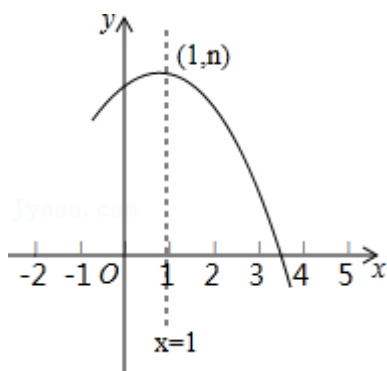


1. (2023·咸丰县一模) 如图所示是抛物线  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的部分图象, 其顶点坐标为  $(1, n)$ , 且与  $x$  轴的一个交点在点  $(3, 0)$  和  $(4, 0)$  之间, 则下列结论: ①  $a - b + c > 0$ ; ②  $3a + c > 0$ ; ③  $b^2 = 4a(c - n)$ ; ④ 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = n + 1$  没有实数根. 其中正确的结论个数是 ( )



- A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个

【解答】解: Q 抛物线顶点坐标为  $(1, n)$ ,

$\therefore$  抛物线对称轴为直线  $x = 1$ ,

Q 图象与  $x$  轴的一个交点在  $(3, 0)$ ,  $(4, 0)$  之间,

$\therefore$  图象与  $x$  轴另一交点在  $(-1, 0)$ ,  $(-2, 0)$  之间,

$\therefore x = -1$  时,  $y > 0$ ,

即  $a - b + c > 0$ ,

故①正确, 符合题意.

Q 抛物线对称轴为直线  $x = -\frac{b}{2a} = 1$ ,

$\therefore b = -2a$ ,

$\therefore y = ax^2 - 2ax + c$ ,

$\therefore x = -1$  时,  $y = 3a + c > 0$ ,

故②正确, 符合题意.

Q 抛物线顶点坐标为  $(1, n)$ ,

$\therefore ax^2 + bx + c = n$  有两个相等实数根,

$\therefore \Delta = b^2 - 4a(c - n) = 0$ ,

$\therefore b^2 = 4a(c - n)$ ,

故③正确, 符合题意.

Q  $y = ax^2 + bx + c$  的最大函数值为  $y = n$ ,

$\therefore ax^2 + bx + c = n + 1$  没有实数根，

故④正确，符合题意.

故选：D.

2. (2023•仓山区校级开学) 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  是常数) 开口向下，过  $A(-1, 0)$ ,  $B(m, 0)$  两点，且  $1 < m < 2$ . 下列四个结论：

①  $b > 0$ ;

② 若  $m = \frac{3}{2}$  时，则  $3a + 2c < 0$ ;

③ 若点  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_2, y_2)$ ，在抛物线上， $x_1 < x_2$ ，且  $x_1 + x_2 > 1$ ，则  $y_1 > y_2$ ;

④ 当  $a = -1$  时，关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 1$  必有两个不相等的实数根.

其中结论正确的结论有 ( )

A. ①③

B. ①②

C. ③④

D. ①③④

**【解答】**解：Q 对称轴  $x = \frac{1}{2}(-1 + m) > 0$ ,

$\therefore$  对称轴在  $y$  轴右侧，

$$\therefore -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$Q a < 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

故①正确;

$$\text{当 } m = \frac{3}{2} \text{ 时, 对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{4},$$

$$\therefore b = -a,$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } a - b + c = 0,$$

$$\therefore \frac{3a}{2} + c = 0,$$

$$\therefore 3a + 2c = 0, \text{ 故②错误;}$$

由题意，抛物线的对称轴直线  $x = h$ ,  $0 < h < 0.5$ ,

Q 点  $M(x_1, y_1)$ ,  $N(x_2, y_2)$  在抛物线上， $x_1 < x_2$ ，且  $x_1 + x_2 > 1$ ,

$\therefore$  点  $M$  到对称轴的距离  $<$  点  $N$  到对称轴的距离，

$\therefore y_1 > y_2$ ，故③正确;

设抛物线的解析式为  $y = a(x + 1)(x - m)$ ,

$$\text{方程 } a(x + 1)(x - m) = 1,$$

整理得,  $ax^2 + a(1-m)x - am - 1 = 0$ ,

$$\Delta = [a(1-m)]^2 - 4a(-am-1)$$

$$= a^2(m+1)^2 + 4a,$$

$$\because 1 < m < 2, \quad a_m - 1,$$

$$\therefore \Delta > 0,$$

$\therefore$  关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 1$  必有两个不相等的实数根. 故④正确,

故选: D.

