

新疆阿克苏地区库车县乌尊镇乌尊中学 2024 年高三开学摸底考试-数学试题试卷

注意事项：

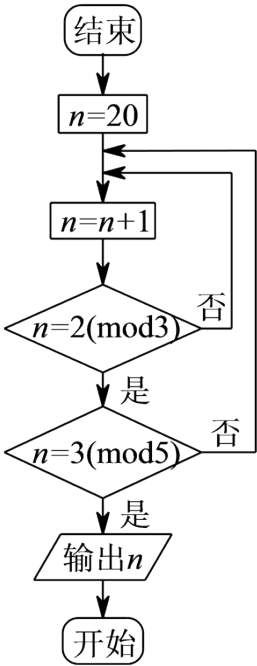
- 1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
- 2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
- 3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
- 4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $\frac{2+3i}{1-i} = (\quad)$

- A. $-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i$ B. $-\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$ C. $\frac{5}{2} + \frac{5}{2}i$ D. $\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$

2. 中国古代数学著作《孙子算经》中有这样一道算术题：“今有物不知其数，三三数之余二，五五数之余三，问物几何？”人们把此类题目称为“中国剩余定理”，若正整数 N 除以正整数 m 后的余数为 n ，则记为 $N = n(\text{mod}m)$ ，例如 $11 = 2(\text{mod}3)$ 。现将该问题以程序框图的算法给出，执行该程序框图，则输出的 n 等于 ()。



- A. 21 B. 22 C. 23 D. 24

3. $\square\square\square\square$ 中，如果 $\square\square\cos\square = \square\square\sin\square - \square\square\sin\square = -\square\square 2$ ，则 $\square\square\square\square$ 的形状是 ()

- A. 等边三角形 B. 直角三角形 C. 等腰三角形 D. 等腰直角三角形

4. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ ，满足 $|\vec{a}| = \frac{1}{3}, |\vec{b}| = 1$ ，且 $|2\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$ ，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

5.

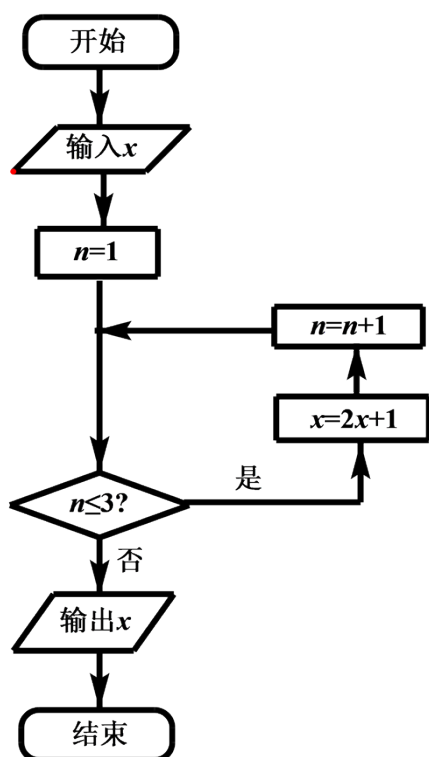
在精准扶贫工作中，有 6 名男干部、5 名女干部，从中选出 2 名男干部、1 名女干部组成一个扶贫小组分到某村工作，则不同的选法共有()

- A. 60 种 B. 70 种 C. 75 种 D. 150 种

6. 我们熟悉的卡通形象“哆啦 A 梦”的长宽比为 $\sqrt{2}:1$. 在东方文化中通常称这个比例为“白银比例”，该比例在设计和建筑领域有着广泛的应用. 已知某电波塔自下而上依次建有第一展望台和第二展望台，塔顶到塔底的高度与第二展望台到塔底的高度之比，第二展望台到塔底的高度与第一展望台到塔底的高度之比皆等于“白银比例”，若两展望台间高度差为 100 米，则下列选项中与该塔的实际高度最接近的是 ()

- A. 400 米 B. 480 米
C. 520 米 D. 600 米

7. 当输入的实数 $x \in [2, 30]$ 时，执行如图所示的程序框图，则输出的 x 不小于 103 的概率是 ()

