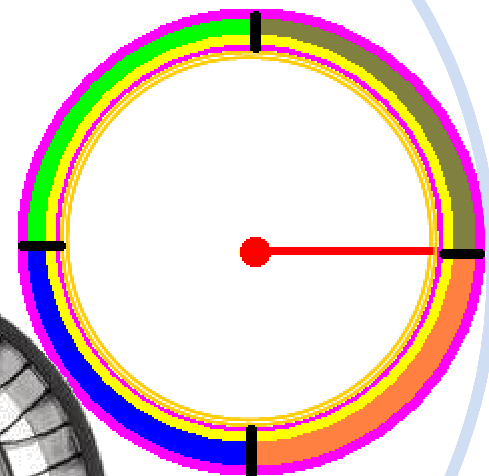
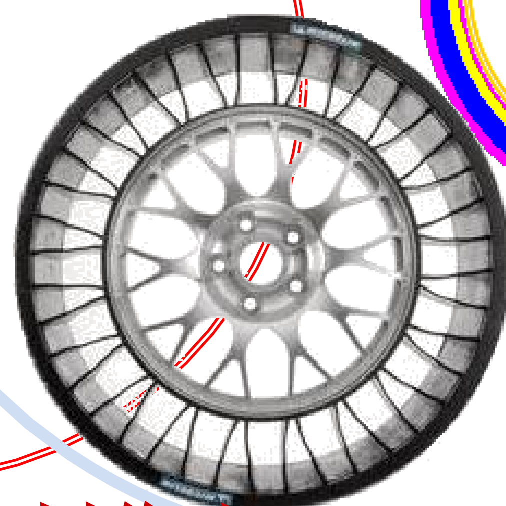
24章圆的复习





科目：数学

制作者：

制作日期：

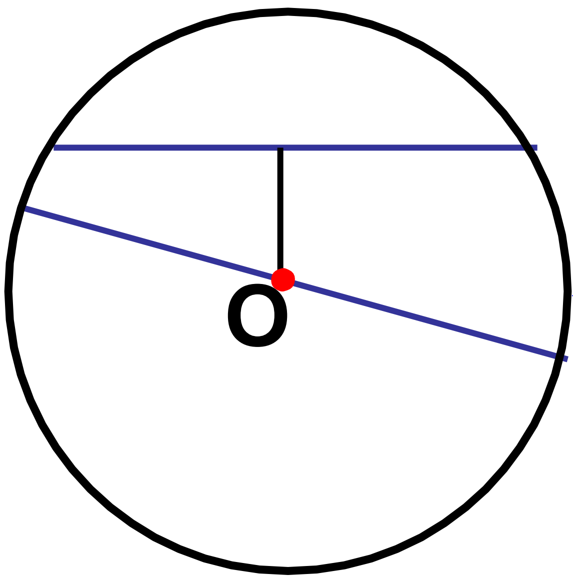
本章知识结构图

- 圆
  - 圆的基本性质
    - 圆的对称性
    - 弧、弦圆心角之间的关系
    - 同弧上的圆周角与圆心角的关系
  - 与圆有关的位置关系
    - 点和圆的位置关系 — 三角形的外接圆
    - 直线和圆的位置关系 — 切线 — 三角形内切圆
    - 圆和圆的位置关系
  - 正多边形和圆
    - 等分圆
  - 有关圆的计算
    - 弧长
    - 扇形的面积
    - 圆锥的侧面积和全面积

.圆的基本概念:

1.圆的定义:到定点的距离等于定长的点的集合叫做圆.

2.有关概念: (1)弦、直径(圆中最长的弦)



(2)弧、优弧、劣弧、等弧（能完全重合的弧，只能在同圆或等圆中出现）

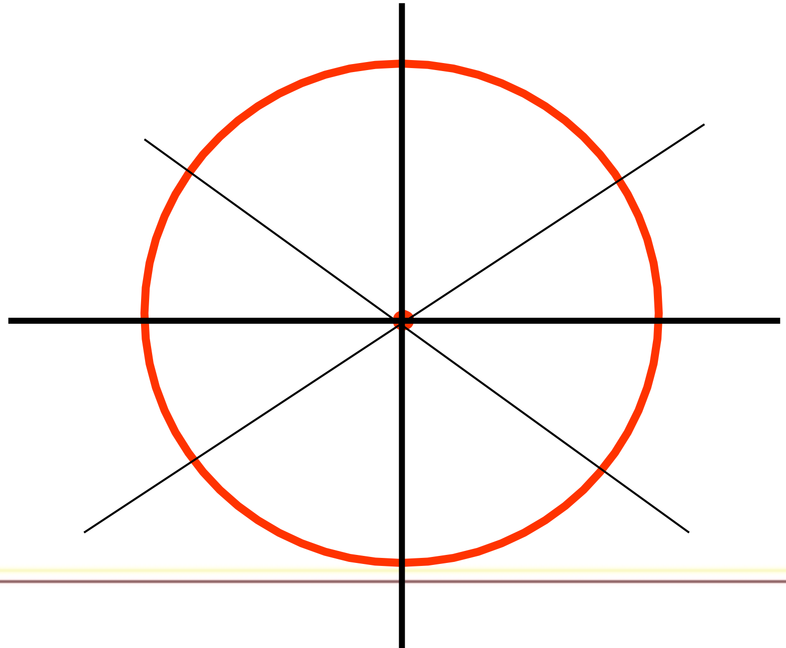
(3)弦心距

. 圆的基本性质

1.圆的对称性:

(1)圆是轴对称图形, 经过圆心的每一条直线都是它的对称轴.圆有无数 条对称轴.

