

分式 5 类压轴训练

01 压轴总结

目录

压轴题型一	求使分式为正(负)数时未知数的取值范围	1
压轴题型二	求使分式值为整数时未知数的整数值	4
压轴题型三	与分式有关的规律性问题	9
压轴题型四	与分式方程有关的规律性问题	18
压轴题型五	与分式及分式运算有关的新定义型问题	24

02 压轴题型

压轴题型一 求使分式为正(负)数时未知数的取值范围

例题：(23-24 八年级下·广东揭阳·阶段练习) 已知分式 $\frac{x+4}{x^2}$ 的值是非负数，那么 x 的取值范围是()

- A. $x > -4$ 且 $x \neq 0$ B. $x \geq -4$ C. $x \neq 0$ D. $x \geq -4$ 且 $x \neq 0$

巩固训练

1. (23-24 八年级上·湖南长沙·阶段练习) 若分式 $\frac{2x+1}{x^2}$ 的值为正，则 x 的取值范围是()

- A. $x > 0$ B. $x > -\frac{1}{2}$ C. $x \neq -\frac{1}{2}$ D. $x > -\frac{1}{2}$ 且 $x \neq 0$

2. (23-24 八年级上·山东菏泽·期中) 若分式 $\frac{x-3}{x^2}$ 的值为负数，则 x 的取值范围是_____.

3. (23-24 八年级上·全国·课后作业) 若分式 $\frac{2x-1}{x^2+5}$ 的值为正数，则 x 的取值范围是_____.

4. (23-24 八年级上·山东威海·阶段练习) 若分式 $-\frac{a^2}{2a-7}$ 的值为正，则 a 的取值范围为_____.

5. (23-24 八年级下·全国·假期作业) 当 x 的取值范围是多少时：

(1) 分式 $\frac{3x-6}{x^2+1}$ 的值为负数？

(2) 分式 $\frac{5x+7}{1-x}$ 的值为正数？

(3) 分式 $\frac{5x+7}{1-x}$ 的值为负数？

压轴题型二 求使分式值为整数时未知数的整数值

例题：（2024 七年级下·浙江·专题练习）对于非负整数 x ，使得 $\frac{x^2+2}{x+2}$ 是一个正整数，则 x 可取的个数有（ ）

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

巩固训练

- （23-24 八年级上·全国·课堂例题）若分式 $\frac{6}{m-2}$ 的值是正整数，则 m 可取的整数有（ ）
A. 4个 B. 5个 C. 6个 D. 8个
- （23-24 八年级下·浙江宁波·期末）若 x 及 $\frac{x+8}{2x+1}$ 都是正整数，则所有满足条件的 x 的值的和是_____.
- （23-24 七年级下·浙江杭州·阶段练习）若分式 $\frac{10x-11}{2x-1}$ 的值为整数，则整数 x 的值为_____.
- （23-24 八年级上·北京海淀·阶段练习）若代数式 $\frac{5}{x-2}$ 的值为正整数，则整数 x 的值为_____.
- （23-24 八年级上·全国·课后作业）若 x 取整数，则使分式 $\frac{6x+3}{2x-1}$ 的值为整数的 x 的值有_____个.
- （2024 八年级下·全国·专题练习）阅读下列材料：通过小学的学习我们知道，分数可分为“真分数”和“假分数”，而假分数都可以化为带分数，如： $\frac{8}{3} = \frac{6+2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$. 我们定义：在分式中，对于只含有一个字母的分式，当分子的次数大于或等于分母的次数时，我们称之为“假分式”；当分子的次数小于分母的次数时，我们称之为“真分式”. 如 $\frac{x-1}{x+1}$ ， $\frac{x^2}{x-1}$ ，这样的分式就是假分式；再如： $\frac{3}{x+1}$ ， $\frac{2x}{x^2+1}$ 这样的分式就是真分式. 类似的，假分式也可以化为带分式（即：整式与真分式的和的形式），如 $\frac{x-1}{x+1} = \frac{(x+1)-2}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$.

解决下列问题：

- 分式 $\frac{1}{5x}$ 是_____（填“真分式”或“假分式”）；
- 将假分式 $\frac{x^2+4x-3}{x+2}$ 化为带分式；
- 先化简 $\frac{3x-6}{x-1} - \frac{x+1}{x} \div \frac{x^2-1}{x^2-2x}$ ，并求 x 取什么整数时，该式的值为整数.

压轴题型三 与分式有关的规律性问题

例题：(2024 九年级下·安徽·专题练习) 观察下列等式：

$$\text{第 1 个等式: } \frac{2^2}{1} - 1 - 2 = 1;$$

$$\text{第 2 个等式: } \frac{3^2}{2} - 2 - 2 = \frac{1}{2};$$

$$\text{第 3 个等式: } \frac{4^2}{3} - 3 - 2 = \frac{1}{3};$$

$$\text{第 4 个等式: } \frac{5^2}{4} - 4 - 2 = \frac{1}{4};$$

$$\text{第 5 个等式: } \frac{6^2}{5} - 5 - 2 = \frac{1}{5};$$

... ;

按照以上规律，解决下列问题

(1) 写出第 6 个等式：_；

(2) 写出你猜想的第 n 个等式（用含 n 的式子表示），并验证其正确性.

