

# 第5章 進階線性規劃應用

- ❖ 5.1 資料包絡分析
- ❖ 5.2 收益管理
- ❖ 5.3 投資組合模型及資產配置
- ❖ 5.4 賽局理論

## 5.1 資料包絡分析

- ❖ 資料包絡分析(data envelopment analysis, DEA)是線性規劃的應用，用來衡量相同目標的營運單位間的相對效率。例如，用來衡量速食連鎖體系的不同分店間的相對效率。

# 資料包絡分析的應用—醫院的績效評估

## ❖ 例子：

1. 四家包括綜合醫院、大學醫院、郡立及州立醫院的管理者共同討論彼此如何協助以改善各自醫院的經營績效。
2. 衡量的依據是以下三種輸入量及四種輸出量。

# 資料包絡分析的應用—醫院的績效評估

## ❖ 輸入量

1. 全職非醫療人員的數目（包含兼職人員換算後的數目）
2. 供應品的花費
3. 可用病床數（以一天一床為單位）

## ❖ 輸出量

1. 醫療保險的病人住院日數（以一天一病人為單位）
2. 非醫療保險的病人住院日數
3. 受訓的護士人數
4. 受訓的實習醫生人數

# 醫院的績效評估

表 5.1  四家醫院每年消耗的資源（輸入）

| 輸入         | 醫院     |        |        |        |
|------------|--------|--------|--------|--------|
|            | 綜合     | 大學     | 郡立     | 州立     |
| 全職非醫療人員數目  | 285.20 | 162.30 | 275.70 | 210.40 |
| 供應品花費（千美元） | 123.80 | 128.70 | 348.50 | 154.10 |
| 可用病床數（千床）  | 106.72 | 64.21  | 104.10 | 104.04 |

表 5.2  四家醫院每年提供的服務（輸出）

| 輸入               | 醫院    |       |       |       |
|------------------|-------|-------|-------|-------|
|                  | 綜合    | 大學    | 郡立    | 州立    |
| 醫療保險病人住院日數（以千計）  | 48.14 | 34.62 | 36.72 | 33.16 |
| 非醫療保險病人住院日數（以千計） | 43.10 | 27.11 | 45.98 | 56.46 |
| 受訓的護士人數          | 253   | 148   | 175   | 160   |
| 受訓的實習醫生人數        | 41    | 27    | 23    | 84    |



# DEA方法概述

- ❖ 根據目標相同的所有營運單位的輸出及輸入資料，運用線性規劃模式建構一個**虛擬的混合單位**(hypothetical composite)。
- ❖ 混合醫院的每項輸出值為四家醫院該項輸出的加權平均值。
- ❖ 混合醫院的每一項輸入值為四家醫院該項輸入的加權平均值。
- ❖ 混合醫院的所有輸出值必須**大於或等於**被評估醫院，如果混合醫院的輸入值可以被證實**小於**郡立醫院的輸入值，則表示混合醫院可以用**較少的輸入**獲得相同，甚至更多的輸出。因此接受評估的醫院和其他的