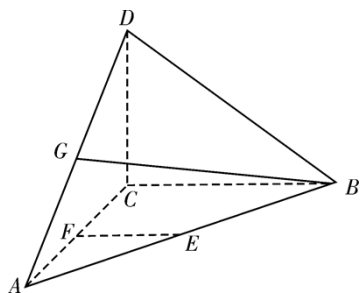


- A. $\frac{9}{14}$ B. $\frac{5}{14}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{9}{28}$

8. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = e^x + x$ ，则 $a = f(-2^{\frac{3}{2}})$, $b = f(\log_2 9)$, $c = f(\sqrt{5})$ 的大小关系为 ()

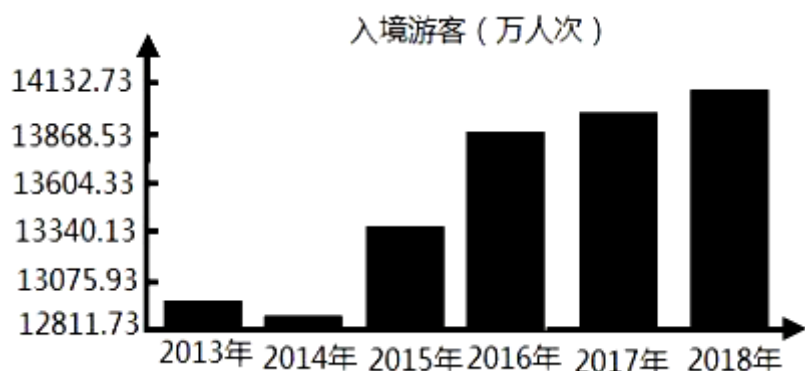
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > a > c$ D. $b > c > a$

9. 如图，在三棱锥 $D-ABC$ 中， $DC \perp$ 平面 ABC ， $AC \perp BC$ ， $AC = BC = CD = 2$ ， E ， F ， G 分别是棱 AB ， AC ， AD 的中点，则异面直线 BG 与 EF 所成角的余弦值为



- A. 0 B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. 1

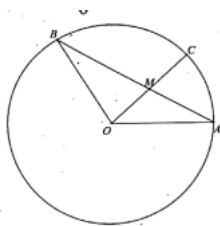
10. 如图是国家统计局公布的年入境游客（单位：万人次）的变化情况，则下列结论错误的是（ ）



- A. 2014 年我国入境游客万人次最少
 B. 后 4 年我国入境游客万人次呈逐渐增加趋势
 C. 这 6 年我国入境游客万人次的中位数大于 13340 万人次
 D. 前 3 年我国入境游客万人次数据的方差小于后 3 年我国入境游客万人次数据的方差

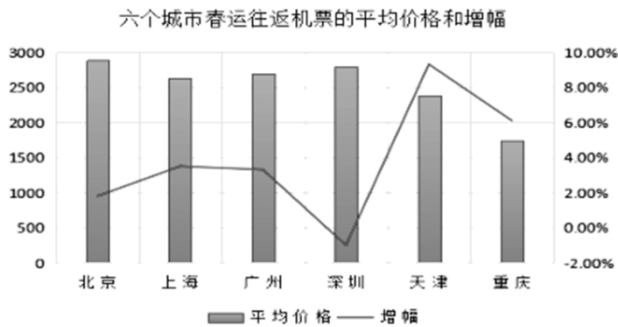
11. 点 A, B, C 是单位圆 O 上不同的三点，线段 OC 与线段 AB 交于圆内一点 M ，若

$\vec{OC} = m\vec{OA} + n\vec{OB}$, ($m > 0, n > 0$), $m + n = 2$ ，则 $\angle AOB$ 的最小值为（ ）



- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

12. 下图是民航部门统计的某年春运期间，六个城市售出的往返机票的平均价格（单位元），以及相比于上一年同期价格变化幅度的数据统计图，以下叙述不正确的是（ ）



- A. 深圳的变化幅度最小，北京的平均价格最高
- B. 天津的往返机票平均价格变化最大
- C. 上海和广州的往返机票平均价格基本相当
- D. 相比于上一年同期，其中四个城市的往返机票平均价格在增加

