高一数学（沪教版2020必修第二册）

第 6 章　三角

6.3解三角形（第4课时）

学习目标

1.会应用余弦定理，掌握余弦定理的应用条件.

2.会应用正弦定理，掌握正弦定理的应用条件.

3.能够灵活应用正余弦定理解决实际问题.

温故知新

1.余弦定理

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$
$$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

2.正弦定理

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$ （R为三角形外接圆半径）

3.三角形面积公式

$$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}bc\sin A$$

情境引入

- 在实践中，我们经常会遇到测量距离、高度、角度等实际问题.
- 解决这类问题，通常需要借助经纬仪以及卷尺等测量角和距离的工具进行测量.
- 具体测量时，我们常常遇到“不能到达”的困难，这就需要设计恰当的测量方案.下面我们通过几道例题来说明这种情况.
- 需要注意的是，题中为什么要给出这些已知条件，而不是其他的条件.
- **事实上，这些条件往往隐含着相应测量问题在某种特定情境和条件限制下的一个测量方案，而且是这种情境与条件限制下的恰当方案.**

新课讲解

解三角形在实际生活中， 尤其是在测量方面， 有着广泛的应用． 下面通过一些实例来体会解三角形在测量上的应用．

例 10 金茂大厦是改革开放以来上海出现的超高层标志性建筑． 有一位测量爱好者在与金茂大厦底部同一水平线上的 B处测得金茂大厦顶部 A 的仰角为 15.66°， 再向金茂大厦前进500m 到达 C 处， 测得金茂大厦顶部 A的仰角为 22.81°. 请根据以上数据估算出金茂大厦的度． （结果精确到 1m）

解　根据题意，作出如图 6-3-4 所示的示意图，问题转化为求直角三角形 ABC中边 AD的长．

在△ABC中，∠ABC＝15．66°，∠BAC＝22．81°－15．66°＝7．15°，BC＝500m．

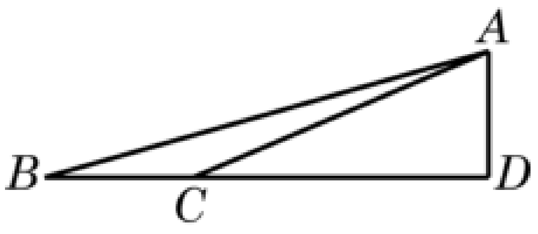

图 6-3-4

由正弦定理，有

$$\frac{500}{\sin 7.15^0}=\frac{AC}{\sin 15.66^0},\text{即 } AC=\frac{500\sin 15.66^0}{\sin 7.15^0}\approx 1084.3(m)$$

从而 AD ＝ AC ×sin22．81°≈420（m）．

所以，所估算的金茂大厦高度约为 420m.

高度问题

技巧总结：测量高度问题的解题策略
(1)**“空间”向“平面”的转化**：测量高度问题往往是空间中的问题，因此先要选好所求线段所在的平面，将空间问题转化为平面问题. (2)**“解直角三角形”与“解斜三角形”结合**，全面分析所有三角形，仔细规划解题思路.

例 11 甲船在距离 A港口 24 海里并在南偏西 20°方向的C 处驻留等候进港，乙船在 A港口南偏东 40°方向的 B处沿直线行驶入港，甲、乙两船距离为 31 海里．当乙船行驶 20 海里到达D处时，接到港口指令，前往救援忽然发生火灾的甲船．求此时甲、乙两船之间的距离．

解 根据题意，作出如图 6-3-5 所示的示意图，其中$AC=24$，$BC=31$，$\angle CAD=20°+40°=60°$.

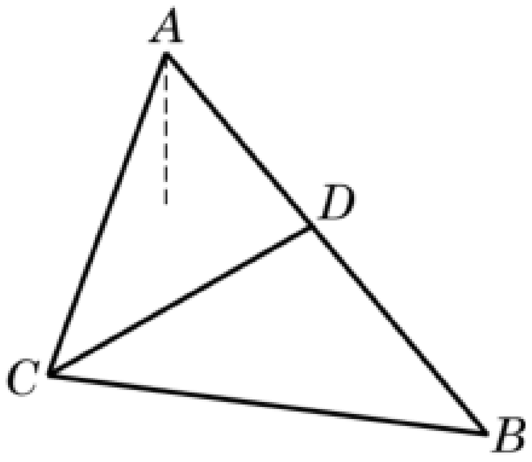

图 6-3-5

在△ABC中，由正弦定理，得$\frac{24}{\sin\angle ABC}=\frac{31}{\sin 60^0}$

从而$\sin\angle ABC=\frac{12\sqrt{3}}{31}$，由AC＜BC，知∠ABC为锐角，故

$$\cos\angle ABC=\sqrt{1-\sin^2\angle ABC}=\frac{23}{31}$$

在△ABC中，由余弦定理，有

$$CD=\sqrt{BC^2+BD^2-2BD\cdot BC\cdot\cos\angle ABC}$$

$$=\sqrt{31^2+20^2-2\times 31\times 20\times\frac{23}{31}}$$

$=21$（海里）

所以，此时甲、乙两船之间的距离为21海里．

距离问题

策略
(1)**测量从一个可到达的点到一个不可到达的点之间的距离问题**， 一般可转化为已知两个角和一条边解三角形的问题，从而运用正弦定理去解决. (2)**测量两个不可到达的点之间的距离问题**， 一般先把球距离问题转化为运用余弦定理,求三角形的边长的问题，然后把球未知的边长问题转化为只有一点不能到达的两点之间距离的测量问题，最后运用正弦定理解决.

注意点
(1)选定或构造的三角形，要确定及确定在哪一个三角形中求解. (2)当角边对应，且角的条件较多时，一般用正弦定理； 当角的条件较少，且角边不对应时，一般用余弦定理.

课本练习

练习 6．3（4）

1．某货轮在A处看灯塔S在北偏东30°方向．它以每小时18海里的速度向正北方向航行，经过40分钟航行到B处，看灯塔S在北偏东75°方向．求此时货轮到灯塔S的距离．

解：$\angle BSA = 75^0 - 30^0 = 45^0$，$AB = 18 \times \dfrac{40}{60} = 12.$

由 $\dfrac{BS}{\sin 30^0} = \dfrac{AB}{\sin 45^0}$，得 $BS = 6\sqrt{2}$（海里）。

所以货轮到灯塔S的距离为 $6\sqrt{2}$ 海里。