(2)圆是中心对称图形,并且绕圆心旋转任何角度都能与自身重合。



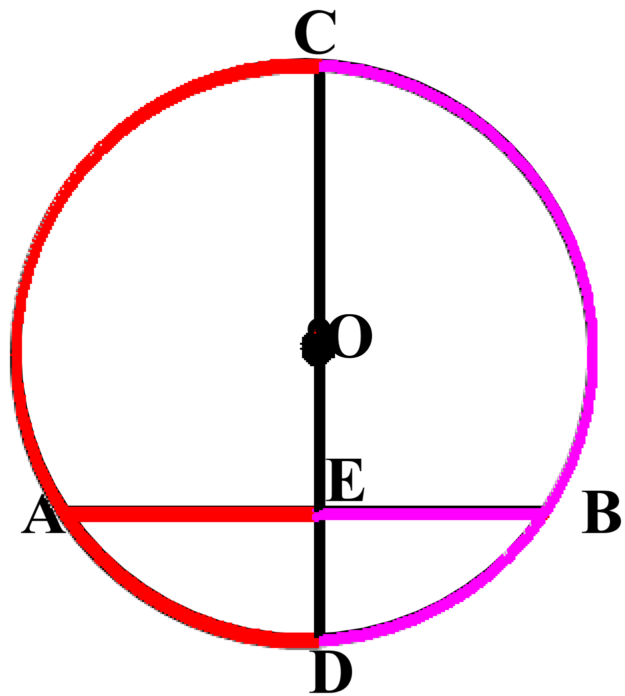
垂径定理

（1）直径（过圆心的直线、线段）（2）垂直于弦

（3）平分弦

（4）平分弦所对的优弧

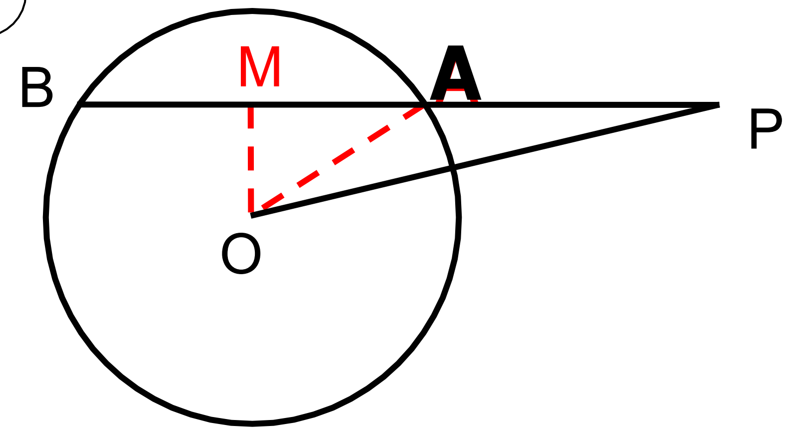
（5）平分弦所对的劣弧



叠合法

描述垂径定理

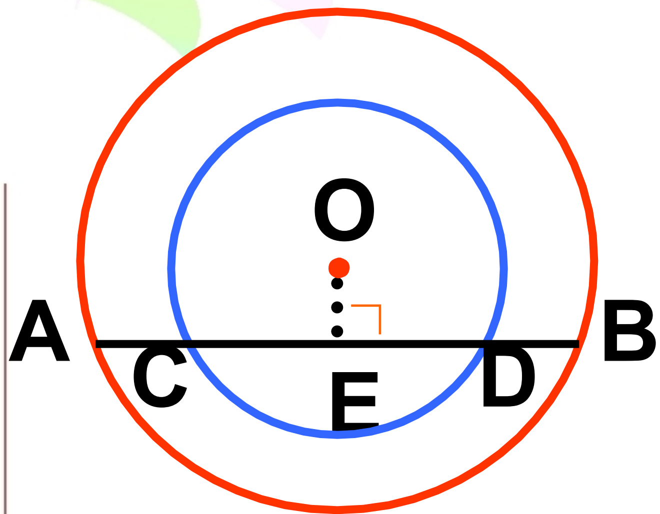
如图，P为⊙O的弦BA延长线上一点，PA＝AB＝2，PO＝5，求⊙O的半径。



- 关于弦的问题，常常需要过圆心作弦的弦心距，这是一条非常重要的辅助线。
- 把圆心到弦的弦心距、半径、一半弦长构成直角三角形，便将问题转化为直角三角形的问题。

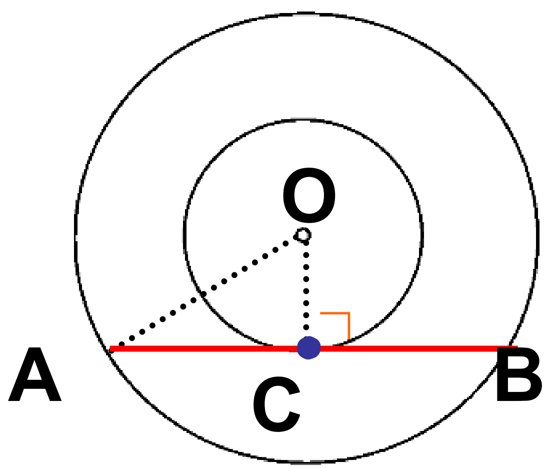
方法、技巧

常见的基本图形及结论:



1.如图,在以O为圆心的两个同心圆中,大圆的弦AB交小圆于C、D,则:

AC=BD



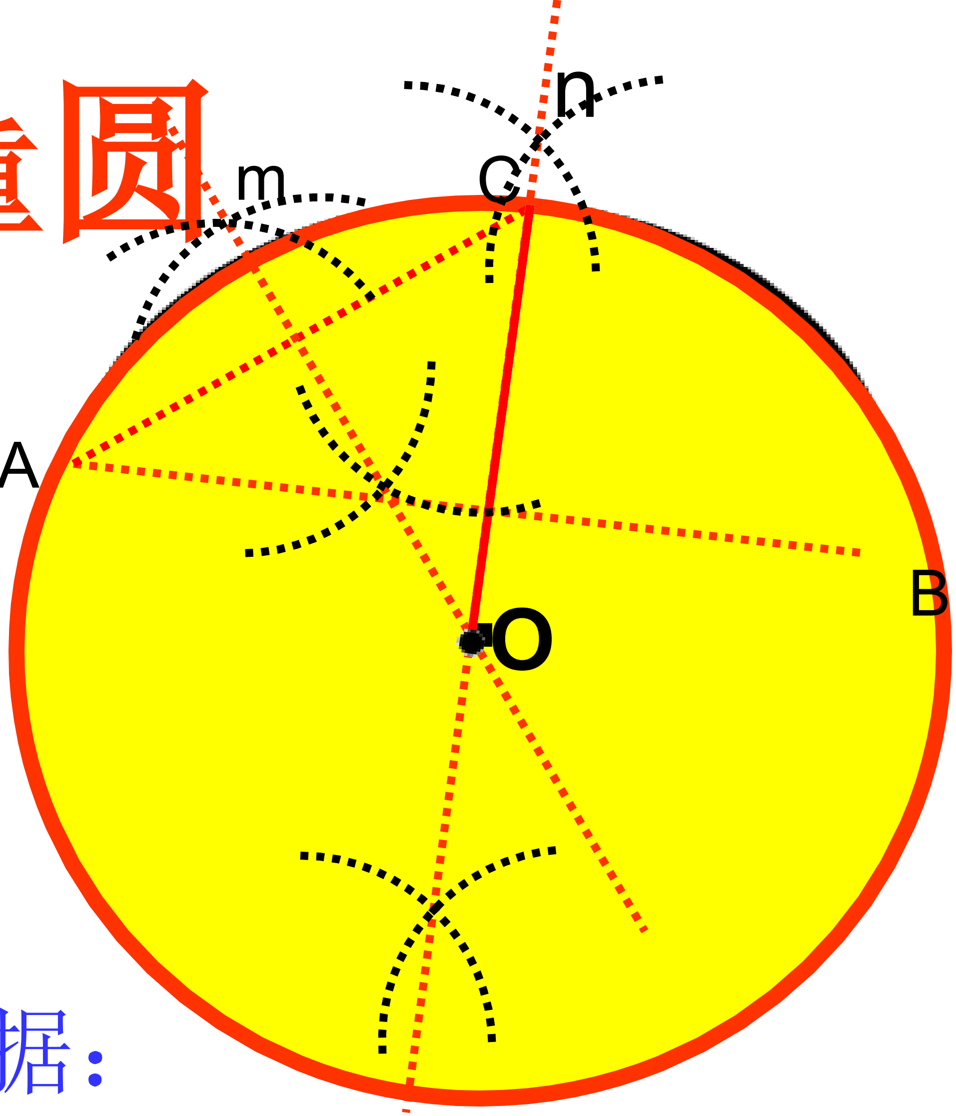
若大圆的弦切小圆于C,则

AC=BC

两圆之间的环形面积

$$S=\frac{1}{4}\pi AB^2$$

破镜重圆



作图依据：

弦的垂直平分线经过圆心，并且平分弦所对的两条弧.

.同圆或等圆中圆心角、弧、弦之间的关系:

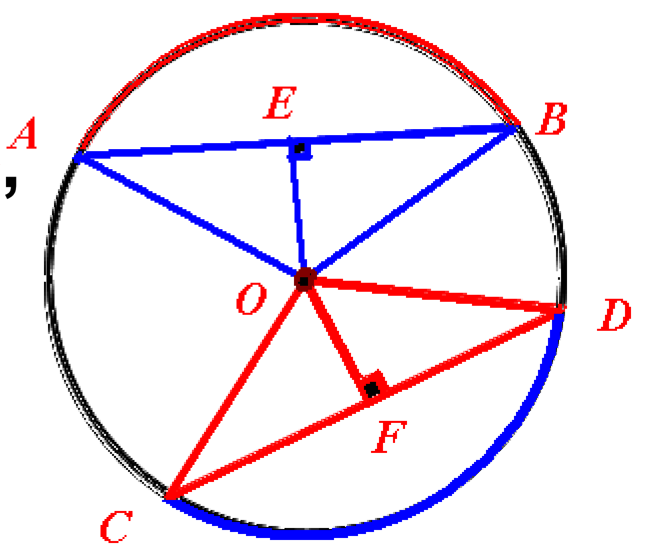
(1)在同圆或等圆中,如果圆心角相等,那么它所对的弧相等,所对的弦相等.

(2)在同圆或等圆中,如果弧相等,那么它所对的圆心角相等,所对的弦相等.

(3)在同圆或等圆中,如果弦相等,

那么它所对的劣弧与优弧分别相等,

所对的圆心角相等.

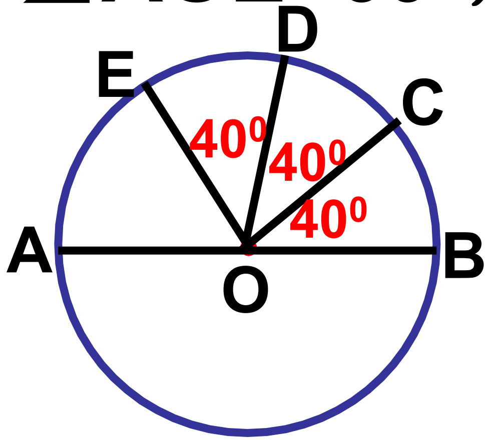


$\because \angle COD = \angle AOB$

$\therefore \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{CD}$

$\therefore AB=CD$

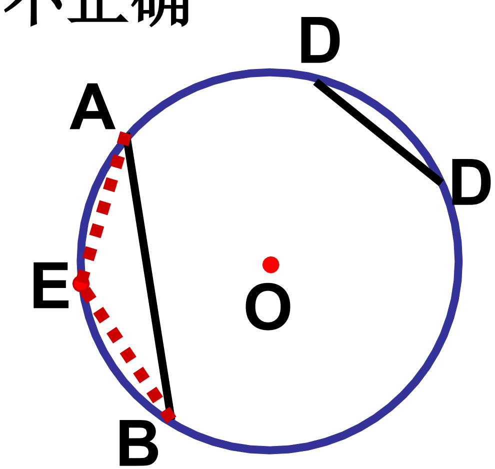
1、如图：已知AB是⊙O的直径，C,D是$\overset{\frown}{BE}$上的三等分点，∠AOE=60^0，则∠COE是 ___80^0___。



2、如图：在⊙O中$\overset{\frown}{AB}=2\overset{\frown}{CD}$,则下列结论正确的（ C ）。

（A）AB＞2CD （B） AB=2CD

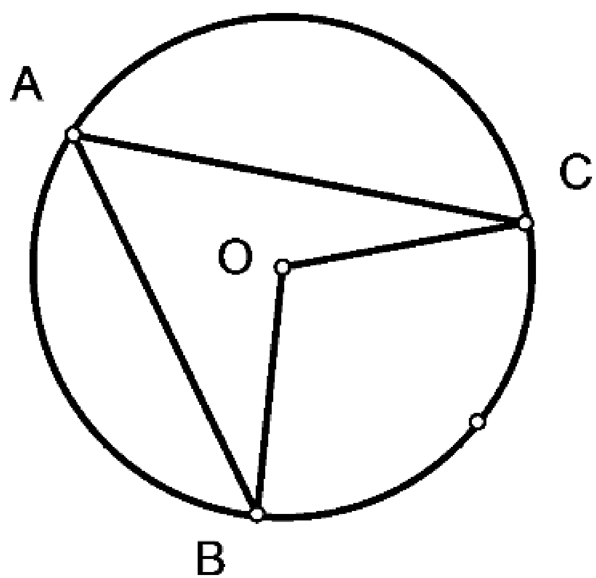
（C）AB<2CD （D）以上都不正确



.圆周角:

定义:顶点在圆周上，两边和圆相交的角，叫做圆周角.