# DEA線性規劃模式

## ❖ 決策變數：

$wg$  = 綜合醫院輸入及輸出的權重

$wu$  = 大學醫院輸入及輸出的權重

$wc$  = 郡立醫院輸入及輸出的權重

$ws$  = 州立醫院輸入及輸出的權重

$E$  = 郡立醫院輸入值中混合醫院可用的部分

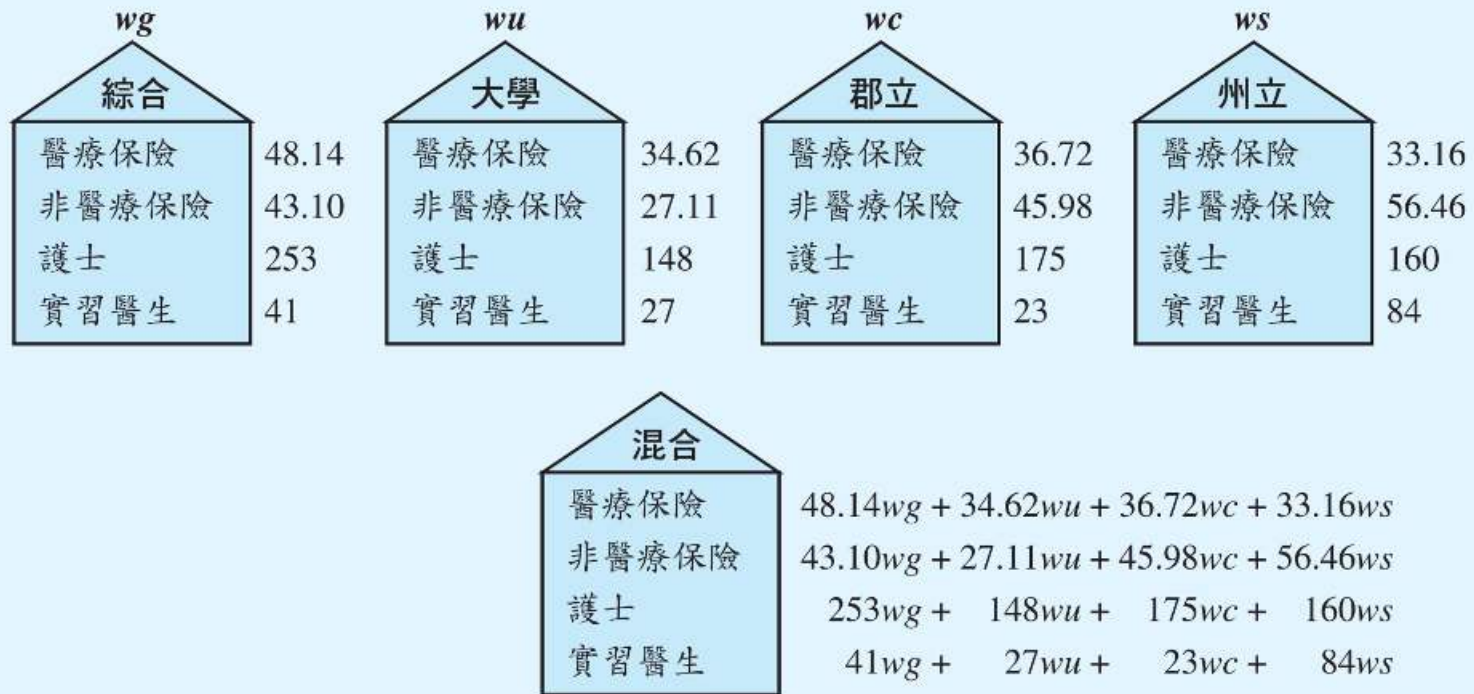
## ❖ DEA模式的目標函數在使 $E$ 為最小，相當於極小化混合醫院的可用資源。