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = ax \ln x - bx$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程为 $y = 3x - e$ ，则 $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知 $A(0, 0)$, $B(3, a + 4)$ ，若圆 $x^2 + y^2 = 9$ 上有且仅有四个不同的点 C，使得 $\triangle ABC$ 的面积为 5，则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 已知复数 $z = (1 - i) \cdot (a + i)$ (i 为虚数单位) 为纯虚数，则实数 a 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 从 4 名男生和 3 名女生中选出 4 名去参加一项活动，要求男生中的甲和乙不能同时参加，女生中的丙和丁至少有一名参加，则不同的选法种数为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(用数字作答)

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知函数 $f(x) = (x + a) \ln(x + a) + e^x + x$ 。

(1) 当 $a = 1$ 时，求函数 $f(x)$ 的图象在 $x = 0$ 处的切线方程；

(2) 讨论函数 $h(x) = f(x) - e^x - x$ 的单调性；

(3) 当 $a = 0$ 时，若方程 $h(x) = f(x) - e^x - x = m$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 ，求证： $\ln(x_1 + x_2) > \ln 2 - 1$ 。

18. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中，有一个微型智能机器人（大小不计）只能沿着坐标轴的正方向或负方向行进，且每一步只能行进 1 个单位长度，例如：该机器人在点 $(1, 0)$ 处时，下一步可行进到 $(2, 0)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(1, 1)$ 、 $(1, -1)$ 这四个点中的任一位置。记该机器人从坐标原点 O 出发、行进 n 步后落在 y 轴上的不同走法的种数为 $L(n)$ 。

(1) 分别求 $L(1)$ 、 $L(2)$ 、 $L(3)$ 的值；

(2) 求 $L(n)$ 的表达式。

19. (12 分)

已知函数 $f(x)=|x-1|+|x-2|$. 若不等式 $|a+b|+|a-b|\geq a|f(x)|$ ($a\neq 0, a, b\in\mathbb{R}$) 恒成立, 求实数 x 的取值范围.

20. (12 分) 已知函数 $f(x)=x+a\sqrt{x}+\ln x$ (a 为常数)

(I) 当 $a=-5$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若 $f(x)$ 为增函数, 求实数 a 的取值范围.

21. (12 分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 其面积记为 S , 满足 $\frac{2\sqrt{3}}{3}S = \overline{AB} \cdot \overline{CA}$.

(1) 求 A ;

(2) 若 $\sqrt{3}(b+c)=2a$, 求 $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ac} + \frac{c^2}{ab}$ 的值.

22. (10 分) 某中学的甲、乙、丙三名同学参加高校自主招生考试, 每位同学彼此独立的从 A, B, C, D, E 五所高校中任选 2 所.

(1) 求甲、乙、丙三名同学都选 D 高校的概率;

(2) 若已知甲同学特别喜欢 A 高校, 他必选 A 校, 另在 B, C, D, E 四校中再随机选 1 所; 而同学乙和丙对五所高校没有偏爱, 因此他们每人在五所高校中随机选 2 所.

(i) 求甲同学选 D 高校且乙、丙都未选 D 高校的概率;

(ii) 记 X 为甲、乙、丙三名同学中选 D 高校的人数, 求随机变量 X 的分布列及数学期望.

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、A

【解析】

分子分母同乘 $1+i$, 即根据复数的除法法则求解即可.

【详解】

$$\text{解: } \frac{2+3i}{1-i} = \frac{(2+3i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = -\frac{1}{2} + \frac{5}{2}i,$$

故选:A

【点睛】

本题考查复数的除法运算,属于基础题.

2、C

【解析】

从 21 开始, 输出的数是除以 3 余 2, 除以 5 余 3, 满足条件的是 23, 故选 C.

3、B

【解析】

化简得 $\lg \cos A = \lg \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{6}} = -\lg 2$, 即 $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{2}$, 结合 $0 < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}$, 可求 $\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$, 得 $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ 代入 $\sin C = \sin B$, 从

而可求 C, B , 进而可判断.

【详解】

由 $\frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{3} \cdot \frac{1}{2}$, 可得 $\lg \cos A = \frac{\pi}{3} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{6}} = -\lg 2$, $\therefore \cos \frac{\pi}{3} = \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{2}$,

$\because 0 < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}$, $\therefore \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$, $\therefore \sin C = \sin B = \frac{1}{2} \sin \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4} \cos \frac{\pi}{3} + \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{3}$, $\therefore \tan C = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $C = \frac{\pi}{6}$, $B = \frac{\pi}{2}$.

