

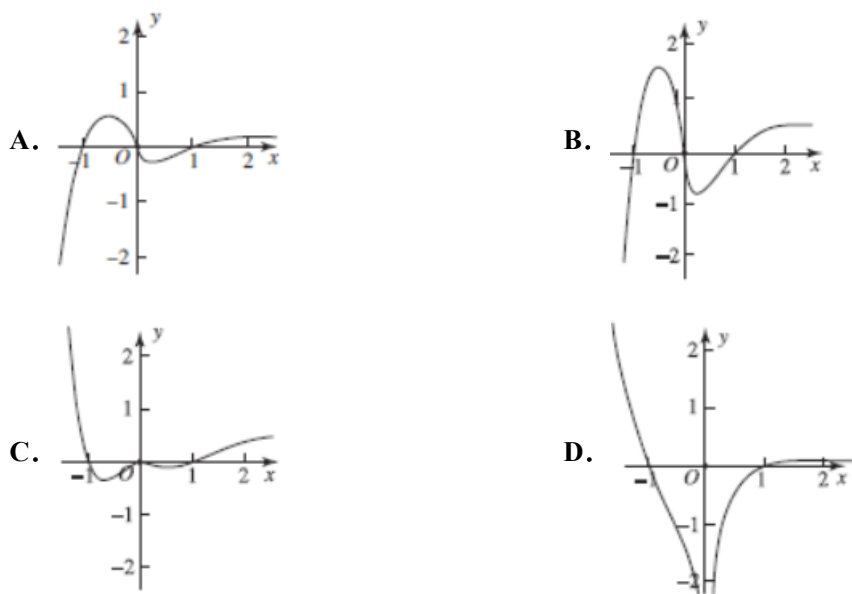
2023-2024 学年安徽省砀山县第二中学高三寒假模拟（一）数学试题试卷

注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，将条形码准确粘贴在考生信息条形码粘贴区。
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂；非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试题卷上答题无效。
4. 保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 函数 $f(x) = \frac{x \ln |x|}{e^x}$ 的大致图象为（ ）



2. 设 $a, b \in (1, +\infty)$ ，则“ $a > b$ ”是“ $\log_a b < 1$ ”的（ ）

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充分必要条件
- D. 既不充分也不必要条件

3. 设实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 10 \\ x - y \leq 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$ ，则 $z = 2x + 3y$ 的最小值为（ ）

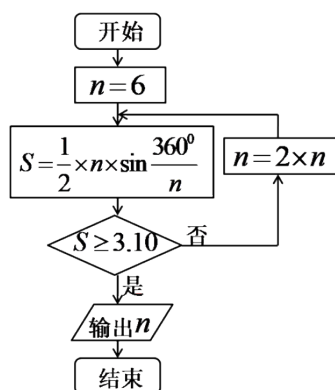
- A. 2
- B. 24
- C. 16
- D. 14

4. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 3$ ， $a_1 + a_3 + a_5 = 21$ ，则 $a_3 + a_5 + a_7 =$ （ ）

- A. 21
- B. 42
- C. 63
- D. 84

5. 公元 263 年左右，我国数学家刘徽发现当圆内接正多边形的边数无限增加时，多边形面积可无限逼近圆的面积，并创立了“割圆术”，利用“割圆术”刘徽得到了圆周率精确到小数点后两位的近似值 3.14，这就是著名的“徽率”。如图是利用刘徽的“割圆术”思想设计的一个程序框图，则输出的 n 值为（ ）（参考数据：

$$\sqrt{3} \approx 1.732, \sin 15^\circ \approx 0.2588, \sin 75^\circ \approx 0.9659$$



- A. 48 B. 36 C. 24 D. 12

6. 已知平面向量 $\vec{a}$, $\vec{b}$ 满足 $\vec{a} = (1, -2)$, $\vec{b} = (-3, t)$, 且 $\vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b})$, 则 $|\vec{b}| =$ ()