# DEA線性規劃模式

圖 5.1



四家醫院輸出項與混合醫院輸出項間的關係



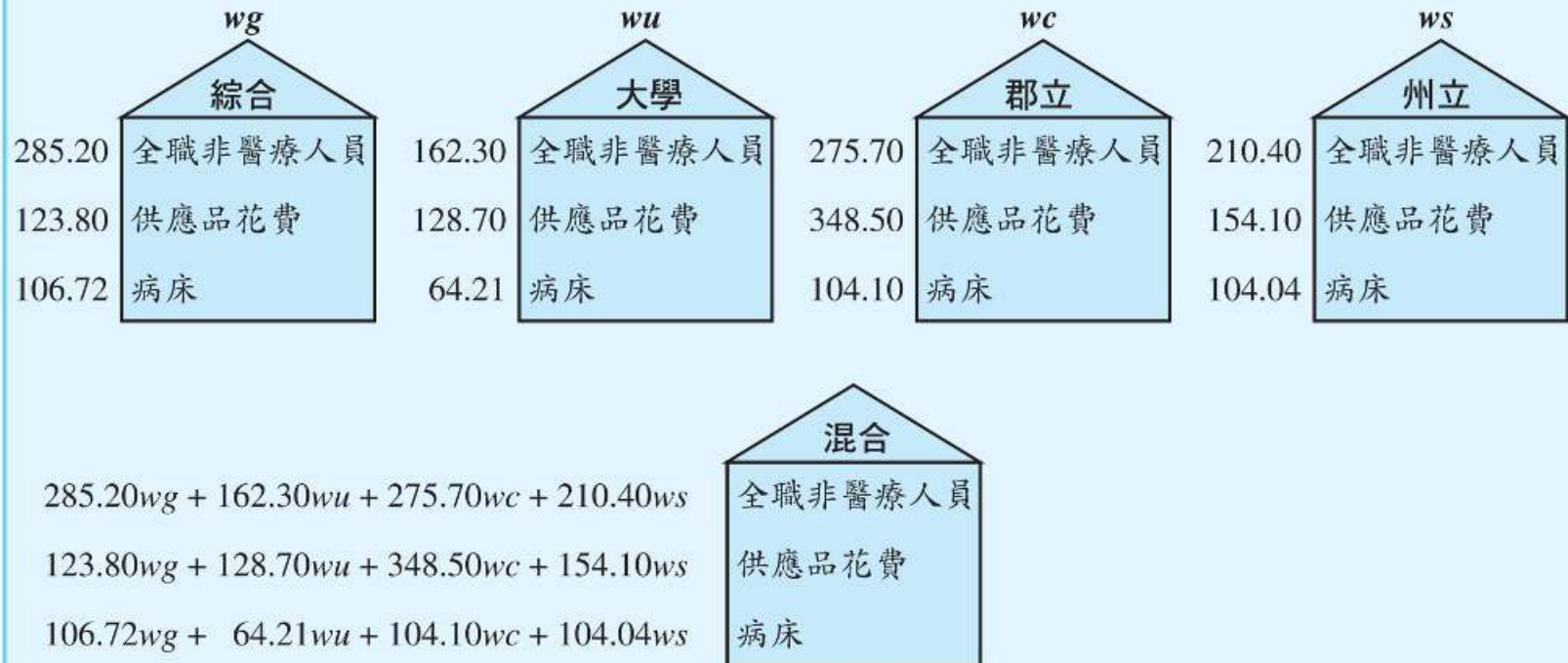


# DEA線性規劃模式

圖 5.2



四家醫院輸入項與混合醫院輸入項間的關係



# DEA線性規劃模式

❖ 完整的模式如下：

Min  $E$

s.t.

$$wg + \quad \quad \quad wu + \quad \quad \quad wc + \quad \quad \quad ws = 1$$

$$48.14wg + 34.62wu + 36.72wc + 33.16ws \geq 36.72$$

$$43.10wg + 27.11wu + 45.98wc + 56.46ws \geq 45.98$$

$$253wg + 148wu + 175wc + 60ws \geq 175$$

$$41wg + 27wu + 23wc + 84ws \geq 23$$

$$285.20wg + 162.30wu + 275.70wc + 210.40ws \leq 275.70E$$

$$123.80wg + 128.70wu + 248.50wc + 154.10ws \leq 348.50E$$

$$106.72wg + 64.21wu + 104.10wc + 104.04ws \leq 104.10E$$

$$E, wg, wu, wc, ws \geq 0$$

# DEA線性規劃模式

圖 5.3 郡立醫院資料包絡分析問題的電腦解

Optimal Objective Value = 0.90524

| Variable | Value   | Reduced Cost |
|----------|---------|--------------|
| wg       | 0.21227 | 0.00000      |
| wu       | 0.26045 | 0.00000      |
| wc       | 0.00000 | 0.00000      |
| ws       | 0.52729 | 0.00000      |
| E        | 0.90524 | 0.00000      |

| Constraint | Slack/Surplus | Dual Value |
|------------|---------------|------------|
| 1          | 0.00000       | -0.23889   |
| 2          | 0.00000       | 0.01396    |
| 3          | 0.00000       | 0.01373    |
| 4          | 1.61539       | 0.00000    |
| 5          | 37.02707      | 0.00000    |
| 6          | 35.82408      | 0.00000    |
| 7          | 174.42242     | 0.00000    |
| 8          | 0.00000       | -0.00961   |