故选: B

【点睛】

本题主要考查了对数的运算性质的应用, 两角差的正弦公式的应用, 解题的关键是灵活利用基本公式, 属于基础题.

4、C

【解析】

根据 $|2\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$, 两边平方 $|2\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2$, 化简得 $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -3\left(\vec{a}\right)^2$, 再利用数量积定义得到

$2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle = -3\left(\vec{a}\right)^2$ 求解.

【详解】

因为平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$, 满足 $|\vec{a}| = \frac{1}{3}, |\vec{b}| = 1$, 且 $|2\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} + \vec{b}|$,

所以 $|2\vec{a} + \vec{b}|^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2$,

所以 $2\vec{a} \cdot \vec{b} = -3\left(\vec{a}\right)^2$,

所以 $2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle = -3\left(\vec{a}\right)^2$,

所以 $\cos\langle\vec{a}, \vec{b}\rangle = -\frac{1}{2}$,

所以 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$.

故选：C

【点睛】

本题主要考查平面向量的模，向量的夹角和数量积运算，属于基础题.

5、C

【解析】

根据题意，分别计算“从 6 名男干部中选出 2 名男干部”和“从 5 名女干部中选出 1 名女干部”的取法数，由分步计数原理计算可得答案.

【详解】

解：根据题意，从 6 名男干部中选出 2 名男干部，有 $C_6^2 = 15$ 种取法，

从 5 名女干部中选出 1 名女干部，有 $C_5^1 = 5$ 种取法，

则有 $15 \times 5 = 75$ 种不同的选法；

故选：C.

【点睛】

本题考查排列组合的应用，涉及分步计数原理问题，属于基础题.

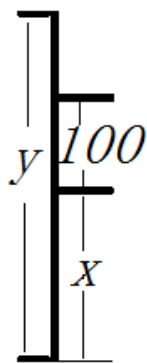
6、B

【解析】

根据题意，画出几何关系，结合各线段比例可先求得第一展望台和第二展望台的距离，进而由比例即可求得该塔的实际高度.

【详解】

设第一展望台到塔底的高度为 x 米，塔的实际高度为 y 米，几何关系如下图所示：



由题意可得 $\frac{100+x}{x} = \sqrt{2}$ ，解得 $x = 100(\sqrt{2} + 1)$ ；

且满足 $\frac{y}{x+100} = \sqrt{2}$,

故解得塔高 $y = (x+100)\sqrt{2} = 200(\sqrt{2}+1) \approx 480$ 米, 即塔高约为 480 米.

故选: B

【点睛】

本题考查了对中国文化的理解与简单应用, 属于基础题.

7、A

【解析】

根据循环结构的运行, 直至不满足条件退出循环体, 求出 x 的范围, 利用几何概型概率公式, 即可求出结论.

【详解】

程序框图共运行 3 次, 输出的 x 的范围是 $[23, 247]$,

所以输出的 x 不小于 103 的概率为 $\frac{247-103}{247-23} = \frac{144}{224} = \frac{9}{14}$.

故选:A.

【点睛】

本题考查循环结构输出结果、几何概型的概率, 模拟程序运行是解题的关键, 属于基础题.

8、C

【解析】

根据函数的奇偶性得 $a = f(-2^{\frac{3}{2}}) = f(2^{\frac{3}{2}})$, 再比较 $\sqrt{5}, 2^{\frac{3}{2}}, \log_2 9$ 的大小, 根据函数的单调性可得选项.

【详解】

依题意得 $a = f(-2^{\frac{3}{2}}) = f(2^{\frac{3}{2}})$, $\because \sqrt{5} < \sqrt{8} = 2\sqrt{2} = 2^{\frac{3}{2}} < 3 = \log_2 8 < \log_2 9$,

当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = e^x + x$, 因为 $e > 1$, 所以 $y = e^x$ 在 R 上单调递增, 又 $y = x$ 在 R 上单调递增, 所以 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增,

$\therefore f(\log_2 9) > f(2^{\frac{3}{2}}) > f(\sqrt{5})$, 即 $b > a > c$,

故选: C.