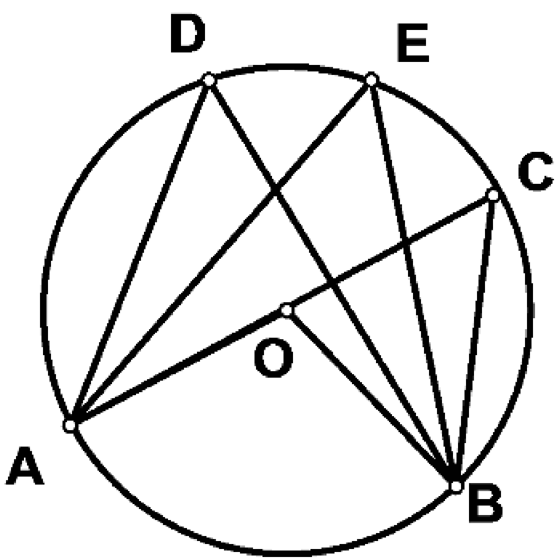
性质 (1)：**在同一个圆中, 同弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半.**



$$\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$$

圆周角的性质(2)

在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的所有的圆周角相等. 相等的圆周角所对的弧相等.



$\because$ ∠ADB与∠AEB 、∠ACB是同弧所对的圆周角

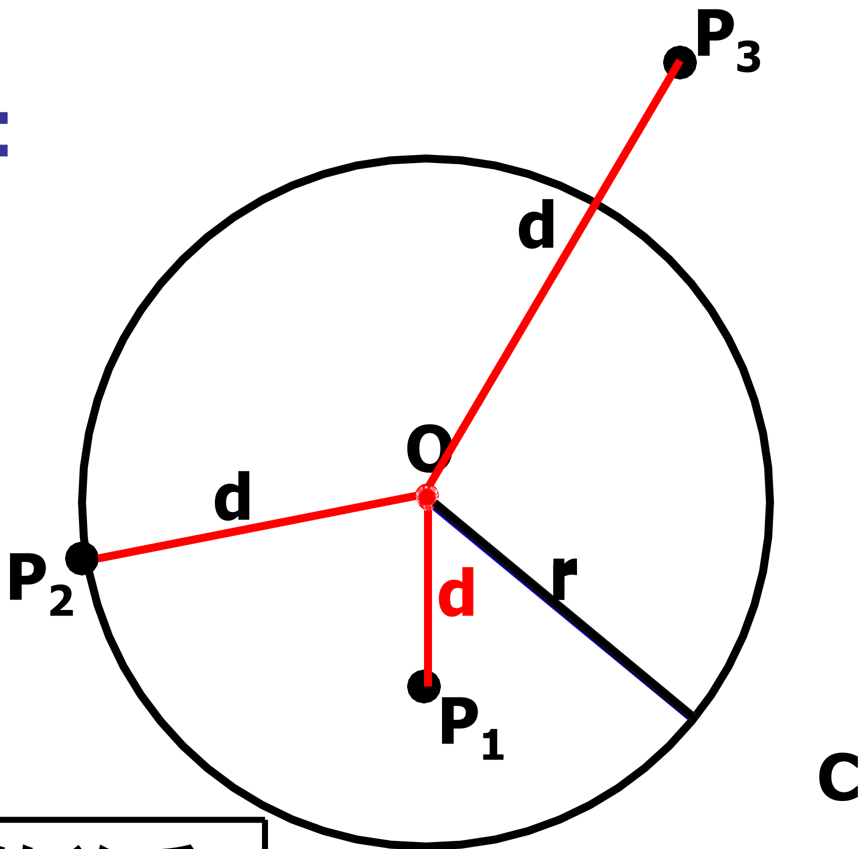
$\therefore$ ∠ADB=∠AEB =∠ACB

如果∠ADB=30^0,则∠AOB=__60^0__;

∠AEB= __30^0__；则它所对的弧是__60^0__ ^{0}.

.与圆有关的位置关系:

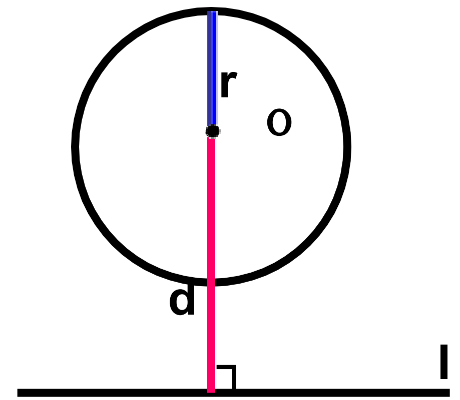
1.点和圆的位置关系



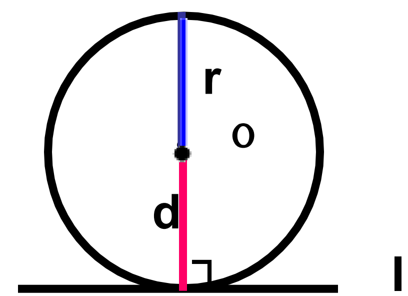
点与圆的位置关系	d与r的关系
点在圆内	$d<r$
点在圆上	$d=r$
点在圆外	$d>r$

直线与圆的位置关系的性质和判定

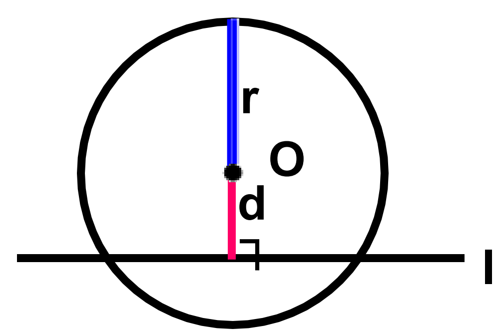
1、直线和圆相离 $\overset{\text{性质}}{\underset{\text{判定}}{\Longleftrightarrow}}$ $d > r$



2、直线和圆相切 $\overset{\text{性质}}{\underset{\text{判定}}{\Longleftrightarrow}}$ $d = r$



3、直线和圆相交 $\overset{\text{性质}}{\underset{\text{判定}}{\Longleftrightarrow}}$ $d < r$