| Variable | Objective Coefficient | Allowable Increase | Allowable Decrease |
|----------|-----------------------|--------------------|--------------------|
| wg       | 0.00000               | 0.44643            | 0.19991            |
| wu       | 0.00000               | 0.36384            | Infinite           |
| wc       | 0.00000               | Infinite           | 0.09476            |
| ws       | 0.00000               | 0.17972            | 0.42671            |
| E        | 1.00000               | Infinite           | 1.00000            |

| Constraint | RHS Value | Allowable Increase | Allowable Decrease |
|------------|-----------|--------------------|--------------------|
| 1          | 1.00000   | 0.01462            | 0.08491            |
| 2          | 36.72000  | 8.19078            | 0.23486            |
| 3          | 45.98000  | 7.30499            | 2.15097            |
| 4          | 175.00000 | 1.61539            | Infinite           |
| 5          | 23.00000  | 37.02707           | Infinite           |
| 6          | 0.00000   | Infinite           | 35.82408           |
| 7          | 0.00000   | Infinite           | 174.42242          |
| 8          | 0.00000   | 13.52661           | Infinite           |

混合醫院是由綜合醫院( $wg=0.212$ )、大學醫院( $wu=0.260$ )及州立醫院( $ws=0.527$ )的加權平均所組成。

Slack/Surplus欄的資料提供有關郡立醫院相對效率的額外資訊。

# DEA方法摘要

- 步驟1. 定義決策變數，也就是每一個營運單位的權重，以使用來決定混合營運單位的輸出及輸入。
- 步驟2. 以一個限制式令所有權重和等於1。
- 步驟3. 對每項的輸出，以一個限制式令混合單位的輸出必須大於或等於第 $j$ 單位的輸出。
- 步驟4. 定義決策變數  $E$ ，代表混合單位可使用的輸入相對於第 $j$ 單位輸入值的比率。
- 步驟5. 對每項輸入，以一個限制式令混合單位的輸入必須小於等於其可使用的輸入值。
- 步驟6. 令目標函數為  $\text{Min } E$ 。

## 5.2 收益管理

- ❖ 收益管理在於管理定量非耐久性庫存的短期需求，以提升組織的潛在收益。
- ❖ 目前收益管理已經被用於包括定價策略、超額預訂政策、短期供應決策及耐久性資產管理。



