2024届山西省晋城市高三下学期高考数学仿真模拟联考试题

（三模）

注意事项：

1.答题前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上.

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

4.本试卷主要考试内容：高考全部内容.

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．已知复数z满足$2-z\mathrm{i}=1+\mathrm{i}$，则$z=$（　）

A．$-1-\mathrm{i}$　　　　B．$1-\mathrm{i}$　　　　C．$1+\mathrm{i}$　　　　D．$-1+\mathrm{i}$

2．已知集合$A=\{x\in\mathrm{Z}|x+1>0\}$，$B=\{x|x\le a\}$，若$A\cap B$中有2个元素，则$a$的取值范围是（　）

A．$[2,4)$　　　　B．$[1,2)$　　　　C．$[2,4]$　　　　D．$[1,2]$

3．某学生通过计步仪器，记录了自己最近30天每天走的步数，数据从小到大排序如下：

5588　6054　8799　9851　9901　10111　11029　11207　12634　12901

13001　13092　13127　13268　13562　13621　13761　13801　14101　14172

14191　14292　14426　14468　14562　14621　15061　15601　15901　19972

估计该学生最近30天每天走的步数数据的第75百分位数为（　）

A．14292　　　　B．14359　　　　C．14426　　　　D．14468

4．若函数$y=f(x)-1$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，则$f(-1)+f(0)+f(1)=$（　）

A．3　　　　B．2　　　　C．-2　　　　D．-3

5．有4个外包装相同的盒子，其中2个盒子分别装有1个白球，另外2个盒子分别装有1个黑球，现准备将每个盒子逐个拆开，则恰好拆开2个盒子就能确定2个白球在哪个盒子中的概率为（　）

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{1}{3}$　　　　C．$\frac{1}{4}$　　　　D．$\frac{1}{6}$

6．已知F_1，F_2分别是双曲线$C:\dfrac{x^2}{4}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(b>0)$的左、右焦点，是$M$双曲线$C$右支上的一个动点，且“$|MF_1|^2-|MF_2|^2$”的最小值是$8\sqrt{6}$，则双曲线$C$的渐近线方程为（　）

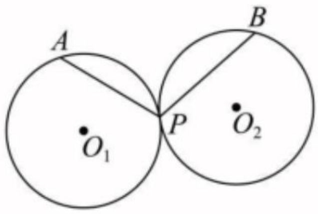
A．$y=\pm\dfrac{1}{2}x$　　　　B．$y=\pm\sqrt{2}x$

C．$y=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$　　　　D．$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}x$

7．已知圆$O:x^2+y^2=1$，过点$A(2,0)$的直线l与圆O交于B，C两点，且$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$，则$|BC|=$（　）

A．2　　　　B．$\dfrac{3}{2}$　　　　C．$\sqrt{2}$　　　　D．$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$

8．如图，圆O_1和圆O_2外切于点P，A，B分别为圆O_1和圆O_2上的动点，已知圆O_1和圆O_2的半径都为1，且$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=-1$，则$\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|^2$的最大值为（　）



A．2　　　　B．4　　　　C．$2\sqrt{2}$　　　　D．$2\sqrt{3}$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.

9．一般地，任意给定一个角$\alpha\in\mathbf{R}$，它的终边OP与单位圆的交点P的坐标，无论是横坐标x还是纵坐标y，都是唯一确定的，所以点P的横坐标x、纵坐标y都是角α的函数.下面给出这些函数的定义：

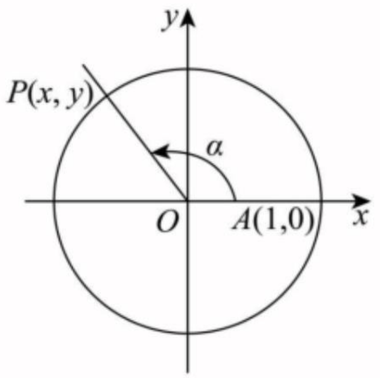
①把点P的纵坐标y叫作α的正弦函数，记作$\sin\alpha$，即$y=\sin\alpha$；

②把点P的横坐标x叫作α的余弦函数，记作$\cos\alpha$，即$x=\cos\alpha$；

③把点P的纵坐标y的倒数叫作α的余割，记作$\csc\alpha$，即$\dfrac{1}{y}=\csc\alpha$；

④把点P的横坐标x的倒数叫作α的正割，记作$\sec\alpha$，即$\dfrac{1}{x}=\sec\alpha$.