巩固训练

1. (2024·安徽六安·模拟预测) 观察下列等式：

$$\text{第 1 个等式: } \frac{1}{1+1} - \frac{1}{1+1} = \left(\frac{1}{1+1}\right)^2 - \left(\frac{1}{1+1}\right)^2;$$

$$\text{第 2 个等式: } \frac{2}{2+1} - \frac{1}{2+1} = \left(\frac{2}{2+1}\right)^2 - \left(\frac{1}{2+1}\right)^2;$$

$$\text{第 3 个等式: } \frac{3}{3+1} - \frac{1}{3+1} = \left(\frac{3}{3+1}\right)^2 - \left(\frac{1}{3+1}\right)^2;$$

$$\text{第 4 个等式: } \frac{4}{4+1} - \frac{1}{4+1} = \left(\frac{4}{4+1}\right)^2 - \left(\frac{1}{4+1}\right)^2;$$

.....

根据以上规律，解决下列问题.

(1) 直接写出第 5 个等式：_____；

(2) 写出你猜想的第 n 个等式：_____（用含 n 的等式表示），并证明.

2. (24-25 九年级上·安徽宣城·开学考试) ① $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} = \frac{2}{1 \times 2 \times 3}$; ② $\frac{1}{6} - \frac{1}{12} = \frac{2}{2 \times 3 \times 4}$; ③ $\frac{1}{12} - \frac{1}{20} = \frac{2}{3 \times 4 \times 5}$; ...

(1) 根据上面3个等式存在的规律写出第4个等式;

(2) 用含 n 的代数式表示出第 n 个等式, 并证明.

3. (24-25 八年级上·全国·课后作业) 观察下面一系列分式: $\frac{x^3}{y}, -\frac{x^5}{y^2}, \frac{x^7}{y^3}, -\frac{x^9}{y^4}, \dots$ (其中 $x \neq 0$)

(1) 根据上述分式的规律写出第6个分式;

(2) 根据你发现的规律, 试写出第 n (n 为正整数) 个分式, 并简单说明理由.

4. (22-23 八年级下·山东青岛·阶段练习) 观察下列各式:

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \quad \frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, \quad \frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, \quad \frac{1}{30} = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$$

(1) 由此推测 $\frac{1}{42} =$ _____

(2) 请你用含字母 m 的等式表示一般规律 (m 表示整数)

(3) 请直接用 (2) 的规律计算 $\frac{1}{(x-2)(x-3)} - \frac{2}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{(x-1)(x-2)}$ 的值.

5. (23-24 七年级下·安徽安庆·阶段练习) 观察下列等式:

$$\text{第 1 个等式: } \frac{3}{1} \times \left(2 - \frac{3}{1+1} \right) = 2 - \frac{1}{1+1},$$

$$\text{第 2 个等式: } \frac{5}{3} \times \left(2 - \frac{3}{2+1} \right) = 2 - \frac{1}{2+1},$$

$$\text{第 3 个等式: } \frac{7}{5} \times \left(2 - \frac{3}{3+1} \right) = 2 - \frac{1}{3+1},$$

$$\text{第 4 个等式: } \frac{9}{7} \times \left(2 - \frac{3}{4+1} \right) = 2 - \frac{1}{4+1},$$

.....

按照以上规律, 解答下列问题:

(1) 写出第 5 个等式: _____;

(2) 写出你猜想的第 n 个等式 (用含 n 的等式表示), 并证明.

6. (23-24 八年级下·安徽滁州·期末) 有下列等式:

$$\text{① } 1 \times \frac{2}{2^2-1} = \frac{2}{3 \times 1},$$

$$\text{② } \frac{4}{3} \times \frac{3}{3^2-1} = \frac{3}{3 \times 2},$$

$$\text{③ } \frac{5}{3} \times \frac{4}{4^2-1} = \frac{4}{3 \times 3},$$

$$\text{④ } 2 \times \frac{5}{5^2-1} = \frac{5}{3 \times 4},$$

.....

按照以上规律, 解决下面问题:

(1) 写出第⑤个等式: _____;

(2) 写出你猜想的第 n 个等式 (用含正整数 n 的等式表示), 并说明猜想的正确性.

7. (23-24 九年级下·安徽合肥·阶段练习) 观察下列等式:

$$\text{第 1 个等式: } \frac{3 \times 1 - 1}{3 \times 1 + 1} \times \left(1 + \frac{2 \times 1}{1 + 1}\right) = 3 - \frac{4}{1 + 1};$$

$$\text{第 2 个等式: } \frac{3 \times 2 - 1}{3 \times 2 + 1} \times \left(1 + \frac{2 \times 2}{2 + 1}\right) = 3 - \frac{4}{2 + 1};$$

$$\text{第 3 个等式: } \frac{3 \times 3 - 1}{3 \times 3 + 1} \times \left(1 + \frac{2 \times 3}{3 + 1}\right) = 3 - \frac{4}{3 + 1};$$

$$\text{第 4 个等式: } \frac{3 \times 4 - 1}{3 \times 4 + 1} \times \left(1 + \frac{2 \times 4}{4 + 1}\right) = 3 - \frac{4}{4 + 1};$$

.....

按照以上规律, 解答下列问题:

(1) 写出第 5 个等式: _____;

(2) 写出你猜想的第 n 个等式: _____ (用含 n 的等式表示), 并证明.

压轴题型四 与分式方程有关的规律性问题

例题: (2024 八年级下·全国·专题练习) 解方程:

① $\frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+1} - 1$ 的解 $x =$ _____.

② $\frac{2}{x+1} = \frac{4}{x+1} - 1$ 的解 $x =$ _____.

③ $\frac{3}{x+1} = \frac{6}{x+1} - 1$ 的解 $x =$ _____.

④ $\frac{4}{x+1} = \frac{8}{x+1} - 1$ 的解 $x =$ _____.

.....

(1) 根据你发现的规律直接写出⑤, ⑥个方程及它们的解;

(2) 请你用一个含正整数 n 的式子表示上述规律, 并求出它的解.

巩固训练

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：

<https://d.book118.com/458130006124007010>