3. (2023·广水市模拟) 如图, 二次函数  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的图象与  $x$  轴负半轴交于  $(-\frac{1}{2}, 0)$  对称轴为直线  $x = 1$ . 有以下结论:

①  $abc < 0$ ;

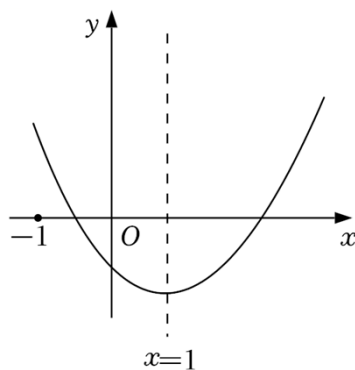
②  $3a + c > 0$ ;

③ 若点  $(-3, y_1)$ ,  $(3, y_2)$ ,  $(0, y_3)$  均在函数图象上, 则  $y_1 > y_3 > y_2$ ;

④ 若方程  $a(2x+1)(2x-5) = 1$  的两根为  $x_1, x_2$  且  $x_1 < x_2$  则  $x_1 < -\frac{1}{2} < \frac{5}{2} < x_2$ ;

⑤ 点  $M, N$  是抛物线与  $x$  轴的两个交点, 若在  $x$  轴下方的抛物线上存在一点  $P$ , 使得  $PM \perp PN$ , 则  $a$  的范围为  $a \leq \frac{2}{3}$ ;

其中结论正确的有 ( )



A. 5 个

B. 4 个

C. 3 个

D. 2 个

**【解答】** 解:  $\because$  对称轴为直线  $x = 1$ , 函数图象与  $x$  轴负半轴交于  $(-\frac{1}{2}, 0)$ ,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a,$$

由图象可知  $a > 0, c < 0$ ,

$$\therefore b = -2a < 0,$$

$\therefore abc > 0$ , 故①错误;

由图可知，当  $x = -1$  时， $y = a - b + c > 0$ ，

$\therefore a + 2a + c > 0$ ，即  $3a + c > 0$ ，故②正确；

抛物线开口向上，离对称轴水平距离越大， $y$  值越大；

又  $|-3-1|=4$ ， $|3-1|=2$ ， $|0-1|=1$ ，

$\therefore y_1 > y_2 > y_3$ ；故③错误；

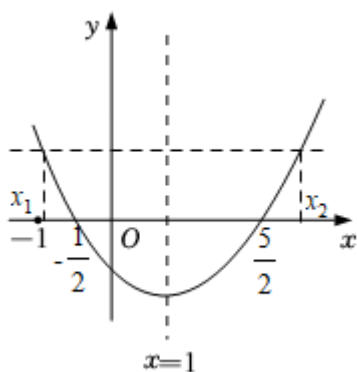
由抛物线对称性可知，抛物线与  $x$  轴另一个交点为  $(\frac{5}{2}, 0)$ ，