下列结论正确的有（　）



A．$\sec\frac{5\pi}{4}=-\sqrt{2}$

B．$\cos\alpha\cdot\sec\alpha=1$

C．函数 $f\left(x\right)=\sec x$ 的定义域为$\left\{x\left|x\neq k\pi+\frac{\pi}{2},k\in \mathrm{Z}\right.\right\}$

D．$\sec^2\alpha+\sin^2\alpha+\csc^2\alpha+\cos^2\alpha\geq 5$

10．如图 1，在等腰梯形 $ABCD$ 中，$AB\,//\,CD$，$EF\perp AB$，$CF=EF=2DF=2$，$AE=3$，$EB=4$，将四边形 $AEFD$ 沿 EF 进行折叠，使 AD 到达 $A'D'$ 位置，且平面 $A'D'FE\perp$ 平面 $BCFE$，连接 $A'B$，$D'C$，如图 2，则（　）

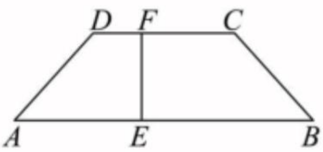


图1

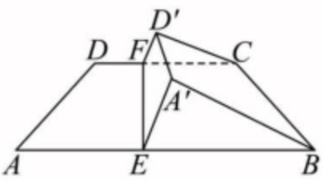


图2

A．$BE\perp A'D'$

B．平面 $A'EB\,//$ 平面 $D'FC$

C．多面体 $A'EBCD'F$ 为三棱台

D．直线 $A'D'$ 与平面 $BCFE$ 所成的角为$\frac{\pi}{4}$

11．已知函数 $f\left(x\right)=e^{|x+k|}$，函数 $g\left(x\right)=\frac{1}{2}e^{\left|x-\frac{k}{2}\right|}$，且 $k<0$，定义运算 $a\otimes b=\begin{cases}b,a>b,\\a,a\leq b,\end{cases}$设函数 $h\left(x\right)=f\left(x\right)\otimes g\left(x\right)$，则下列命题正确的是（　）

A．$h\left(x\right)$ 的最小值为$\frac{1}{2}$

B．若 $h\left(x\right)$ 在$\left[0,\ln2\right]$上单调递增，则 k 的取值范围为$\left(-\infty,-2\ln 2\right]$

C．若 $h\left(x\right)=m$ 有 4 个不同的解，则 m 的取值范围为$\left(1,e^{-\frac{1}{2}\left(\ln2+\frac{3k}{2}\right)}\right)$

D．若 $h\left(x\right)=m$ 有 3 个不同的解 x_1，x_2，x_3，则 $x_1+x_2+x_3=0$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12．已知 F 为抛物线 $C:y^2=2px\left(p>0\right)$ 的焦点，点 $P\left(1,-2\right)$ 在抛物线上 C，直线 PF 与抛物线 C 的另一个交点为 A，则 $\left|AF\right|=$______.

13．在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $c^2\sin A=6\sin C$，$\left(a+c\right)^2=18+b^2$，则 $\triangle ABC$ 的面积为______.

14．已知某种有盖的圆柱形容器的底面圆半径为 $1+\sqrt{2}$，高为 100，现有若干个半径为的 $\sqrt{2}$ 实心球，则该圆柱形容器内最多可以放入______个这种实心球.

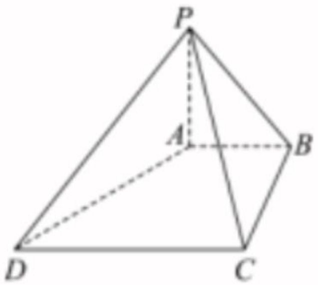
四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15．已知数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=\frac{1}{2}n\left(n+1\right)$.

(1)求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式；

(2)若数列 $\left\{b_n\right\}$ 满足 $b_n=\begin{cases}\dfrac{1}{a_na_{n+2}},n\text{为奇数}\\2^{a_n},n\text{为偶数}\end{cases}$，求 $\left\{b_n\right\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n}.

16.如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，平面 PCD 内存在一条直线 EF 与 AB 平行，$PA\perp$ 平面 $ABCD$，直线 PC 与平面 $ABCD$ 所成的角的正切值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，$PA=BC=2\sqrt{3}$，$CD=2AB=4$.



(1)证明：四边形 $ABCD$ 是直角梯形.

(2)若点 E 满足 $\overrightarrow{PE}=2\overrightarrow{ED}$，求二面角 $P-EF-B$ 的正弦值.

17．某兴趣小组调查并统计了某班级学生期末统考中的数学成绩和建立个性化错题本的情况，用来研究这两者是否有关.若从该班级中随机抽取 1 名学生，设 $A=$“抽取的学生期末统考中的数学成绩不及格”，$B=$“抽取的学生建立了个性化错题本”，且 $P(A\mid\overline{B})=\frac{2}{3}$，$P(B\mid\overline{A})=\frac{5}{6}$，$P\left(B\right)=\frac{2}{3}$.