【点睛】

本题考查函数的奇偶性的应用、幂、指、对的大小比较, 以及根据函数的单调性比较大小, 属于中档题.

9、B

【解析】

根据题意可得 $BC \perp$ 平面 ACD , $EF \parallel BC$, 则 $\angle CBG$ 即异面直线 BG 与 EF 所成的角, 连接 CG , 在 $Rt\triangle CBG$ 中,

$\cos \angle CBG = \frac{BC}{BG}$ ，易得 $BD = AD = AB = 2\sqrt{2}$ ，所以 $BG = \sqrt{6}$ ，所以 $\cos \angle CBG = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，故选 B.

10、D

【解析】

ABD 可通过统计图直接分析得出结论，C 可通过计算中位数判断选项是否正确.

【详解】

A. 由统计图可知：2014 年入境游客万人次最少，故正确；

B. 由统计图可知：后 4 年我国入境游客万人次呈逐渐增加趋势，故正确；

C. 入境游客万人次的中位数应为 13340.13 与 13604.33 的平均数，大于 13340 万次，故正确；

D. 由统计图可知：前 3 年的入境游客万人次相比于后 3 年的波动更大，所以对应的方差更大，故错误.

故选：D.

【点睛】

本题考查统计图表信息的读取以及对中位数和方差的理解，难度较易. 处理问题的关键是能通过所给统计图，分析出对应的信息，对学生分析问题的能力有一定要求.

11、D

【解析】

由题意得 $1 = m^2 + n^2 + 2mn \cos \angle AOB$ ，再利用基本不等式即可求解.

【详解】

将 $\overrightarrow{OC} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ 平方得 $1 = m^2 + n^2 + 2mn \cos \angle AOB$ ，

$$\cos \angle AOB = \frac{1 - m^2 - n^2}{2mn} = \frac{1 - (m+n)^2 + 2mn}{2mn} = -\frac{3}{2mn} + 1 \leq -\frac{3}{2 \times (\frac{m+n}{2})^2} + 1 = -\frac{1}{2}$$

(当且仅当 $m = n = 1$ 时等号成立)，

∵ $0 < \angle AOB < \pi$ ，

∴ $\angle AOB$ 的最小值为 $\frac{2\pi}{3}$ ，

故选：D.

【点睛】

本题主要考查平面向量数量积的应用，考查基本不等式的应用，属于中档题.

12、D

【解析】

根据条形图可折线图所包含的数据对选项逐一分析，由此得出叙述不正确的选项.

【详解】

对于 A 选项，根据折线图可知深圳的变化幅度最小，根据条形图可知北京的平均价格最高，所以 A 选项叙述正确.

对于 B 选项，根据折线图可知天津的往返机票平均价格变化最大，所以 B 选项叙述正确.

对于 C 选项，根据条形图可知上海和广州的往返机票平均价格基本相当，所以 C 选项叙述正确.

对于 D 选项，根据折线图可知相比于上一年同期，除了深圳外，另外五个城市的往返机票平均价格在增加，故 D 选项叙述错误.

故选：D

【点睛】

本小题主要考查根据条形图和折线图进行数据分析，属于基础题.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、0

【解析】

由题意 $f(e) = 2e, f'(e) = 3$ ，列方程组可求 a, b ，即求 $a + b$.

【详解】

∵在点 $(e, f(e))$ 处的切线方程为 $y = 3x - e$ ，

∴ $f(e) = 2e$ ，代入 $f(x) = ax \ln x - bx$ 得 $a - b = 2$ ①.

又Q $f'(x) = a(1 + \ln x) - b$ ，∴ $f'(e) = 2a - b = 3$ ②.

联立①②解得： $a = 1, b = -1$.

∴ $a + b = 0$.

故答案为：0.

【点睛】

本题考查导数的几何意义，属于基础题.

14、 $(-\frac{5}{3}, \frac{5}{3})$

【解析】

求出 AB 的长度，直线方程，结合 $\triangle ABC$ 的面积为 5，转化为圆心到直线的距离进行求解即可.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/466005130232011003>