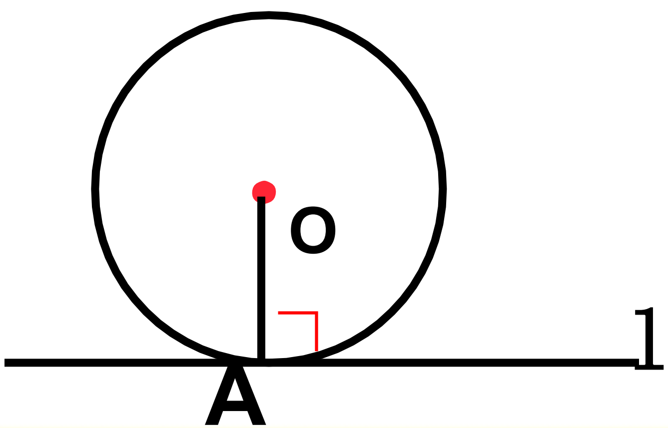


切线的识别方法

1.与圆只有**一个公共点**的直线。

2. **圆心到直线的距离等于圆的半径**的直线是圆的切线。

3.经过半径的**外端**且**垂直于这条半径**的直线是圆的切线。



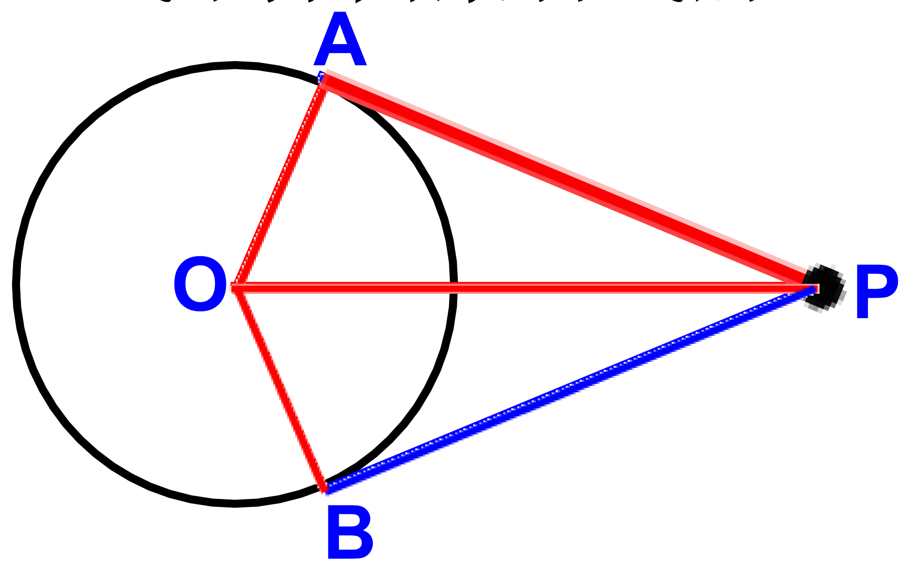
∵OA是半径，OA⊥ l

∴直线l是⊙O的切线.

切线长定理

从圆外一点引圆的两条切线，它们的切线长相等，圆心和这一点的连线平分两条切线的夹角。

几何语言:



∵PA、PB分别切⊙O

于A、B

∴PA = PB， ∠OPA=∠OPB

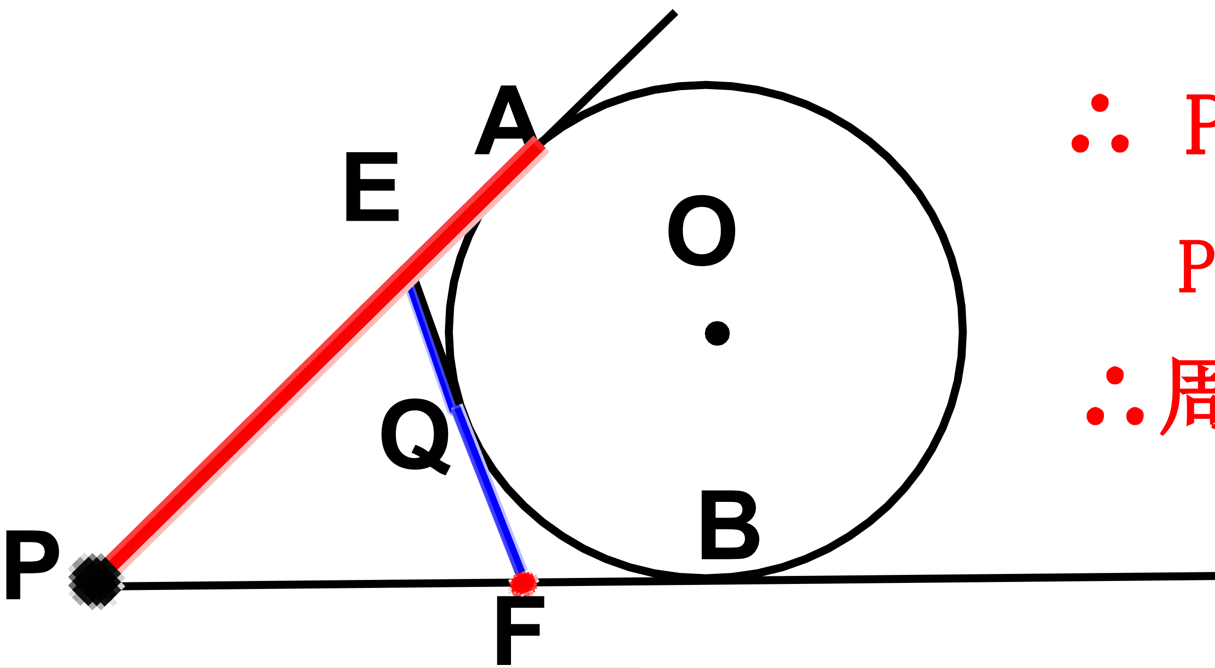
小结：切线长定理为证明线段相等、角相等提供新的方法

牛刀再试

已知：如图,PA、PB是⊙O的切线，切点分别是A、B，Q为AB上一点，过Q点作⊙O的切线，交PA、PB于E、F点。

1.找出图中所有相等的切线长 EQ=EA, FQ=FB, PA=PB

2.已知PA=12CM，求△PEF的周长。



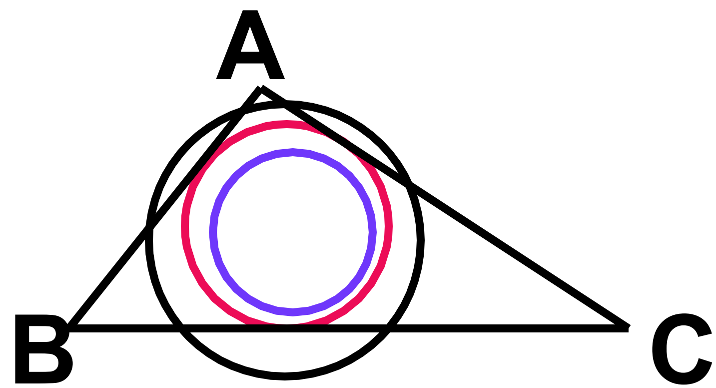
∴ PE+EQ=PA=12cm

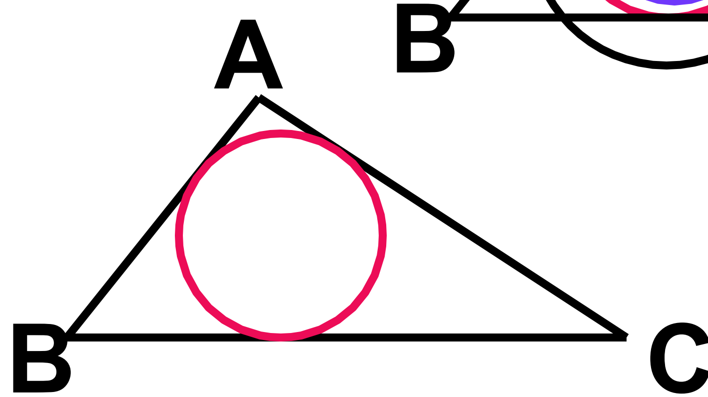
PF+FQ=PB=PA=12cm

∴周长为24cm

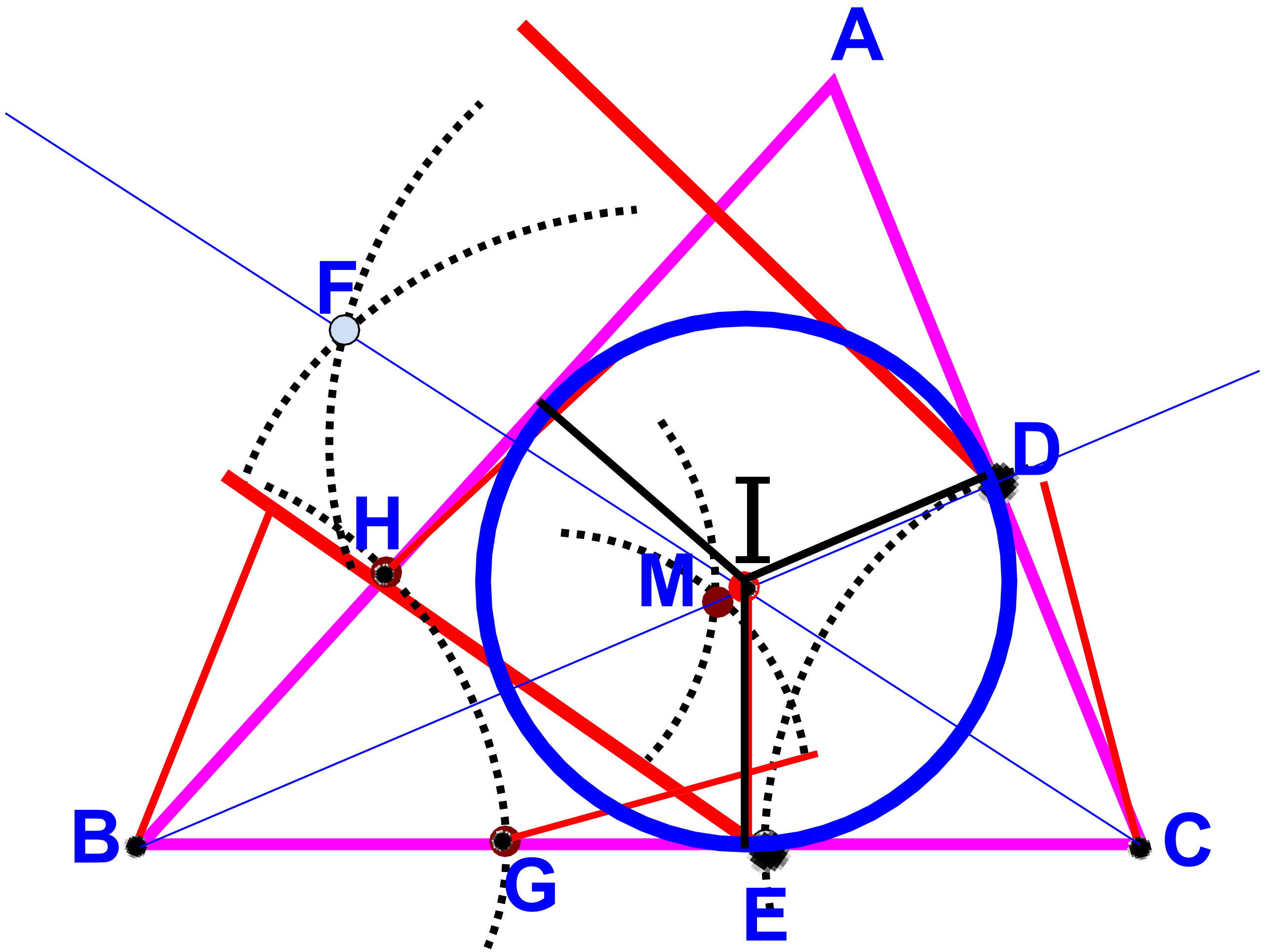
探究活动二：三角形的内切圆

如图是一块三角形木料，木工师傅要从中裁下一块圆形用料，怎样才能使裁下的圆的面积尽可能大呢？





作三角形内切圆的方法：

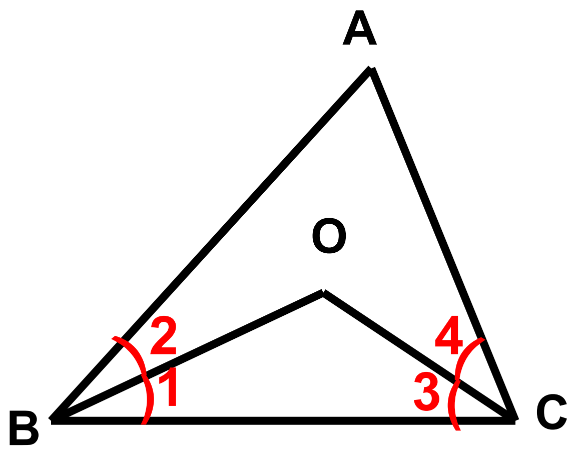


∴ ⊙I即为所求的⊿ABC的圆

三角形内心的性质

性质: 三角形的内心是三角形内切圆的圆心，它到三角形三边的距离相等；内心与顶点连线平分内角。任何三角形的内心都在三角形的内部

例 如图，在△ABC中，点O是内心， 若∠ABC=50°，∠ACB=70°，求∠BOC的度数



（1）∵点O是△ABC的内心，

$\therefore \angle 1=\angle 2=\dfrac{1}{2}\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$