(1)求 $P\left(A\right)$ 和 $P\left(A|B\right)$.

(2)若该班级共有 36 名学生，请完成列联表，并依据小概率值$\alpha=0.005$的独立性检验，分析学生期末统考中的数学成绩与建立个性化错题本是否有关，

<table>
<tr><td rowspan="2">个性化错题本</td><td colspan="2">期末统考中的数学成绩</td><td rowspan="2">合计</td></tr>
<tr><td>及格</td><td>不及格</td></tr>
<tr><td>建立</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>未建立</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>合计</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

(3)为进一步验证（2）中的判断，该兴趣小组准备在其他班级中抽取一个容量为$36k$的样本（假设根据新样本数据建立的列联表中，所有的数据都扩大为（2）中列联表中数据的k倍，且新列联表中的数据都为整数）.若要使得依据$\alpha=0.001$的独立性检验可以肯定（2）中的判断，试确定k的最小值

参考公式及数据：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

α	0.01	0.005	0.001
x_a	6.635	7.879	10.828

18．平面几何中有一定理如下：三角形任意一个顶点到其垂心（三角形三条高所在直线的交点）的距离等于外心（外接圆圆心）到该顶点对边距离的 2 倍.已知$\triangle ABC$的垂心为D，外心为E，D和E关于原点O对称，$A(13,0)$.

(1)若$E(3,0)$，点B在第二象限，直线$BC\perp x$轴，求点B的坐标；

(2)若A，D，E三点共线，椭圆T：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$与$\triangle ABC$内切，证明：$D$，$E$为椭圆$T$的两个焦点.

19．已知函数$f(x)=a\sin x+x\cos x$.

(1)若$a=0$，求曲线$y=f(x)$在点$(0,f(0))$处的切线方程；

(2)若$x\in(-\pi,\pi)$，试讨论$f(x)$的零点个数.

1．A

【分析】根据复数代数形式的除法运算法则计算可得.

【详解】因为$2-z\mathrm{i}=1+\mathrm{i}$，所以$z=\dfrac{-1+\mathrm{i}}{-\mathrm{i}}=\dfrac{(-1+\mathrm{i})\mathrm{i}}{-\mathrm{i}^2}=-1-\mathrm{i}$.

故选：A

2．B

【分析】根据$A\cap B=\{0,1\}$即可求解.

【详解】$A=\{x\in\mathrm{Z}|x+1>0\}=\{x\in\mathrm{Z}|x>-1\}$，

因为$A\cap B$中只有 2 个元素，则$A\cap B=\{0,1\}$，所以$1\le a<2$.

故选：B

3．C

【分析】根据给定数据，利用第 75 百分位数的意义求解即得.

【详解】由$30\times75\%=22.5$，得样本的第 75 百分位数为第 23 个数据，

据此估计该学生最近 30 天每天走的步数数据的第 75 百分位数为 14426.

故选：C

4．A

【分析】根据奇函数的性质可得$f(x)+f(-x)=2$，进而可得$f(1)+f(-1)=2$，$f(0)=1$，即可求解.

【详解】设$F(x)=f(x)-1$，则$F(x)+F(-x)=0$，即$f(x)-1+f(-x)-1=0$，

即$f(x)+f(-x)=2$，所以$f(1)+f(-1)=2$.

因为$F(0)=f(0)-1=0$，所以$f(0)=1$，$f(-1)+f(0)+f(1)=2+1=3$.

故选：A

5．B

【分析】先将 4 个盒子进行全排，若恰好拆开 2 个盒子就能确定 2 个白球在哪个盒子中，则前两个盒子都是白球或都是黑球，分别计算出排列数，即可得到答案.

【详解】将 4 个盒子按顺序拆开有$\mathrm{A}_4^4=24$种方法，

若恰好拆开 2 个盒子就能确定 2 个白球在哪个盒子中，

则前两个盒子都是白球或都是黑球，有 $A_2^2A_2^2+A_2^2A_2^2=8$ 种情况，

则恰好拆开 2 个盒子就能确定 2 个白球在哪个盒子中的概率为 $P=\frac{8}{24}=\frac{1}{3}$.

故选：B

6．C

【分析】法一：根据条件，利用点到点的距离公式得到 $|MF_1|^2-|MF_2|^2=4cx_0$，再利用 $x_0\geq 2$，即可求出结果；法二：利用双曲线的定义，得到 $|MF_1|^2-|MF_2|^2=4\left(4+2|MF_2|\right)$，再利用 $|MF_2|$ 的取值范围，即可求出结果.