- A. 3 B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 5

7. 已知正项数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 满足: $\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 10b_n \\ b_{n+1} = a_n + b_n \end{cases}$, 设 $c_n = \frac{a_n}{b_n}$, 当 $c_3 + c_4$ 最小时, c_5 的值为()

- A. 2 B. $\frac{14}{5}$ C. 3 D. 4

8. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为零, 且 $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}$ 构成新的等差数列, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若存在 n 使得

$$S_n = 0, \text{ 则 } n = ()$$

- A. 10 B. 11 C. 12 D. 13

9. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 虚轴的两个端点分别为 B_1, B_2 , 若四边

形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆面积为 18π , 则双曲线焦距的最小值为 ()

- A. 8 B. 16 C. $6\sqrt{2}$ D. $12\sqrt{2}$

10. 复数 $z = \frac{4+3i}{i-2}$ 的虚部为 ()

- A. $2i$ B. $-2i$ C. 2 D. -2

11. 我国古代数学巨著《九章算术》中, 有如下问题: “今有女子善织, 日自倍, 五日织五尺, 问日织几何?” 这个问题用今天的白话叙述为: 有一位善于织布的女子, 每天织的布都是前一天的 2 倍, 已知她 5 天共织布 5 尺, 问这位女子

每天分别织布多少? 根据上述问题的已知条件, 若该女子共织布 $\frac{35}{31}$ 尺, 则这位女子织布的天数是 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 1

12. 已知数列 $\left\{\frac{1}{a_n}-1\right\}$ 是公比为 $\frac{1}{3}$ 的等比数列, 且 $a_1 > 0$, 若数列 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则 a_1 的取值范围为 ()

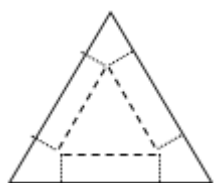
- A. (1,2) B. (0,3) C. (0,2) D. (0,1)

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知点 M 是曲线 $y=2\ln x+x^2-3x$ 上一动点, 当曲线在 M 处的切线斜率取得最小值时, 该切线的方程为 _____.

14. 已知函数 $f(x)=e^x-e^{-x}-1$, 则关于 x 的不等式 $f(2x)+f(x+1)>-2$ 的解集为_____.

15. 如图, 从一个边长为12的正三角形纸片的三个角上, 沿图中虚线剪出三个全等的四边形, 余下部分再以虚线为折痕折起, 恰好围成一个缺少上底的正三棱柱, 而剪出的三个相同的四边形恰好拼成这个正三棱柱的上底, 则所得正三棱柱的体积为_____.



16. 已知 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . $a=4, b=\sqrt{6}, A=\frac{\pi}{3}$ 则 $\cos 2B=$ _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3=-9, a_{10}=5$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 及使得 S_n 最小的 n 的值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x)=e^x-ax^2$

(1) 已知直线 $l: x-y-1=0, l_1: 2x-y-2=0$. 若直线 l_2 与 l_1 关于 l 对称, 又函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线与 l_2 垂直, 求实数 a 的值;

(2) 若函数 $g(x)=(e-2)x+1$, 则当 $x>0, a=1$ 时, 求证:

① $f(x)\geq g(x)$;

② $e^x-ex-1\geq x(\ln x-1)$.

19. (12 分) 某工厂生产某种电子产品, 每件产品不合格的概率均为 p , 现工厂为提高产品声誉, 要求在交付用户前每件产品都通过合格检验, 已知该工厂的检验仪器一次最多可检验 5 件该产品, 且每件产品检验合格与否相互独立. 若每件产品均检验一次, 所需检验费用较多, 该工厂提出以下检验方案: 将产品每 k 个 ($k\leq 5$)

一组进行分组检验，如果某一组产品检验合格，则说明该组内产品均合格，若检验不合格，则说明该组内有不合格产品，再对该组内每一件产品单独进行检验，如此，每一组产品只需检验1次或 $1+k$ 次。设该工厂生产1000件该产品，记每件产品的平均检验次数为 X 。