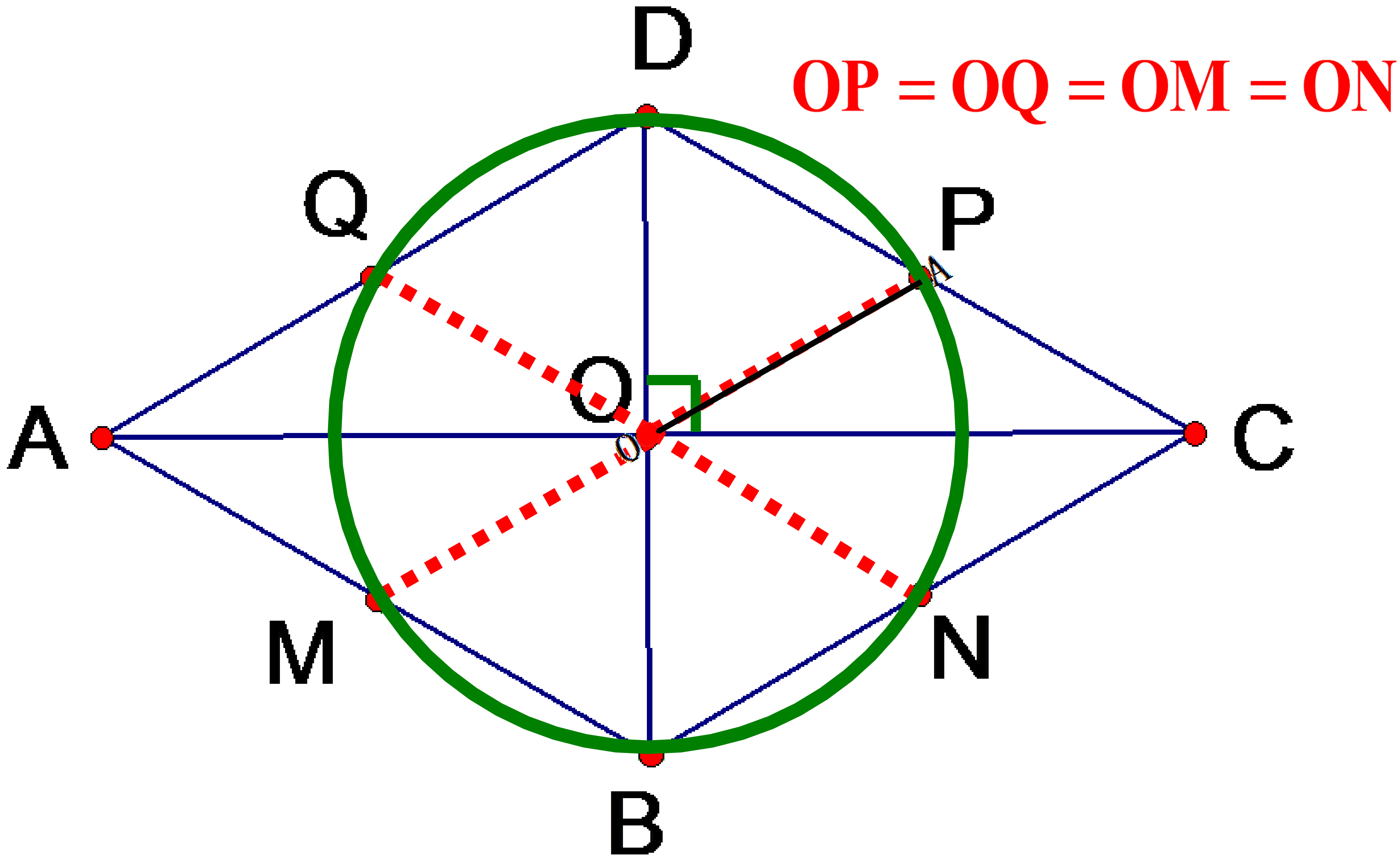
同理 $\angle 3=\angle 4=\dfrac{1}{2}\angle ACB=\dfrac{1}{2}\times 70^\circ=35^\circ$

$\therefore \angle BOC=180^\circ-(\angle 1+\angle 3)$

$=180^\circ-(25^\circ+35^\circ)$

$=120^\circ$

求证：菱形各边中点在以对角线的交点为圆心的同一个圆上。



直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

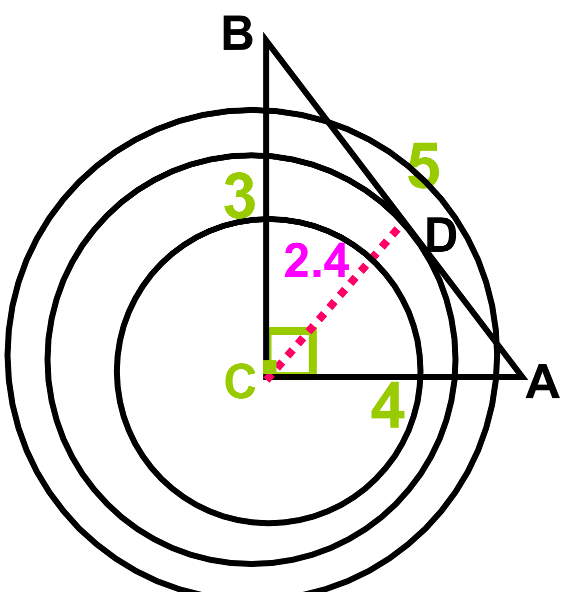
解决问题5: 在Rt△ABC中，∠C=90°，AC=3cm，BC=4cm。以C为圆心，r为半径的圆与AB有怎样的位置关系？为什么？(1)r=2cm (2)r=2.4cm (3)r=3cm