【详解】解法一：不妨设 $F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，$M(x_0,y_0)$，且 $x_0\geq 2$，

则 $|MF_1|^2-|MF_2|^2=(x_0+c)^2+y_0^2-\left[(x_0-c)^2+y_0^2\right]=4cx_0\geq 8c$，

所以 $8c=8\sqrt{6}$，解得 $c=\sqrt{6}$，$b=\sqrt{2}$，故双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$.

解法二：$|MF_1|^2-|MF_2|^2=\left(|MF_1|-|MF_2|\right)\left(|MF_1|+|MF_2|\right)=4\left(|MF_1|+|MF_2|\right)$

$=4\left(4+2|MF_2|\right)\geq 4\left[4+2(c-2)\right]=8c$，

所以 $8c=8\sqrt{6}$，解得 $c=\sqrt{6}$，$b=\sqrt{2}$，故双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$.

故选：C.

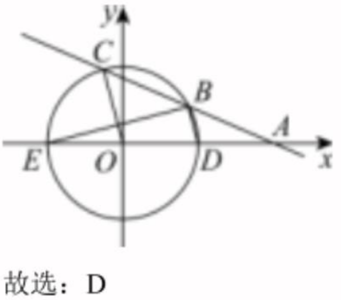
7．D

【分析】根据条件可得 $BD=\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}$，结合图形得出 $\cos\angle COA=-\cos\angle ODB=-\frac{1}{4}$，然后根据转化法利用向量积求出向量 $\overrightarrow{AC}$ 的模即可

【详解】如图，在 $\triangle OAC$ 中，$BD/\!/OC$，$BD=\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}$，$\cos\angle ODB=\frac{BD}{ED}=\frac{1}{4}$，

$\cos\angle COA=-\cos\angle ODB=-\frac{1}{4}$，$|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OA}|=\sqrt{|\overrightarrow{OC}|^2+|\overrightarrow{OA}|^2-2|\overrightarrow{OC}|\cdot|\overrightarrow{OA}|\cdot\cos\angle COA}=\sqrt{6}$，

所以 $|\overrightarrow{BC}|=\frac{\sqrt{6}}{2}$.



故选：D

8．D

【分析】由 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\left(\overrightarrow{PO_1}+\overrightarrow{O_1A}\right)\cdot\left(\overrightarrow{PO_2}+\overrightarrow{O_2B}\right)=1$，化简得到

$\left|\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}\right|=\left|\overrightarrow{PO_1}\cdot\left(\overrightarrow{O_2B}-\overrightarrow{O_1A}\right)\right|\le\left|\overrightarrow{O_2B}-\overrightarrow{O_1A}\right|$，两边平方化简可得：$-1-\sqrt{3}\le\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}\le-1+\sqrt{3}$，

由 $\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|^2=\left|\overrightarrow{PO_1}+\overrightarrow{O_1A}+\overrightarrow{PO_2}+\overrightarrow{O_2B}\right|^2$ 化简即可得到答案.

【详解】$\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\left(\overrightarrow{PO_1}+\overrightarrow{O_1A}\right)\cdot\left(\overrightarrow{PO_2}+\overrightarrow{O_2B}\right)=\overrightarrow{PO_1}\cdot\overrightarrow{PO_2}+\overrightarrow{PO_1}\cdot\overrightarrow{O_2B}+\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{PO_2}+\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}$

$=-1+\overrightarrow{PO_1}\cdot\left(\overrightarrow{O_2B}-\overrightarrow{O_1A}\right)+\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}=-1$，

所以 $\left|\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}\right|=\left|\overrightarrow{PO_1}\cdot\left(\overrightarrow{O_2B}-\overrightarrow{O_1A}\right)\right|\le\left|\overrightarrow{O_2B}-\overrightarrow{O_1A}\right|$，

所以 $\left|\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}\right|^2\le\left|\overrightarrow{O_2B}\right|^2+\left|\overrightarrow{O_1A}\right|^2-2\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}$，即 $\left|\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}\right|^2+2\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}-2\le0$，

解得 $-1-\sqrt{3}\le\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}\le-1+\sqrt{3}$.

$\left|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}\right|^2=\left|\overrightarrow{PO_1}+\overrightarrow{O_1A}+\overrightarrow{PO_2}+\overrightarrow{O_2B}\right|^2=\left|\overrightarrow{O_1A}+\overrightarrow{O_2B}\right|^2=\left|\overrightarrow{O_1A}\right|^2+\left|\overrightarrow{O_2B}\right|^2+2\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}$

$=2+2\overrightarrow{O_1A}\cdot\overrightarrow{O_2B}\le2+2\times\left(-1+\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}$.