$\therefore$  抛物线解析式为： $y = a(x + \frac{1}{2})(x - \frac{5}{2})$ ，

令  $a(x + \frac{1}{2})(x - \frac{5}{2}) = \frac{1}{4}$ ，

则  $a(2x+1)(2x-5) = 1$ ，

如图，作  $y = \frac{1}{4}$ ，



由图形可知， $x_1 < -\frac{1}{2} < \frac{5}{2} < x_2$ ；故④正确；

由题意可知： $M$ ， $N$  到对称轴的距离为  $\frac{3}{2}$ ，

当抛物线的顶点到  $x$  轴的距离不小于  $\frac{3}{2}$  时，

在  $x$  轴下方的抛物线上存在点  $P$ ，使得  $PM \perp PN$ ，

即  $\frac{4ac - b^2}{4a} \geq -\frac{3}{2}$ ，

Q  $y = a(x + \frac{1}{2})(x - \frac{5}{2}) = ax^2 - 2ax - \frac{5}{4}a$ ，

$\therefore c = -\frac{5}{4}a$ ， $b = -2a$ ，

$\therefore \frac{4a \cdot (-\frac{5}{4}a) - (-2a)^2}{4a} \geq -\frac{3}{2}$ ，

解得： $a \geq \frac{2}{3}$ ，故⑤正确；

故选：C。

4. (2023 春•北碚区校级期末) 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  是常数), 开口向下, 过点  $A(-2, 0)$ ,  $B(m, 0)$ , 且  $1 < m < 2$ , 下列四个结论:

①  $a < b < 0$ ;

② 若  $c = 2$ , 则  $-1 < b < 0$ ;

③ 若  $m = \frac{3}{2}$ ,  $c = 3$ , 当  $-2 < x < 3$  时, 直线  $y = 2x + n$  与该二次函数只有一个公共点, 则  $-\frac{27}{2} < n \leq 4$  或  $n = \frac{73}{16}$ ;

④ 当  $a = -\frac{4}{9}$  时, 关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 1$  必有两个不相等的实数根.

以上结论, 正确的有 ( )

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【解答】解: ① 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的对称轴直线为  $x = -\frac{b}{2a}$ .

由题意得  $\frac{-2+1}{2} < -\frac{b}{2a} < \frac{-2+2}{2}$ , 即  $-\frac{1}{2} < -\frac{b}{2a} < 0$ .

Q 该抛物线开口向下,

$\therefore a < 0$ ,

$\therefore a < b < 0$ .

故①正确.

② 将点  $A(-2, 0)$  和  $c = 2$  代入  $y = ax^2 + bx + c$ , 得  $a = \frac{b-1}{2}$ .

Q  $a < b < 0$ ,

$\therefore \frac{b-1}{2} < b < 0$ ,

$\therefore -1 < b < 0$ .

故②正确.

③ 将点  $A(-2, 0)$ ,  $B(\frac{3}{2}, 0)$  和  $c = 3$  代入  $y = ax^2 + bx + c$ ,

得  $\begin{cases} (-2)^2 a - 2b + 3 = 0 \\ (\frac{3}{2})^2 a + \frac{3}{2}b + 3 = 0 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{1}{2} \end{cases}$ .

$\therefore y = -x^2 - \frac{1}{2}x + 3$ .

根据图象, 若当  $-2 < x < 3$  时, 直线  $y = 2x + n$  与该二次函数只有一个公共点, 则该公共点为切点或在两端点之间.

(a) 相切:

令  $-x^2 - \frac{1}{2}x + 3 = 2x + n$ ，整理得  $x^2 + \frac{5}{2}x + n - 3 = 0$ 。

$$\Delta = \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 4(n-3) = \frac{73}{4} - 4n.$$

当  $\Delta = \frac{73}{4} - 4n = 0$  时，解得  $n = \frac{73}{16}$ 。

解  $-x^2 - \frac{1}{2}x + 3 = 2x + \frac{73}{16}$ ，得  $x = -\frac{5}{4}$ ， $-2 < -\frac{5}{4} < 3$ 。

$$\therefore n = \frac{73}{16}.$$

(b) 两端点之间：

将  $(-2, 0)$  代入  $y = 2x + n$ ，得  $-4 + n = 0$ ，解得  $n = 4$ 。

将  $(3, -\frac{15}{2})$  代入  $y = 2x + n$ ，得  $6 + n = -\frac{15}{2}$ ，解得  $n = -\frac{27}{2}$ 。