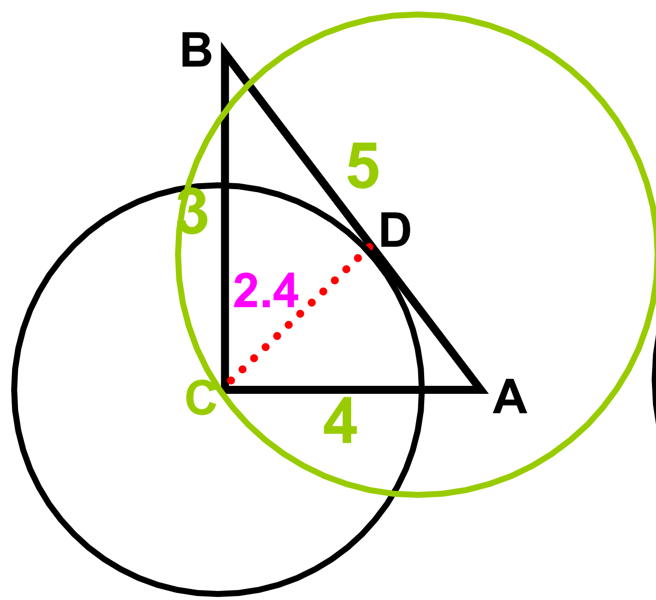
解：圆心C到AB的距离d=2.4cm

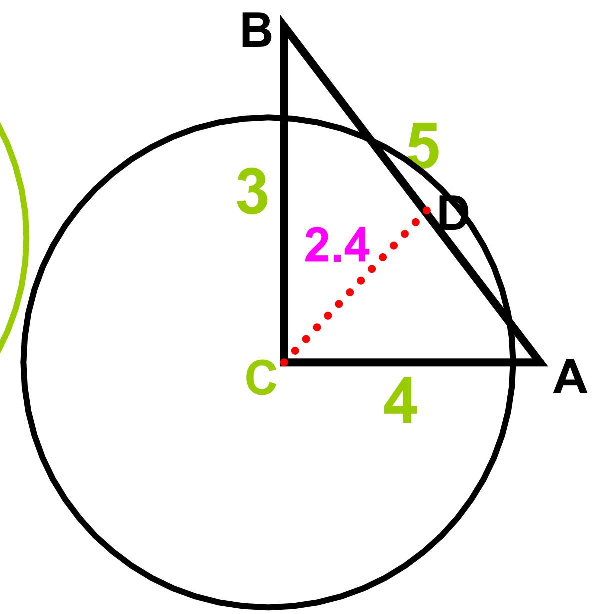
(1)当r=2cm时，
有d>r，
因此⊙C和AB相离。

(2)当r=2.4cm 时，
有d=r，
因此⊙C和AB相切。

(3)当r=3cm 时，
有d<r，
因此⊙C和AB相交。





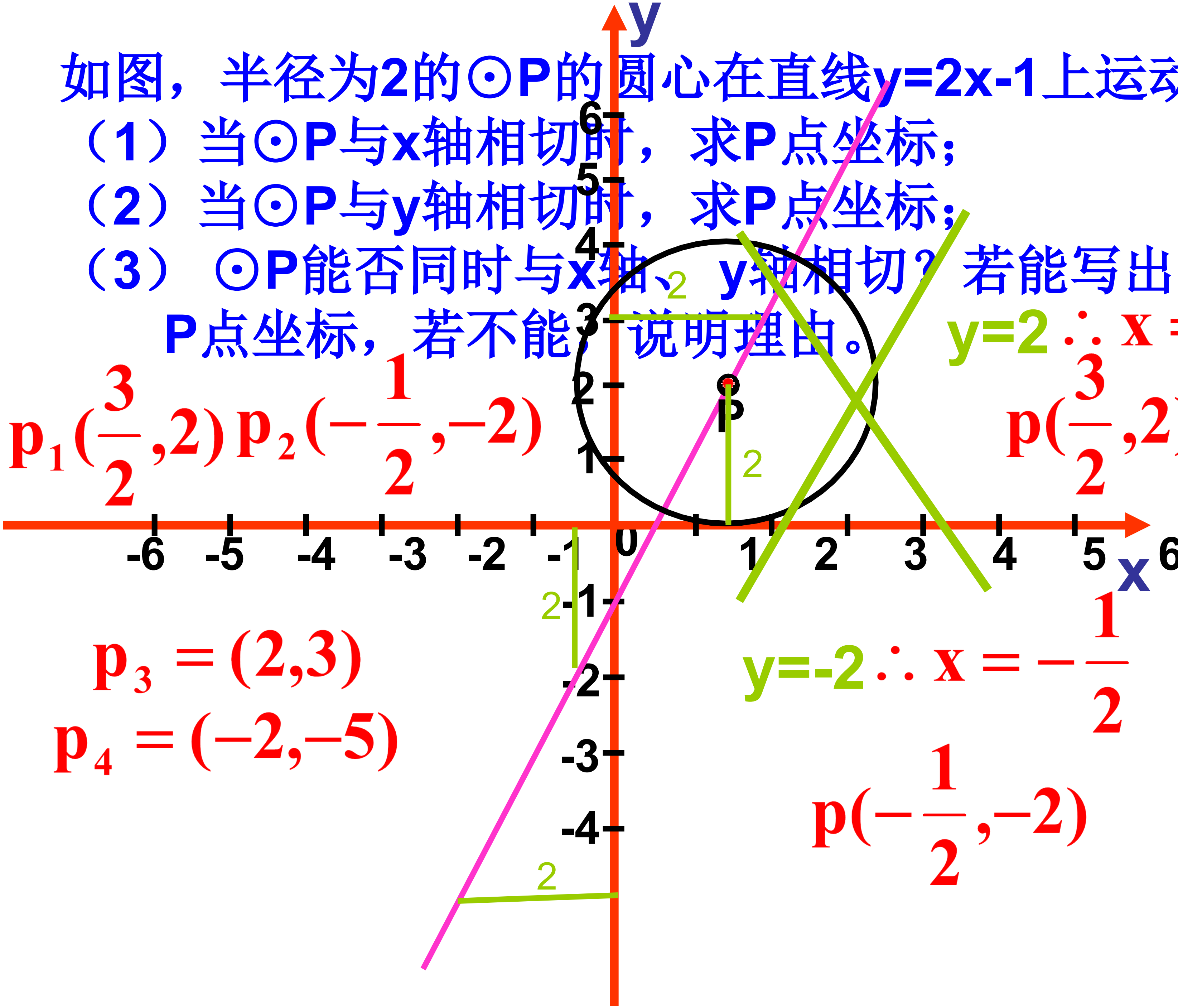


如图，半径为2的⊙P的圆心在直线y=2x-1上运动

（1）当⊙P与x轴相切时，求P点坐标；

（2）当⊙P与y轴相切时，求P点坐标；

（3）⊙P能否同时与x轴、y轴相切？若能写出P点坐标，若不能，说明理由。



y=2 $\therefore x=\dfrac{3}{2}$

$p(\dfrac{3}{2},2)$

y=-2 $\therefore x=-\dfrac{1}{2}$

$p(-\dfrac{1}{2},-2)$

$p_1(\dfrac{3}{2},2)\ p_2(-\dfrac{1}{2},-2)$

$p_3=(2,3)$

$p_4=(-2,-5)$