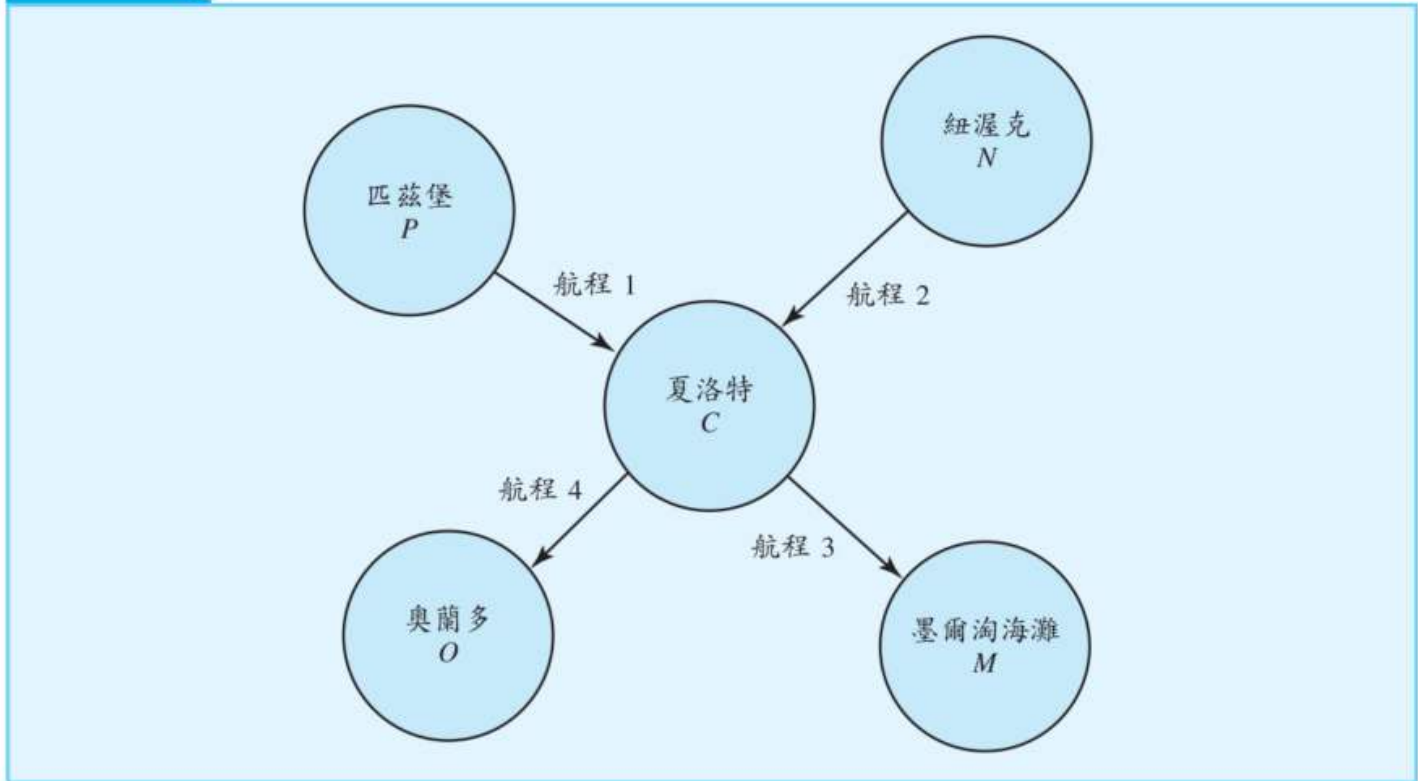
## 5.2 收益管理

### ❖ 例子：立足航空

1. 立足航空是一家地區型航空公司，為匹茲堡、紐渥克、夏洛特、墨爾淘海灘及奧蘭多的旅客提供服務。
2. 採用兩種票價等級：折價Q等及原價Y等。
3. 16種ODIF訂出5月5日的票價及需求預測。
4. 建立線性規劃模式以決定立足航空應該分配多少機位給每種票價等級。

## 5.2 收益管理

圖 5.4 立足航空航線圖



## 5.2 收益管理

表 5.3



立足航空 16 個 ODIF 的票價與需求

| ODIF | 起點  | 終點    | 票價等級 | ODIF 碼 | 票價    | 需求預測 |
|------|-----|-------|------|--------|-------|------|
| 1    | 匹茲堡 | 夏洛特   | Q    | PCQ    | \$178 | 33   |
| 2    | 匹茲堡 | 墨爾洵海灘 | Q    | PMQ    | 268   | 44   |
| 3    | 匹茲堡 | 奧蘭多   | Q    | POQ    | 228   | 45   |
| 4    | 匹茲堡 | 夏洛特   | Y    | PCY    | 380   | 16   |
| 5    | 匹茲堡 | 墨爾洵海灘 | Y    | PMY    | 456   | 6    |
| 6    | 匹茲堡 | 奧蘭多   | Y    | POY    | 560   | 11   |
| 7    | 紐渥克 | 夏洛特   | Q    | NCQ    | 199   | 26   |
| 8    | 紐渥克 | 墨爾洵海灘 | Q    | NMQ    | 249   | 56   |
| 9    | 紐渥克 | 奧蘭多   | Q    | NOQ    | 349   | 39   |
| 10   | 紐渥克 | 夏洛特   | Y    | NCY    | 385   | 15   |
| 11   | 紐渥克 | 墨爾洵海灘 | Y    | NMY    | 444   | 7    |
| 12   | 紐渥克 | 奧蘭多   | Y    | NOY    | 580   | 9    |
| 13   | 夏洛特 | 墨爾洵海灘 | Q    | CMQ    | 179   | 64   |
| 14   | 夏洛特 | 墨爾洵海灘 | Y    | CMY    | 380   | 8    |
| 15   | 夏洛特 | 奧蘭多   | Q    | COQ    | 224   | 46   |
| 16   | 夏洛特 | 奧蘭多   | Y    | COY    | 582   | 10   |