(1) 求 X 的分布列及其期望；

(2) (i) 试说明，当 p 越小时，该方案越合理，即所需平均检验次数越少；

(ii) 当 $p=0.1$ 时，求使该方案最合理时 k 的值及1000件该产品的平均检验次数。

20. (12分) 已知 $f(x)=|x-a|+|x+b|$ ($a>0, b>0$)。

(I) 当 $a=b=1$ 时，解不等式 $f(x)\leq 8-x^2$ ；

(II) 若 $f(x)$ 的最小值为1，求 $\frac{1}{a+1}+\frac{1}{2b}$ 的最小值。

21. (12分) 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1=1$ ， $a_4=\frac{1}{8}$ 。设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $b_1=-1$ ， $a_n+b_n=-\frac{1}{2}S_{n-1}$ ($n\geq 2, n\in\mathbf{N}^*$)。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 证明：数列 $\left\{\frac{b_n}{a_n}\right\}$ 是等差数列；

(3) 是否存在等差数列 $\{c_n\}$ ，使得对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ ，都有 $S_n\leq c_n\leq a_n$ ？若存在，求出所有符合题意的等差数列 $\{c_n\}$ ；若不存在，请说明理由。

22. (10分) 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 $a_2=5$ ， $S_6+S_5=2S_4+35$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 若满足不等式 $\lambda\cdot(\sqrt{2})^n+(-1)^{n-1}S_n<0$ 的正整数 n 恰有3个，求正实数 λ 的取值范围。

参考答案

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

利用特殊点的坐标代入，排除掉 C，D；再由 $f(-\frac{1}{2}) < 1$ 判断 A 选项正确.

【详解】

$$f(-1.1) = \frac{-1.1 \ln |1.1|}{e^{1.1}} < 0, \text{ 排除掉 C, D;}$$

$$f(-\frac{1}{2}) = \frac{-\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1}{2} \right|}{e^{-\frac{1}{2}}} = \sqrt{e} \ln \sqrt{2},$$

$$\text{Q } \ln \sqrt{2} < \ln \sqrt{e} = \frac{1}{2}, \quad \sqrt{e} < 2,$$

$$\therefore f(-\frac{1}{2}) = \sqrt{e} \ln \sqrt{2} < 1.$$

故选：A.

【点睛】

本题考查了由函数解析式判断函数的大致图象问题，代入特殊点，采用排除法求解是解决这类问题的一种常用方法，属于中档题.

2、C

【解析】

根据充分条件和必要条件的定义结合对数的运算进行判断即可.

【详解】

$$\because a, b \in (1, +\infty),$$

$$\therefore a > b \Rightarrow \log_a b < 1,$$

$$\log_a b < 1 \Rightarrow a > b,$$

$$\therefore a > b \text{ 是 } \log_a b < 1 \text{ 的充分必要条件,}$$

故选 C.

【点睛】

本题主要考查充分条件和必要条件的判断，根据不等式的解法是解决本题的关键.

3、D

【解析】

做出满足条件的可行域，根据图形即可求解.

【详解】

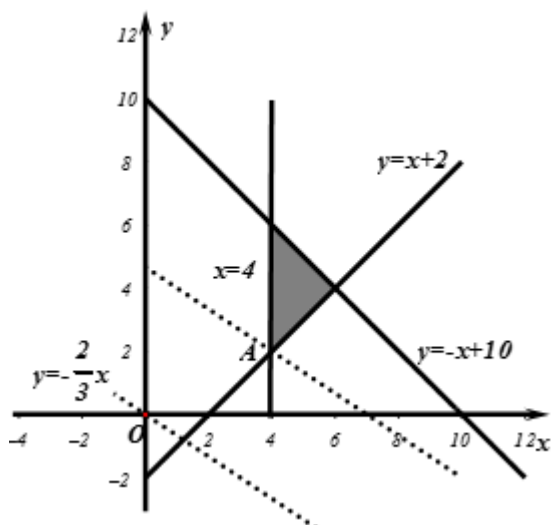
做出满足 $\begin{cases} x+y \leq 10 \\ x-y \leq 2 \\ x \geq 4 \end{cases}$ 的可行域，如下图阴影部分，

