (单位：件) ($i = 1, 2, \dots, 10$)

的一组数据后决定选择 $y = a + bx^2$ 作为回归模型进行拟合.具体数据如下表，表中的 $w_i = x_i^2$ ：

| \bar{x} | \bar{y} | \bar{w} | $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2$ | $\sum_{i=1}^{10} (w_i - \bar{w})^2$ | $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$ | $\sum_{i=1}^{10} (w_i - \bar{w})(y_i - \bar{y})$ |
|-----------|-----------|-----------|-------------------------------------|-------------------------------------|--|--|
| 45.8 | 395.5 | 2413.5 | 4.6 | 21.6 | - 2.3 | -7.2 |

①根据上表数据计算 a, b 的值；

②已知该公司成本为 10 元/件，促销费用平均 5 元/件，根据所求出的回归模型，分析售价 x 定为多少时日利润 z 可以达到最大.

附①：
$$K^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

| | | | | |
|-----------------|-------|-------|-------|--------|
| $P(K^2 \geq k)$ | 0.100 | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
| k | 2.706 | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

附②：对应一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), (u_3, v_3), \dots, (u_n, v_n)$ ，其回归直线 $v = \alpha + \beta u$

的斜率和截距的最小二乘法估计分别为 $\beta = \frac{\sum_{i=1}^{10} (v_i - \bar{v})(u_i - \bar{u})}{\sum_{i=1}^{10} (u_i - \bar{u})^2}$, $\alpha = \bar{v} - \beta \bar{u}$.

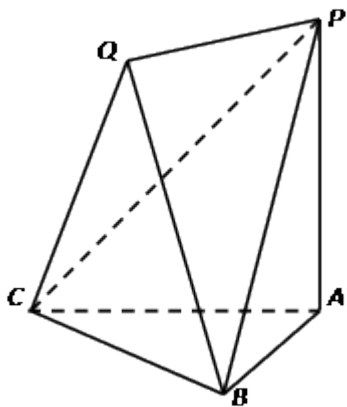
18. (12分) 已知函数 $f(x) = \sin x + \ln x - 1$.

(I) 求 $f(x)$ 在点 $\left(\frac{\pi}{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ 处的切线方程;

(II) 求证: $f(x)$ 在 $(0, \pi)$ 上存在唯一的极大值;

(III) 直接写出函数 $f(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 上的零点个数.

19. (12分) 如图, 已知平面 QBC 与直线 PA 均垂直于 $Rt\triangle ABC$ 所在平面, 且 $PA = AB = AC$.

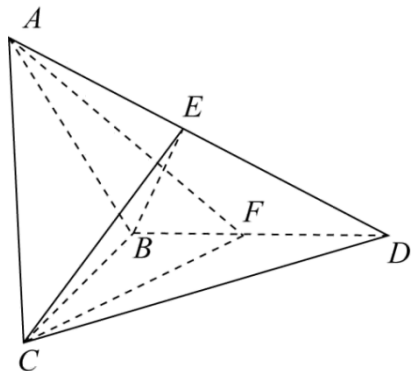


(1) 求证: $PA \parallel$ 平面 QBC ;

(2) 若 $PQ \perp$ 平面 QBC , 求 CQ 与平面 PBC 所成角的正弦值.

20. (12分) 如图所示, 在三棱锥 $A-BCD$ 中, $AB = BC = BD = 2$, $AD = 2\sqrt{3}$, $\angle CBA = \angle CBD = \frac{\pi}{2}$, 点 E 为

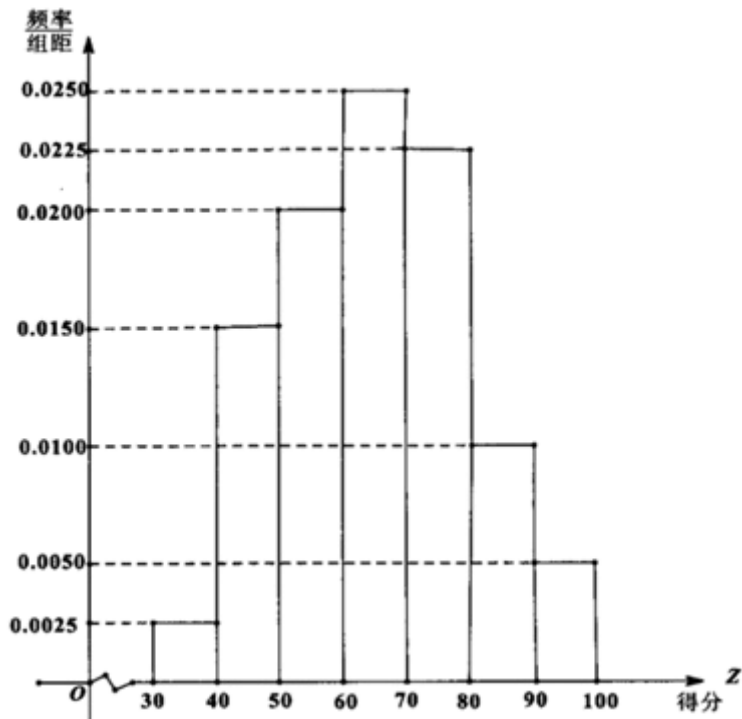
AD 中点.