$$\therefore -\frac{27}{2} < n < 4.$$

综上， $-\frac{27}{2} < n < 4$  或  $n = \frac{73}{16}$ 。

故③正确。

④设抛物线的解析式为  $y = a(x+2)(x-m)$ ，

方程  $a(x+2)(x-m) = 1$ ，整理得  $ax^2 + (2-m)ax - (2am+1) = 0$ 。

若它有两个不相等的实数根，则有  $\Delta = (2-m)^2 a^2 + 4(2am+1)a = (m+2)^2 a^2 + 4a$ 。

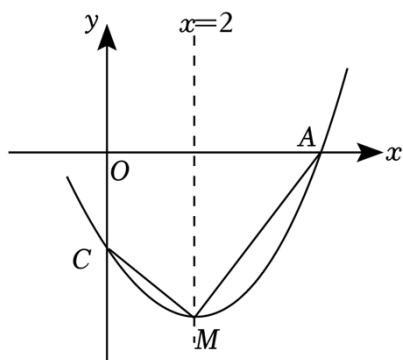
$$Q 1 < m < 2, a < -\frac{4}{9},$$

$$\therefore \Delta > 0.$$

故④正确。

故选：D。

5. (2023·建湖县三模) 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $A(5, 0)$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ ，其对称轴为直线  $x = 2$ ，结合图象分析如下结论：①  $\frac{ab}{c} > 0$ ；②  $a + c > b$ ；③ 当  $x > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大；④ 若一次函数  $y = kx - b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点  $A$ ，则点  $E(k, b)$  在第三象限；⑤ 点  $M$  是抛物线的顶点，若  $CM \perp AM$ ，则  $b = -\frac{2}{3}\sqrt{6}$ 。其中正确的有 ( )



A. 1 个                  B. 2 个                  C. 3 个                  D. 4 个

【解答】解：∵抛物线开口向上，

$$\therefore a > 0,$$

∵对称轴是直线  $x=2$ ，

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 2,$$

$$\therefore b = -4a < 0$$

∵抛物线交  $y$  轴的负半轴，

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore abc > 0,$$

故①正确，

∵抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 与  $x$  轴交于点  $A(5, 0)$ ，对称轴是直线  $x=2$ ，

∴抛物线  $y=ax^2+bx+c$  ( $a \neq 0$ ) 与  $x$  轴的另一个交点为  $(-1, 0)$ ，

∴当  $x=-1$  时， $y=a-b+c=0$ ，

$$\therefore a+c=b,$$

故②错误，

观察图象可知，当  $0 < x \leq 2$  时， $y$  随  $x$  的增大而减小，

故③错误，

一次函数  $y=kx-b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点  $A$ ，

$$\therefore b < 0,$$

∴ $k > 0$ ，此时  $E(k, b)$  在第四象限，

故④错误；

∵抛物线经过  $(-1, 0)$ ， $(5, 0)$ ，

∴可以假设抛物线的解析式为  $y=a(x+1)(x-5)=a(x-2)^2-9a$ ，

∴ $M(2, -9a)$ ， $C(0, -5a)$ ，

过点  $M$  作  $MH \perp y$  轴于点  $H$ ，设对称轴交  $x$  轴于点  $K$ 。

$$\therefore AM \perp CM,$$

$$\therefore \angle AMC = \angle KMH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CMH = \angle KMA,$$

$$\therefore \angle MHC = \angle MKA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MHC \sim \triangle MKA,$$

$$\therefore \frac{MH}{MK} = \frac{CH}{AK},$$

$$\therefore \frac{2}{9a} = \frac{4a}{3},$$

$$\therefore a^2 = \frac{1}{6},$$

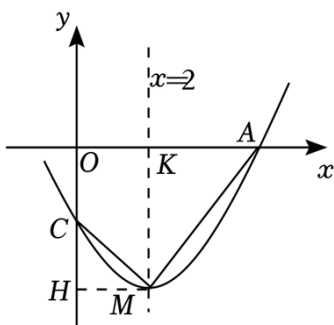
$$\because a > 0,$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{6}}{6},$$