故选：D

9．ABD

【分析】根据正余弦函数及余割正割的定义逐一判断即可.

【详解】$\csc\frac{5\pi}{4}=\frac{1}{\sin\frac{5\pi}{4}}=-\sqrt{2}$，A 正确；

$\cos\alpha\cdot\sec\alpha=\cos\alpha\cdot\frac{1}{\cos\alpha}=1$，B 正确；

函数 $f\left(x\right)=\sec x$ 的定义域为 $\left\{x\middle|x\ne k\pi,k\in\mathrm{Z}\right\}$，C 错误；

$\sec^2\alpha+\sin^2\alpha+\csc^2\alpha+\cos^2\alpha=1+\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{1}{\sin^2\alpha}=1+\frac{1}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha}=1+\frac{4}{\sin^2 2\alpha}\ge5$，

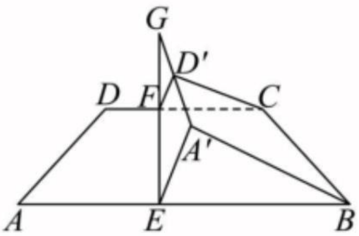
当 $\sin2\alpha=\pm1$ 时，等号成立，D 正确.

故选：ABD.

10．ABD

【分析】A.由面面垂直得线面垂直再得线线垂直；B.由 $A'E\,//\,D'F$，$BE\,//\,CF$ 易得平面 $A'EB\,//$ 平面 $D'FC$；C.由棱台的定义可判断；D.确定线面角，计算即可.

【详解】



因为平面 $A'D'FE\perp$平面 $BCFE$，平面 $A'D'FE\cap$平面 $BCFE=EF$，$BE\subset$平面 $BCFE$，$BE\perp EF$，

所以 $BE\perp$平面 $A'D'FE$，又因为 $A'D'\subset$平面 $A'D'FE$，

则 $BE\perp A'D'$，故 A 正确.

因为 $A'E// D'F$，$A'E\not\subset$平面 $D'FC$，$D'F\subset$平面 $D'FC$，则平面 $A'E//$平面 $D'FC$，

又 $BE// CF$，$BE\not\subset$平面 $D'FC$，$CF\subset$平面 $D'FC$，则平面 $BE//$平面 $D'FC$，

又因为 $A'E\cap BE=E$，$A'E,BE\subset$平面 $A'EB$，

所以平面 $A'EB//$平面 $D'FC$，B 正确.

因为 $\frac{D'F}{A'E}=\frac{1}{3}$，$\frac{FC}{EB}=\frac{2}{4}$，则 $\frac{D'F}{A'E}\neq\frac{FC}{EB}$，所以多面体 $A'EBCD'F$ 不是三棱台，C 错误.

延长 $A'D'$，EF 相交于点 G，

因为平面 $A'D'FE\perp$平面 $BCFE$，平面 $A'D'FE\cap$平面 $BCFE=EF$，$A'E\subset$平面 $A'D'FE$，

$A'E\perp EF$，

所以 $A'E\perp$平面 $BCFE$，则 $\angle A'GE$ 为直线 $A'D'$ 与平面 $BCFE$ 所成的角.

因为 $A'E// D'F$，所以 $\frac{D'F}{A'E}=\frac{GF}{GF+FE}$，

解得 $GF=1$，$GE=3$，则 $\tan\angle A'GE=\frac{A'E}{GE}=1$，

则 $\angle A'GE=\frac{\pi}{4}$，D 正确.

故选：ABD.

11．AC

【分析】对 A，对 k 分类讨论，并作出分段函数的图象求出最小值即可；对 B，令 $e^{-x_0-k}=\frac{1}{2}e^{x_0-\frac{k}{2}}$，求出 x_0，根据其单调性得到不等式，解出即可；对 C 和 D 结合图象转化为直线 $y=m$ 与函数图象交点个数，并结合函数对称性即可判断.

【详解】对 A，$f\left(x\right)=e^{|x+k|}=\begin{cases}e^{x+k},x\geq -k,\\ e^{-x-k},x<-k,\end{cases}$ $g\left(x\right)=\frac{1}{2}e^{\left|x-\frac{k}{2}\right|}=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x-\frac{k}{2}},x\geq\frac{k}{2},\\ \frac{1}{2}e^{-x+\frac{k}{2}},x<\frac{k}{2}.\end{cases}$

令 $e^{x+k}\geq\frac{1}{2}e^{x-\frac{k}{2}}$，解得 $k\geq-\frac{2\ln2}{3}$.