华师一附中 2024 届高三数学选填专项训练（3）

一、单选题

1．已知全集$U = \mathbf{R}$，集合$A = \{x \mid y = \lg x\}$，集合$B = \{y \mid y = \sqrt{x} + 1\}$，那么$A \cap C_U B =$

A．φ　　B．$(0,1]$　　C．$(0,1)$　　D．$(1,+\infty)$

2．已知$|\vec{a}| = 5$，$|\vec{b}| = 4$，且$\vec{a} \cdot \vec{b} = -12$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为（　）

A．$-\frac{3}{5}\vec{b}$　　B．$\frac{3}{5}\vec{b}$　　C．$-\frac{3}{4}\vec{b}$　　D．$\frac{3}{4}\vec{b}$

3．在ΔABC中，角A，B，C所对的边分别是a，b，c，$a = \sqrt{6}$，$b = 2$，$A = \frac{\pi}{4}$，则$\cos B =$（　）

A．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B．$-\frac{\sqrt{6}}{3}$或$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$或$\frac{\sqrt{3}}{3}$

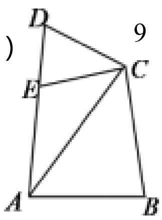
4．函数$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + a^2, x < 3 \\ ax - \frac{11}{16}, x \geq 3 \end{cases}$，数列$\{a_n\}$满足$a_n = f(n)$，$n \in \mathbf{N}^*$，且为递增数列．则实数$a$的取值范围是（　）

A．$(0,1)$　　B．$\left(\frac{3}{4},\frac{3}{2}\right)$

C．$\left[\frac{3}{4},1\right)$　　D．$\left[\frac{5}{4},\frac{3}{2}\right)$

5．十九世纪下半叶集合论的创立，奠定了现代数学的基础．著名的“康托三分集”是数学理性思维的构造产物，具有典型的分形特征，其操作过程如下：将闭区间$[0,1]$均分为三段，去掉中间的区间段$\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$，记为第一次操作；再将剩下的两个区间$\left[0,\frac{1}{3}\right]$，$\left[\frac{2}{3},1\right]$分别均分为三段，并各自去掉中间的区间段，记为第二次操作；…，如此这样，每次在上一次操作的基础上，将剩下的各个区间分别均分为三段，同样各自去掉中间的区间段操作过程不断地进行下去，以至无穷，剩下的区间集合即是“康托三分集”．若使去掉的各区间长度之和不小于$\frac{8}{9}$，则需要操作的次数n的最小值为（　）参考数据：（$\lg 2 = 0.3010, \lg 3 = 0.4771$）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7



6．如图，四边形$ABCD$中，CE平分$\angle ACD$，$AE = CE = 2\sqrt{3}$，$DE = \sqrt{3}$，若$\angle ABC = \angle ACD$，则四边形$ABCD$周长的最大值（　）

A . 24　B . $12+3\sqrt{3}$　C . $18\sqrt{3}$　D . $3\left(5+\sqrt{3}\right)$

7．已知函数$f(x)=e^x+x-2$和$g(x)=\ln x+x-2$，若$f(x_1)=g(x_2)=0$，现有下列 4 个说法：①$x_1+x_2=2$；②$0<x_1<\frac{1}{2}$；③$x_1 . x_2>\sqrt{e}$；④$\frac{\ln x_1}{x_1}<-x_2\ln x_2$．其中所有正确说法的序号为（　）

A．①②④　　B．①②③　　C．②③　　D．①③④

二、多选题

8．设$a=\log_2 e, b=\ln 3$，则（　）

A．$ab=\ln\frac{3}{2}$　　B．$a+b<3$　　C．$b-\frac{1}{a}<\frac{1}{2}$　　D．$\frac{b}{a}<1$

9．将一枚质地均匀的硬币连续抛掷 n 次，以 P_n 表示没有出现连续 3 次正面向上的概率，则下列结论正确的是（　）

A．$P_3=\frac{7}{8}$　　B．$P_4=\frac{15}{16}$

C．当$n\geq 2$时，$P_{n+1}<P_n$　　D．$P_n=\frac{1}{2}P_{n-1}+\frac{1}{4}P_{n-2}+\frac{1}{8}P_{n-3}\ (n\geq 4)$

10．已知函数$f(x)$及其导函数$f'(x)$的定义域均为 **R**，记$g(x)=f'(x)$．若$f\left(\frac{3}{2}+x\right)$，$g(2+x)$均为偶函数，则（　）

A．$f\left(\frac{3}{2}\right)=0$　　B．$g\left(\frac{3}{2}\right)=0$

C．$f(x+1)=f(x)$　　D．$g(2+x)=g(x)$

11．某地区公共部门为了调查本地区中学生的吸烟情况，对随机抽出的编号为$1\sim 1000$ 的 1000 名学生进行了调查.调查中使用了两个问题，问题1：您的编号是否为奇数？问题 2：您是否吸烟？被调查者随机从设计好的随机装置（内有除颜色外完全相同的白球100个，红球100个）中摸出一个小球：若摸出白球则回答问题1，若摸出红球则回答问题 2，共有 270 人回答“是”，则下述正确的是（　）

A．估计被调查者中约有 520 人吸烟　　B．估计约有 20 人对问题 2 的回答为“是”

C．估计该地区约有 4% 的中学生吸烟　　D．估计该地区约有 2% 的中学生吸烟

12．把函数$y = \sin 2x$的图象沿x轴向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位，纵坐标伸长到原来的 2 倍（横坐标不变）后得到函数$y = f(x)$的图象，对于函数$y = f(x)$有以下四个判断，其中正确的是(　)

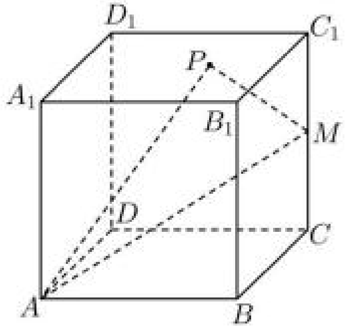
A．函数的解析式为$y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$

B．函数图象关于点$\left(\frac{\pi}{3},0\right)$对称

C．函数在$\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$上是增函数

D．函数$y=f(x)+a$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上的最小值为$\sqrt{3}$，则$a=2\sqrt{3}$

13．如图，已知正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，点M为CC_1的中点，点P为正方形$A_1B_1C_1D_1$上的动点，则（　）



A．满足$MP//$平面BDA_1的点P的轨迹长度为$\sqrt{2}$

B．满足$MP\perp AM$的点P的轨迹长度为$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

C．存在点P，使得平面AMP经过点B

D．存在点P满足$PA+PM=5$

14．已知F_1,F_2分别为椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点，$P$为椭圆上任意一点(不在$x$轴上)，$\triangle PF_1F_2$外接圆的圆心为$H$，$\triangle PF_1F_2$内切圆的圆心为$I$，直线$PI$交$x$轴于点$M,O$为坐标原点.则（　）

A．$\overrightarrow{PH}\cdot\overrightarrow{PO}$的最小值为$\frac{a^2}{2}$　　B．$\overrightarrow{PH}\cdot\overrightarrow{PO}$的最小值为$\frac{a^2}{4}$

C．椭圆C的离心率等于$\frac{|PI|}{|IM|}$　　D．椭圆C的离心率等于$\frac{|IM|}{|PI|}$

三、填空题

15．已知F_1,F_2分别是双曲线C的左、右焦点，若双曲线C上存在一点M满足

$|MF_1|:|MF_2|:|F_1F_2| = 12:13:5$，则该双曲线的离心率为___________.