## 5.2 收益管理

❖ 決策變數為：

$PCQ$  = 分配給匹茲堡—夏洛特的 Q 等機位數

$PMQ$  = 分配給匹茲堡—墨爾淘海灘的 Q 等機位數

$POQ$  = 分配給匹茲堡—奧蘭多的 Q 等機位數

$PCY$  = 分配給匹茲堡—夏洛特的 Y 等機位數

...

$NCQ$  = 分配給紐渥克—夏洛特的 Q 等機位數

...

$COY$  = 分配給夏洛特—奧蘭多的 Y 等機位數

## 5.2 收益管理

- ❖ 有16個決策變數、4個產能限制式及16個需求限制式的完整的線性規劃模式如下：

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & 178PCQ + 268PMQ + 228POQ + 380PCY + 456PMY + 560POY \\ & + 199NCQ + 249NMQ + 349NOQ + 385NCY + 444NMY \\ & + 580NOY + 179CMQ + 380CMY + 224COQ + 582COY \end{aligned}$$

s.t.

$$\begin{aligned} PCQ + PMQ + POQ + PCY + PMY + POY &\leq 132 && \text{匹茲堡夏洛特} \\ NCQ + NMQ + NOQ + NCY + NMY + NOY &\leq 132 && \text{紐渥克夏洛特} \\ PMQ + PMY + NMQ + NMY + CMQ + CMY &\leq 132 && \text{夏洛特-墨爾淘海濱} \\ POQ + POY + NOQ + NOY + COQ + COY &\leq 132 && \text{夏洛特-奧蘭多} \end{aligned}$$



## 5.2 收益管理

$$PCQ \leq 33$$

$$PMQ \leq 44$$

$$POQ \leq 45$$

$$PCY \leq 16$$

$$PMY \leq 6$$

$$POY \leq 11$$

$$NCQ \leq 26$$

$$NMQ \leq 56$$

$$NOQ \leq 39$$

$$NCY \leq 15$$

$$NMY \leq 7$$

$$NOY \leq 9$$

$$CMQ \leq 64$$

$$CMY \leq 8$$

$$COQ \leq 46$$

$$COY \leq 10$$

} 需求限制式

$$PCQ, PMQ, POQ, PCY, L, COY \geq 0$$

# 5.2 收益管理

圖 5.5 立足航空收益管理問題的最佳解

Optimal Objective Value = 103103.00000

| Variable | Value    | Reduced Cost |
|----------|----------|--------------|
| PCQ      | 33.00000 | 0.00000      |
| PMQ      | 44.00000 | 0.00000      |
| POQ      | 22.00000 | 0.00000      |
| PCY      | 16.00000 | 0.00000      |
| PMY      | 6.00000  | 0.00000      |
| POY      | 11.00000 | 0.00000      |
| NCQ      | 26.00000 | 0.00000      |
| NMQ      | 36.00000 | 0.00000      |
| NOQ      | 39.00000 | 0.00000      |
| NCY      | 15.00000 | 0.00000      |
| NMY      | 7.00000  | 0.00000      |
| NOY      | 9.00000  | 0.00000      |
| CMQ      | 31.00000 | 0.00000      |
| CMY      | 8.00000  | 0.00000      |
| COQ      | 41.00000 | 0.00000      |
| COY      | 10.00000 | 0.00000      |