(1) 求证: 平面 $ACD \perp$ 平面 BCE ;

(2) 若点 F 为 BD 中点, 求平面 BCE 与平面 ACF 所成锐二面角的余弦值.

21. (12分) 2019年安庆市在大力推进城市环境、人文精神建设的过程中, 居民生活垃圾分类逐渐形成意识. 有关部门为宣传垃圾分类知识, 面向该市市民进行了一次“垃圾分类知识”的网络问卷调查, 每位市民仅有一次参与机会, 通过抽样, 得到参与问卷调查中的 1000 人的得分数据, 其频率分布直方图如图:



(1) 由频率分布直方图可以认为, 此次问卷调查的得分 Z 服从正态分布 $N(\mu, 210)$, μ 近似为这 1000 人得分的平均值 (同一组数据用该区间的中点值作代表), 利用该正态分布, 求 $P(50.5 < Z < 94)$;

(2) 在 (1) 的条件下, 有关部门为此次参加问卷调查的市民制定如下奖励方案:

(i) 得分不低于 μ 可获赠 2 次随机话费, 得分低于 μ 则只有 1 次;

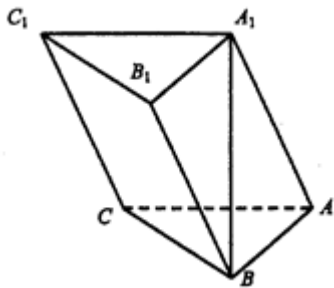
(ii) 每次赠送的随机话费和对应概率如下:

| | | |
|--------------|---------------|---------------|
| 赠送话费 (单位: 元) | 10 | 20 |
| 概率 | $\frac{2}{3}$ | $\frac{1}{3}$ |

现有一位市民要参加此次问卷调查, 记 X (单位: 元) 为该市民参加问卷调查获赠的话费, 求 X 的分布列. 附:

$$\sqrt{210} = 14.5, \text{ 若 } Z: N(\mu, \delta^2), \text{ 则 } P(\mu - \delta < Z < \mu + \delta) = 0.6826, P(\mu - 2\delta < Z < \mu + 2\delta) = 0.9544.$$

22. (10分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $A_1B \perp$ 平面 ABC , $AB \perp AC$, 且 $AB = AC = A_1B = 2$.



(1) 求棱 AA_1 与 BC 所成的角的大小;

(2) 在棱 B_1C_1 上确定一点 P , 使二面角 $P-AB-A_1$ 的平面角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

构造函数 $g(x) = f(x) - 1$, 通过分析 $g(x)$ 的单调性和对称性, 求得不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集.

【详解】

构造函数 $g(x) = f(x) - 1 = e^{x-1} - \frac{1}{e^{x-1}} + (x-1)$,

$g(x)$ 是单调递增函数, 且向左移动一个单位得到 $h(x) = g(x+1) = e^x - \frac{1}{e^x} + x$,

$h(x)$ 的定义域为 R , 且 $h(-x) = \frac{1}{e^x} - e^x - x = -h(x)$,

所以 $h(x)$ 为奇函数, 图像关于原点对称, 所以 $g(x)$ 图像关于 $(1,0)$ 对称.

不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 等价于 $f(x) - 1 + f(3-2x) - 1 \leq 0$,

等价于 $g(x) + g(3-2x) \leq 0$, 注意到 $g(1) = 0$,

结合 $g(x)$ 图像关于 $(1,0)$ 对称和 $g(x)$ 单调递增可知 $x+3-2x \leq 2 \Rightarrow x \geq 1$.

所以不等式 $f(x) + f(3-2x) \leq 2$ 的解集是 $[1, +\infty)$.

故选: A

【点睛】

本小题主要考查根据函数的单调性和对称性解不等式，属于中档题.