$$\therefore b = -4a = -\frac{2\sqrt{6}}{3},$$

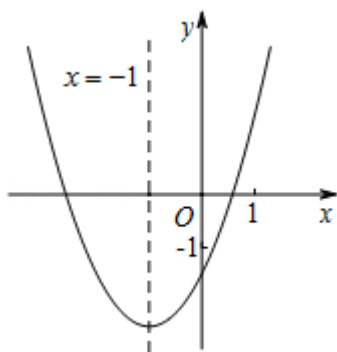
故⑤正确，

故选：B.



6. (2023•开江县一模) 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象如图所示，其对称轴为直线  $x = -1$ ，与  $x$  轴的交点为  $(x_1, 0)$ 、 $(x_2, 0)$ ，其中  $0 < x_1 < 1$ ，有下列结论：

①  $abc > 0$ ；②  $-3 < x_2 < -2$ ；③  $4a - 2b + c < -1$ ；④  $a - b > am^2 + bm$  ( $m \neq -1$ )；⑤  $a > \frac{1}{3}$ ；其中，正确的结论有 ( )



A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

【解答】解：①对称轴在  $y$  轴左侧，则  $ab$  同号， $c < 0$ ，故  $abc < 0$ ，故错误；

②对称轴为直线  $x = -1$ ， $0 < x_1 < 1$ ，则  $-3 < x_2 < -2$ ，正确；

③对称轴为直线  $x = -1$ ，则  $b = 2a$ ， $4a - 2b + c = c < -1$ ，故正确；

④  $x = -1$  时， $y = ax^2 + bx + c = a - b + c$ ，为最小值，故  $a - b + c < am^2 + bm + c$ ，故错误；

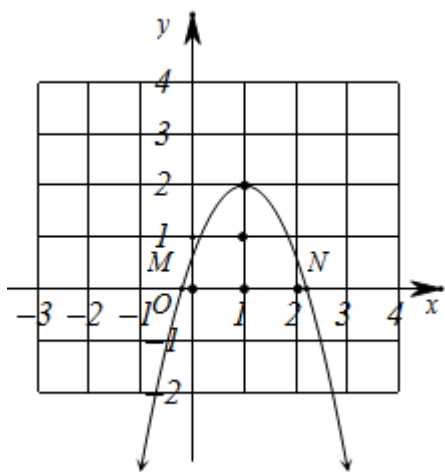
⑤  $x = 1$  时， $y = a + b + c = 3a + c > 0$ ，即  $3a > -c$ ，而  $c < -1$ ，故  $a > \frac{1}{3}$ ，正确；

故选：C.

7. (2023·历城区模拟) 定义：在平面直角坐标系中，若点  $A$  满足横、纵坐标都为整数，则把点  $A$  叫做“整点”. 如：  $B(3,0)$ 、  $C(-1,3)$  都是“整点”. 抛物线  $y = ax^2 - 2ax + a + 2 (a < 0)$  与  $x$  轴交于点  $M$ ，  $N$  两点，若该抛物线在  $M$ 、  $N$  之间的部分与线段  $MN$  所围的区域（包括边界）恰有 5 个整点，则  $a$  的取值范围是( )

- A.  $-1, a < 0$       B.  $-2, a < -1$       C.  $-1, a < -\frac{1}{2}$       D.  $-2, a < 0$

【解答】解：抛物线  $y = ax^2 - 2ax + a + 2 (a < 0)$  化为顶点式为  $y = a(x-1)^2 + 2$ ，故函数的对称轴：  $x=1$ ，  $M$  和  $N$  两点关于  $x=1$  对称，根据题意，抛物线在  $M$ 、  $N$  之间的部分与线段  $MN$  所围的区域（包括边界）恰有 5 个整点，这些整点是  $(0,0)$ ，  $(1,0)$ ，  $(1,1)$ ，  $(1,2)$ ，  $(2,0)$ ，  
如图所示：