| Constraint | Slack/Surplus | Dual Value |
|------------|---------------|------------|
| 1          | 0.00000       | 4.00000    |
| 2          | 0.00000       | 70.00000   |
| 3          | 0.00000       | 179.00000  |
| 4          | 0.00000       | 224.00000  |
| 5          | 0.00000       | 174.00000  |
| 6          | 0.00000       | 85.00000   |
| 7          | 23.00000      | 0.00000    |
| 8          | 0.00000       | 376.00000  |
| 9          | 0.00000       | 273.00000  |
| 10         | 0.00000       | 332.00000  |
| 11         | 0.00000       | 129.00000  |
| 12         | 20.00000      | 0.00000    |
| 13         | 0.00000       | 55.00000   |
| 14         | 0.00000       | 315.00000  |
| 15         | 0.00000       | 195.00000  |
| 16         | 0.00000       | 286.00000  |
| 17         | 33.00000      | 0.00000    |
| 18         | 0.00000       | 201.00000  |
| 19         | 5.00000       | 0.00000    |
| 20         | 0.00000       | 358.00000  |

WEB

file

Leisure

# 5.2 收益管理

圖 5.5 立足航空收益管理問題的最佳解

Optimal Objective Value = 103103.00000

| Variable | Value    | Reduced Cost |
|----------|----------|--------------|
| PCQ      | 33.00000 | 0.00000      |
| PMQ      | 44.00000 | 0.00000      |
| POQ      | 22.00000 | 0.00000      |
| PCY      | 16.00000 | 0.00000      |
| PMY      | 6.00000  | 0.00000      |
| POY      | 11.00000 | 0.00000      |
| NCQ      | 26.00000 | 0.00000      |
| NMQ      | 36.00000 | 0.00000      |
| NOQ      | 39.00000 | 0.00000      |
| NCY      | 15.00000 | 0.00000      |
| NMY      | 7.00000  | 0.00000      |
| NOY      | 9.00000  | 0.00000      |
| CMQ      | 31.00000 | 0.00000      |
| CMY      | 8.00000  | 0.00000      |
| COQ      | 41.00000 | 0.00000      |
| COY      | 10.00000 | 0.00000      |

WEB

## 5.2 收益管理

| Constraint | Slack/Surplus | Dual Value |
|------------|---------------|------------|
| 1          | 0.00000       | 4.00000    |
| 2          | 0.00000       | 70.00000   |
| 3          | 0.00000       | 179.00000  |
| 4          | 0.00000       | 224.00000  |
| 5          | 0.00000       | 174.00000  |
| 6          | 0.00000       | 85.00000   |
| 7          | 23.00000      | 0.00000    |
| 8          | 0.00000       | 376.00000  |
| 9          | 0.00000       | 273.00000  |
| 10         | 0.00000       | 332.00000  |
| 11         | 0.00000       | 129.00000  |
| 12         | 20.00000      | 0.00000    |
| 13         | 0.00000       | 55.00000   |
| 14         | 0.00000       | 315.00000  |
| 15         | 0.00000       | 195.00000  |
| 16         | 0.00000       | 286.00000  |
| 17         | 33.00000      | 0.00000    |
| 18         | 0.00000       | 201.00000  |
| 19         | 5.00000       | 0.00000    |
| 20         | 0.00000       | 358.00000  |

## 5.3 投資組合模型及資產配置

- ❖ 資產配置是指在諸如股票、債券、共同基金、不動產及現金等不同資產類別中分配投資金額。
- ❖ 投資組合模型用來決定應挹注於各項不同投資標的之百分比。目標是創造兼顧風險及報酬之最佳平衡的投資組合。
- ❖ 本節將說明如何以線性規劃模式發展包含幾種不同投資標的在內的最適投資組合。



# 共同基金的投資組合

- ❖ 霍克公司想發展一投資組合模型，可以決定包含六種共同基金在內的最適投資組合。
- ❖ 主5.1且上孫其同其合甘5年以年報酬率。

表 5.4  共同基金年度績效表

| 共同基金  | 年報酬率 (%) |       |       |       |        |
|-------|----------|-------|-------|-------|--------|
|       | 第 1 年    | 第 2 年 | 第 3 年 | 第 4 年 | 第 5 年  |
| 外國股票  | 10.06    | 13.12 | 13.47 | 45.42 | -21.93 |
| 中期債券  | 17.64    | 3.25  | 7.51  | -1.33 | 7.36   |
| 大型成長型 | 32.41    | 18.71 | 33.28 | 41.46 | -23.26 |
| 大型股價型 | 32.36    | 20.61 | 12.93 | 7.06  | -5.37  |
| 小型成長型 | 33.44    | 19.40 | 3.85  | 58.68 | -9.02  |
| 小型股價型 | 24.56    | 25.32 | -6.70 | 5.43  | 17.31  |