根据图象，当目标函数 $z = 2x + 3y$ 过点 A 时，取得最小值，

由 $\begin{cases} x=4 \\ x-y=2 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}$ ，即 $A(4,2)$ ，

所以 $z = 2x + 3y$ 的最小值为 14.

故选：D.



【点睛】

本题考查二元一次不等式组表示平面区域，利用数形结合求线性目标函数的最值，属于基础题.

4、B

【解析】

由 $a_1 + a_3 + a_5 = 21$ 得 $a_1(1 + q^2 + q^4) = 21 \therefore 1 + q^2 + q^4 = 7 \therefore q^2 = 2 \therefore a_3 + a_5 + a_7 = q^2(a_1 + a_3 + a_5) = 2 \times 21 = 42$ ，选 B.

5、C

【解析】

由 $n = 6$ 开始，按照框图，依次求出 s ，进行判断。

【详解】

$n = 6 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \times 6 \sin 60^\circ \approx 2.598$, $n = 12 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \times 12 \sin 30^\circ = 3$,

$n = 24 \Rightarrow s = \frac{1}{2} \times 24 \sin 15^\circ \approx 3.1058$ ，故选 C.

【点睛】

框图问题，依据框图结构，依次准确求出数值，进行判断，是解题关键。

6、B

【解析】

先求出 $\vec{a} + \vec{b}$ ，再利用 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0$ 求出 t ，再求 $|\vec{b}|$ 。

【详解】

解： $\vec{a} + \vec{b} = (1, -2) + (-3, t) = (-2, t - 2)$

由 $\vec{a} \perp (\vec{a} + \vec{b})$ ，所以 $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0$

$$1 \times (-2) + (-2) \times (t - 2) = 0,$$

$$t = 1, \vec{b} = (-3, 1), |\vec{b}| = \sqrt{10}$$

故选：B

【点睛】

考查向量的数量积及向量模的运算，是基础题。

7、B

【解析】

由 $\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 10b_n \\ b_{n+1} = a_n + b_n \end{cases}$ 得 $\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = 1 + \frac{9}{\frac{a_n}{b_n} + 1}$ ，即 $c_{n+1} = 1 + \frac{9}{c_n + 1}$ ，所以得 $c_3 + c_4 = c_3 + 1 + \frac{9}{c_3 + 1}$ ，利用基本不等式求出最

小值，得到 $c_3 = 2$ ，再由递推公式求出 c_5 。

【详解】

$$\text{由 } \begin{cases} a_{n+1} = a_n + 10b_n \\ b_{n+1} = a_n + b_n \end{cases} \text{ 得 } \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = \frac{a_n + 10b_n}{a_n + b_n} = \frac{\frac{a_n}{b_n} + 10}{\frac{a_n}{b_n} + 1} = 1 + \frac{9}{\frac{a_n}{b_n} + 1},$$

$$\text{即 } c_{n+1} = 1 + \frac{9}{c_n + 1},$$

$$\therefore c_3 + c_4 = c_3 + 1 + \frac{9}{c_3 + 1} \geq 6, \text{ 当且仅当 } c_3 = 2 \text{ 时取得最小值,}$$

$$\text{此时 } c_4 = 1 + \frac{9}{c_3 + 1} = 4, \quad c_5 = 1 + \frac{9}{c_4 + 1} = \frac{14}{5}.$$

故选：B

【点睛】

本题主要考查了数列中的最值问题，递推公式的应用，基本不等式求最值，考查了学生的运算求解能力.

8、D

【解析】

利用等差数列的通项公式可得 $a_1 = -6d$ ，再利用等差数列的前 n 项和公式即可求解.