Q 当  $x=0$  时，  $y = a + 2$

$\therefore 0, a + 2 < 1$

当  $x=-1$  时，  $y = 4a + 2 < 0$

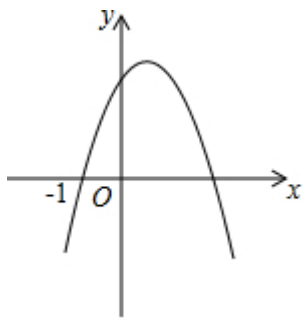
即：  $\begin{cases} 0, a + 2 < 1 \\ 4a + 2 < 0 \end{cases}$ ，

解得  $-2, a < -1$

故选： B .

8. (2022 秋·南山区校级期末) 如图，函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象过点  $(-1,0)$  和  $(m,0)$ ，请思考下列判断：

- ①  $abc < 0$ ； ②  $4a + c < 2b$ ； ③  $\frac{b}{c} = 1 - \frac{1}{m}$ ； ④  $am^2 + (2a+b)m + a + b + c > 0$ ； ⑤  $|am + a| = \sqrt{b^2 - 4ac}$  . 正确的是( )



A. ①③⑤

B. ①②③④⑤

C. ①②③④

D. ①②③⑤

【解答】解：Q 抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

Q 抛物线交  $y$  轴于正半轴，

$$\therefore c > 0,$$

$$Q -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$$\therefore abc < 0, \text{ 故①正确,}$$

$$Q x = -2 \text{ 时, } y < 0,$$

$$\therefore 4a - 2b + c < 0, \text{ 即 } 4a + c < 2b, \text{ 故②正确,}$$

$$Q y = ax^2 + bx + c \text{ 的图象过点 } (-1, 0) \text{ 和 } (m, 0),$$

$$\therefore -1 \times m = \frac{c}{a}, \quad am^2 + bm + c = 0,$$

$$\therefore \frac{am}{c} + \frac{b}{c} + \frac{1}{m} = 0,$$

$$\therefore \frac{b}{c} = 1 - \frac{1}{m}, \text{ 故③正确,}$$

$$Q -1 + m = -\frac{b}{a},$$

$$\therefore -a + am = -b,$$

$$\therefore am = a - b,$$

$$Q am^2 + (2a + b)m + a + b + c$$

$$= am^2 + bm + c + 2am + a + b$$

$$= 2a - 2b + a + b$$

$$= 3a - b < 0, \text{ 故④错误,}$$

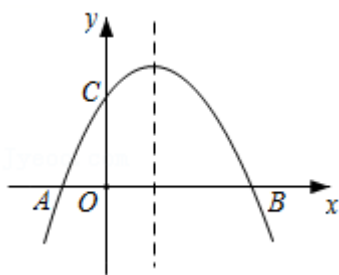
$$Q m + 1 = \left| \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right|,$$

$$\therefore m+1 = \left| \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{a} \right|,$$

$$\therefore |am + a| = \sqrt{b^2 - 4ac}, \text{ 故⑤正确,}$$

故选: D.

9. (2023•黑龙江一模) 如图, 已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的对称轴在  $y$  轴右侧, 抛物线与  $x$  轴交于点  $A(-2, 0)$  和点  $B$ , 与  $y$  轴的正半轴交于点  $C$ , 且  $OB = 2OC$ , 则下列结论: ①  $\frac{a-b}{c} < 0$ ; ②  $4ac + 2b = -1$ ; ③  $a = -\frac{1}{4}$ ; ④当  $b > 1$  时, 在  $x$  轴上方的抛物线上一定存在关于对称轴对称的两点  $M, N$  (点  $M$  在点  $N$  左边), 使得  $AN \perp BM$ . 其中正确的有( )



- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

**【解答】**解:  $\because A(-2, 0), OB = 2OC$ ,

$$\therefore C(0, c), B(2c, 0).$$

由图象可知,  $a < 0, b > 0, c > 0$ ,

$$\text{①} \because a < 0, b > 0,$$

$$\therefore a - b < 0,$$

$$\therefore \frac{a-b}{c} < 0. \text{ 故①正确;}$$

②把  $B(2c, 0)$  代入解析式, 得:

$$4ac^2 + 2bc + c = 0, \text{ 又 } c \neq 0,$$

$$\therefore 4ac + 2b + 1 = 0,$$

即  $2b + 4ac = -1$ , 故②正确;

③ $\because$  抛物线与  $x$  轴交于点  $A(-2, 0)$  和点  $B(2c, 0)$ ,

$\therefore x_1 = -2$  和  $x_2 = 2c$  为相应的一元二次方程的两个根,

$$\text{由韦达定理可得: } x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = (-2) \times (2c) = -4c,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{4}. \text{ 故③正确;}$$

$$\textcircled{4} Q a = -\frac{1}{4}, \quad 2b + 4ac = -1,$$

$$\therefore c = 2b + 1.$$

故原抛物线解析式为  $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + (2b + 1)$ ，顶点坐标为  $(2b, b^2 + 2b + 1)$ 。

$\therefore$  对称轴为直线  $x = 2b$ 。

要使  $AN \perp BM$ ，由对称性可知， $\angle APB = 90^\circ$ ，且点  $P$  一定在对称轴上，

$Q \triangle APB$  为等腰直角三角形，

$$\therefore PQ = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}[4b + 2 - (-2)] = 2b + 2,$$

$$\therefore P(2b, 2b + 2), \text{ 且有 } 2b + 2 < b^2 + 2b + 1,$$

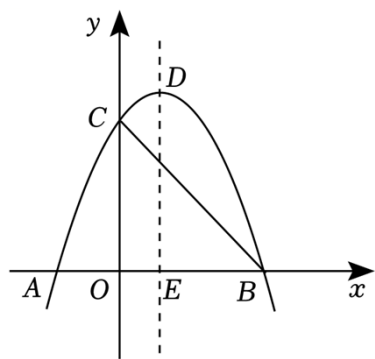
整理得： $b^2 > 1$ ，

解得： $b > 1$  或  $b < -1$ ，故  $\textcircled{4}$  正确。

综上所述，正确的有 4 个，

故选：D。

10. (2022 秋·宿城区期末) 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A(-2, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，交  $y$  轴的正半轴于点  $C$ ，对称轴交抛物线于点  $D$ ，交  $x$  轴于点  $E$ ，则下列结论：①  $2a + b = 0$ ；②  $abc < 0$ ；③  $a + b \dots am^2 + bm$  ( $m$  为任意实数)；④若点  $Q(m, n)$  是抛物线上第一象限上的动点，当  $\triangle QBC$  的面积最大时， $m = 2$ ，其中正确的有( )



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

**【解答】** 解：Q 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $A(-2, 0)$ ， $B(4, 0)$ ，

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x = \frac{-2+4}{2} = 1,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore 2a = -b,$$

$\therefore 2a + b = 0$ ，故  $\textcircled{1}$  正确，符合题意；

Q 抛物线开口向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore b = -2a > 0,$$

Q 抛物线交  $y$  轴的正半轴，

$$\therefore c > 0,$$

$$\therefore abc < 0, \text{ 故②正确, 符合题意;}$$

Q 抛物线的对称轴  $x=1$ ，开口向下，

$$\therefore x=1 \text{ 时, } y \text{ 有最大值, 最大值} = a+b+c.$$

$$\therefore a+b+c \leq am^2 + bm + c (m \text{ 为任意实数}),$$

$$\therefore a+b \leq am^2 + bm (m \text{ 为任意实数}), \text{ 故③正确, 符合题意;}$$

④Q  $C(0, c)$ ，

设直线  $BC$  的解析式为  $y=kx+t$ ，

$$\therefore \begin{cases} t=c \\ 4k+t=0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k=-\frac{c}{4}, \\ t=c \end{cases},$$