# 共同基金的投資組合

- ❖ 準確預測共同基金在未來12個月內的報酬率是不可能的事，但霍克投資服務的經理人認為，表5.4的5個年度的報酬率資料可以代表未來5年的可能狀況。霍克的經理人將從六種共同基金中，為客戶建立投資組合模型，並假定五個方案來描述未來12個月的報酬。

# 保守投資組合

- ❖ 經理人的任務是決定六種共同基金的投資比例，使得該投資組合在最小風險下得到最佳的報酬。
- ❖ 要決定投資組合中每種共同基金的投資比例，我們使用以下的決策變數：

$FS$  = 外國股票共同基金

$IB$  = 中期債券共同基金

$LG$  = 大型成長型基金

$LV$  = 大型股價型基金

$SG$  = 小型成長型基金

$SV$  = 小型股價型基金

# 保守投資組合

- ❖ 投資比例的總和為1，需要以下的限制式：

$$FS + IB + LG + LV + SG + SV = 1$$

- ❖ 其他限制式則與表5.4的每一個計畫狀況中的投資組合的報酬率有關。

- ❖  $R1$ 表示第1年代表的狀況出現時產生的投資報酬， $R2$ 表示第2年代表的狀況出現時產生的投資報酬，以此類推。五個狀況的

投資報酬如下：

$$R1 = 10.06FS + 17.64IB + 32.41LG + 32.36LV + 33.44SG + 24.56SV$$

↪ 狀況1的報酬

# 保守投資組合

## ↪ 狀況2的報酬

$$R2 = 13.12FS + 3.25IB + 18.71LG + 20.61LV + 19.40SG + 25.32SV$$

## ↪ 狀況3的報酬

$$R3 = 13.47FS + 7.51IB + 33.28LG + 12.93LV + 3.85SG - 6.70SV$$

## ↪ 狀況4的報酬

$$R4 = 45.42FS - 1.33IB + 41.46LG + 7.06LV + 58.68SG + 5.43SV$$

## ↪ 狀況5的報酬

$$R5 = -21.93FS + 7.36IB - 23.26LG - 5.37LV - 9.05SG + 17.31SV$$



# 保守投資組合

- ❖ 變數 $M$ 作為投資組合的最小報酬。
- ❖ 為確保每個情節的報酬至少與最小報酬 $M$ 相同，我們必須增加以下的最小報酬限制式。
  - $R1 \geq M$  狀況1的最小報酬
  - $R2 \geq M$  狀況2的最小報酬
  - $R3 \geq M$  狀況3的最小報酬
  - $R4 \geq M$  狀況4的最小報酬
  - $R5 \geq M$  狀況5的最小報酬

# 保守投資組合

❖ 將前述的 $R1$ 、 $R2$ 等值代入上述不等式，得到5個最小報酬限制式如下：

$$10.06FS + 17.64IB + 32.41LG + 32.36LV + 33.44SG + 24.56SV \geq M \quad \text{狀況1}$$

$$13.12FS + 3.25IB + 18.71LG + 20.61LV + 19.40SG + 25.32SV \geq M \quad \text{狀況2}$$

$$13.47FS + 7.51IB + 33.28LG + 12.93LV + 3.85SG - 6.70SV \geq M \quad \text{狀況3}$$

$$45.42FS - 1.33IB + 41.46LG + 7.06LV + 58.68SG + 5.43SV \geq M \quad \text{狀況4}$$

$$-21.93FS + 7.36IB - 23.26LG - 5.37LV - 9.05SG + 17.31SV \geq M \quad \text{狀況5}$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/458057140102006106>