2、A

【解析】

依题意有 $f(x)$ 的周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{3}$, $\omega = 3$, $f(x) = A \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$. 而

$$g(x) = A \sin\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) = A \sin\left(3x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = A \sin\left[3\left(x + \frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{4}\right], \text{ 故应左移 } \frac{\pi}{12}.$$

3、C

【解析】

根据程序框图的模拟过程，写出每执行一次的运行结果，属于基础题.

【详解】

初始值 $n = 0$, $S = 1$

第一次循环: $n = 1$, $S = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$;

第二次循环: $n = 2$, $S = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$;

第三次循环: $n = 3$, $S = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$;

第四次循环: $n = 4$, $S = \frac{1}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$;

第五次循环: $n = 5$, $S = \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$;

第六次循环: $n = 6$, $S = \frac{1}{6} \times \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$;

第七次循环: $n = 7$, $S = \frac{1}{7} \times \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$;

第九次循环: $n = 8$, $S = \frac{1}{8} \times \frac{8}{9} = \frac{1}{9}$;

第十次循环: $n = 9$, $S = \frac{1}{9} \times \frac{9}{10} = \frac{1}{10} \leq 0.1$;

所以输出 $S = 9 \times \frac{1}{10} = 0.9$.

故选: C

【点睛】

本题考查了循环结构的程序框图的读取以及运行结果，属于基础题.

4、D

【解析】

根据题意，求出函数的导数，由函数的导数与函数单调性的关系分析可得 $f(x)$ 在 R 上为增函数，又由 $2 = \log_2 4 < \log_2 7 < 3 < 3^{\sqrt{2}}$ ，分析可得答案.

【详解】

解：根据题意，函数 $f(x) = 3x + 2\cos x$ ，其导数函数 $f'(x) = 3 - 2\sin x$ ，

则有 $f'(x) = 3 - 2\sin x > 0$ 在 R 上恒成立，

则 $f(x)$ 在 R 上为增函数；

又由 $2 = \log_2 4 < \log_2 7 < 3 < 3^{\sqrt{2}}$ ，

则 $b < c < a$ ；

故选：D.

【点睛】

本题考查函数的导数与函数单调性的关系，涉及函数单调性的性质，属于基础题.

5、C

【解析】

根据组合几何体的三视图还原出几何体，几何体是圆柱中挖去一个三棱柱，从而解得几何体的体积.

【详解】

由几何体的三视图可得，

几何体的结构是在一个底面半径为 1 的圆、高为 2 的圆柱中挖去一个底面腰长为 $\sqrt{2}$ 的等腰直角三角形、高为 2 的棱柱，

故此几何体的体积为圆柱的体积减去三棱柱的体积，

$$\text{即 } V = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2 = 2\pi - 2,$$

故选 C.

【点睛】

本题考查了几何体的三视图问题、组合几何体的体积问题，解题的关键是要能由三视图还原出组合几何体，然后根据几何体的结构求出其体积.

6、A

【解析】

根据题意，五人分成四组，先求出两人组成一组的所有可能的分组种数，再将甲乙组成一组的情况，即可求出概率.

【详解】

五人分成四组，先选出两人组成一组，剩下的人各自成一组，

所有可能的分组共有 $C_5^2 = 10$ 种,

甲和乙分在同一组, 则其余三人各自成一组, 只有一种分法, 与场地无关,

故甲和乙恰好在同一组的概率是 $\frac{1}{10}$.

故选: A.

【点睛】

本题考查组合的应用和概率的计算, 属于基础题.

7、D

【解析】

根据题意利用垂直直线斜率间的关系建立不等式再求解即可.

【详解】

因为过点 M 椭圆的切线方程为 $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$, 所以切线的斜率为 $-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}$,

由 $\frac{y_0 + \frac{b}{2}}{x_0} \times \left(-\frac{b^2x_0}{a^2y_0}\right) = -1$, 解得 $y_0 = \frac{b^3}{2c^2} < b$, 即 $b^2 < 2c^2$, 所以 $a^2 - c^2 < 2c^2$,

所以 $\frac{c}{a} > \frac{\sqrt{3}}{3}$.

故选: D

【点睛】

本题主要考查了建立不等式求解椭圆离心率的问题, 属于基础题.

8、B

【解析】

由余弦的二倍角公式化简函数为 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, 要想在括号内构造 $\frac{\pi}{2}$ 变为正弦函数, 至少需要向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

长度, 即为答案.

【详解】

由题可知, $y = 2\cos^2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right) - 1 = \cos\left[2\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{8}\right)\right] = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ 对其向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度后,

$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4}\right) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$, 其图像关于坐标原点对称

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/458056111015007002>