【详解】

由 $\frac{1}{a_1}$ ， $\frac{1}{a_3}$ ， $\frac{1}{a_4}$ 构成等差数列可得

$$\frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_4} - \frac{1}{a_3}$$

$$\text{即 } \frac{a_1 - a_3}{a_1 a_3} = \frac{a_3 - a_4}{a_3 a_4} \Rightarrow \frac{-2d}{a_1} = \frac{-d}{a_4} \Rightarrow a_1 = 2a_4$$

$$\text{又 } a_4 = a_1 + 3d \Rightarrow a_1 = 2(a_1 + 3d)$$

$$\text{解得: } a_1 = -6d$$

$$\text{又 } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] = \frac{n}{2}(-12d + (n-1)d) = \frac{n}{2}d(n-13)$$

所以 $S_n = 0$ 时， $n = 13$.

故选：D

【点睛】

本题考查了等差数列的通项公式、等差数列的前 n 项和公式，需熟记公式，属于基础题.

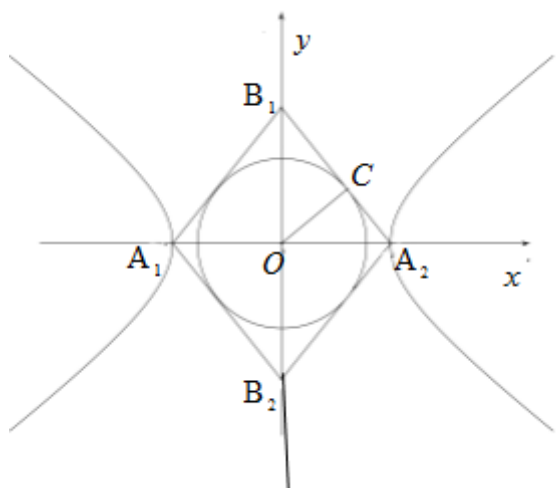
9、D

【解析】

根据题意画出几何关系，由四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆面积求得半径，结合四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 面积关系求得 c 与 ab 等量关系，再根据基本不等式求得 c 的取值范围，即可确定双曲线焦距的最小值.

【详解】

根据题意，画出几何关系如下图所示：



设四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆半径为 r ，双曲线半焦距为 c ，

$$\text{则 } |OA_2| = a, |OB_1| = b,$$

$$\text{所以 } |A_2B_1| = \sqrt{a^2 + b^2} = c,$$

四边形 $A_1B_1A_2B_2$ 的内切圆面积为 18π ，

$$\text{则 } 18\pi = \pi r^2, \text{ 解得 } |OC| = r = 3\sqrt{2},$$

$$\text{则 } S_{\text{四边形}A_1B_1A_2B_2} = \frac{1}{2} \cdot |A_1A_2| \cdot |B_1B_2| = 4 \times \frac{1}{2} \cdot |A_2B_1| \cdot |OC|,$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 2b = 4 \times \frac{1}{2} \cdot c \cdot 3\sqrt{2}$$

$$\text{故由基本不等式可得 } c = \frac{ab}{3\sqrt{2}} \leq \frac{\frac{a^2 + b^2}{2}}{3\sqrt{2}} = \frac{c^2}{6\sqrt{2}}, \text{ 即 } c \geq 6\sqrt{2},$$

当且仅当 $a = b$ 时等号成立.

故焦距的最小值为 $12\sqrt{2}$.

故选：D

【点睛】

本题考查了双曲线的定义及其性质的简单应用，圆锥曲线与基本不等式综合应用，属于中档题.

10、D

【解析】

根据复数的除法运算，化简出 z ，即可得出虚部.

【详解】

$$\text{解： } z = \frac{4+3i}{i-2} = \frac{(4+3i)(i+2)}{(i-2)(i+2)} = \frac{5+10i}{-5} = -1-2i,$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/467045101133006135>