$$\therefore y = -\frac{c}{4}x + c,$$

将点  $A(-2, 0)$  代入  $y = ax^2 - 2ax + c$ ，

$$\therefore c = -8a.$$

$$\therefore y = ax^2 - 2ax - 8a.$$

过点  $Q$  作  $QN \parallel y$  轴交  $BC$  于点  $P$ ，

Q  $Q(m, n)$ ，

$$\therefore P(m, 2am - 8a),$$

$$\therefore PQ = n - 2am + 8a.$$

$$\therefore S_{\triangle QBC} = \frac{1}{2} \times 4 \times (n - 2am + 8a) = 2(n - 2am + 8a),$$

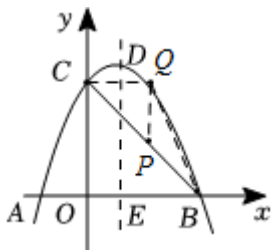
$$\text{Q } n = am^2 - 2am - 8a,$$

$$\therefore S_{\triangle QBC} = 2(am^2 - 4am) = 2a(m-2)^2 - 8a.$$

$\therefore$  当  $m=2$  时,  $\triangle QBC$  的面积最大,

故④正确, 符合题意;

故选: D.

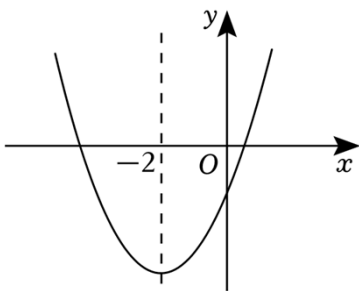


11. (2022 秋•和平区校级期末) 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  大致图象如图所示, 其中顶点为  $(-2, -9a)$  下列

结论: ①  $abc < 0$ ; ②  $4a + 2b + c > 0$ ; ③  $5a - b + c = 0$ ; ④ 若方程  $a(x+5)(x-1) = -1$  有两根为  $x_1$  和  $x_2$ , 且

$x_1 < x_2$ , 则  $-5 < x_1 < x_2 < 1$ ; ⑤ 若方程  $|ax^2 + bx + c| = 1$  有四个根, 则这四个根的和为  $-8$ , 其中正确的结论

是( )



A. ①②③④

B. ①②③⑤

C. ②③④⑤

D. ①②④⑤

【解答】解:  $\because$  顶点为  $(-2, -9a)$ , 设二次函数表达式为:  $y = a(x+2)^2 - 9a = ax^2 + 4ax - 5a = a(x+5)(x-1)$ ,

① 抛物线对称轴在  $y$  轴左侧, 则  $ab$  同号, 而  $c < 0$ , 则  $abc < 0$ , 故①正确;

② 函数在  $y$  轴右侧与  $x$  轴的交点  $(1, 0)$ , 当  $x=2$  时,  $y = 4a + 2b + c > 0$ , 故②正确;

③  $5a - b + c = 5a - 4a - 5a \neq 0$ , 故③错误;

④  $y = a(x+5)(x-1) + 1$ , 相当于由原抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  向上平移了 1 个单位, 故有两个根  $x_1$  和  $x_2$ , 且

$x_1 < x_2$ , 则  $-5 < x_1 < x_2 < 1$ , ④正确;

⑤ 若方程  $|ax^2 + bx + c| = 1$ , 即: 若方程  $ax^2 + bx + c = \pm 1$ , 当  $ax^2 + bx + c - 1 = 0$  时,

根据一元二次方程根与系数的关系得: 其两个根的和为  $-\frac{b}{a} = -4$ ,

同理当  $ax^2 + bx + c + 1 = 0$  时, 其两个根的和也为  $-\frac{b}{a} = -4$ , 则这四个根的和为  $-8$ , 故⑤正确.

故选: D.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/458115133032006136>