

，其中等式右边是通常的加法和乘法运算，如： $[2,3] \times [4,5] = 2 \times 5 + 3 \times 4 = 22$ 。若关于 x 的方程

$[x^2 + 1, x] \times [5 - 2k, k] = 0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围是 ()

- A. $k < \frac{5}{4}$ 且 $k \neq 0$ B. $k \leq \frac{5}{4}$ C. $k \leq \frac{5}{4}$ 且 $k \neq 0$ D. $k \geq \frac{5}{4}$

8. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-1} = \frac{m}{2x-1}$ 有正数解，求 m 的取值范围。甲解得的答案是： $m > 4$ ，乙解得的答案是： $m < 2$ ，则正确的是 ()

- A. 只有甲答案对 B. 只有乙答案对
C. 甲、乙答案合在一起才正确 D. 甲、乙答案合在一起也不正确

9. 设 a, b, c 为实数， $x = a^2 - 2b + \frac{\pi}{3}$, $y = b^2 - 2c + \frac{\pi}{3}$, $z = c^2 - 2a + \frac{\pi}{3}$ ，则 x, y, z 中至少有一个值 ()

- A. 大于 0 B. 等于 0 C. 不大于 0 D. 小于 0

10. 已知多项式 $M = 2x^2 - 3x - 2$ ，多项式 $N = x^2 - ax + 3$ 。

①若 $M = 0$ ，则代数式 $\frac{13x}{x^2 - 3x - 1}$ 的值为 $\frac{26}{3}$ ；

②当 $a = -3$ ， $x \geq 4$ 时，代数式 $M - N$ 的最小值为 -14 ；

③当 $a = 0$ 时，若 $M \cdot N = 0$ ，则关于 x 的方程有两个实数根；

④当 $a = 3$ 时，若 $|M - 2N + 2| + |M - 2N + 15| = 13$ ，则 x 的取值范围是 $-\frac{7}{3} < x < 2$ 。

以上结论正确的个数是 ()

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

二. 填空题 (共 6 小题, 满分 18 分, 每小题 3 分)

11. 已知关于 x 的一元一次方程 $\frac{1}{2024}x + 3 = 2x + b$ 的解为 $x = 2$ ，则关于 y 的一元一次方程 $\frac{1}{2024}$

$(y + 1) = 2y - 1 + b$ 的解为_____。

12. 如图的解题过程中，第①步出现错误，但最后所求的值是正确的，则图中被污染的 x 的值是_____。

先化简，再求值： $\frac{3-x}{x-4} + 1$ ，其中 $x = \text{☀}$

解：原式 = $\frac{3-x}{x-4} \cdot (x-4) + (x-4)$

= $3 - x + x - 4$

= -1

13. 关于 x 的方程 $ax^2 - 2bx - 3 = 0 (ab \neq 0)$ 两根为 m, n ，且 $(2am^2 - 4bm + 2a)(3an^2 - 6bn - 2a)$

)=54, 则 a 的值为_____.

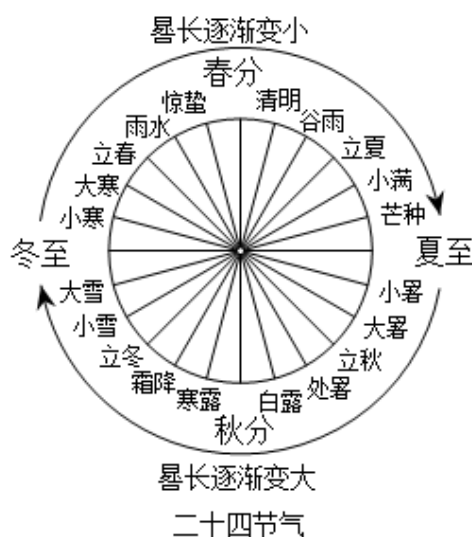
14. 点 Q 的横坐标为一元一次方程 $3x+7=32-2x$ 的解, 纵坐标为 $a+b$ 的值, 其中 a, b 满足二元一次方程组 $\begin{cases} 2a-b=4 \\ -a+2b=-8 \end{cases}$, 则点 Q 关于 y 轴对称点 Q' 的坐标为_____.

信息题

15. 我国古代天文学和数学著作《周髀算经》中提到: 一年有二十四个节气, 每个节气的晷长损益相同(晷是按照日影测定时刻的仪器, 晷长即为所测量影子的长度), 二十四节气如图所示. 从冬至到夏至晷长逐渐变小, 从夏至到冬至晷长逐渐变大, 相邻两个节气晷长减少或增加的量均相同, 周而复始. 若冬至的晷长为 13.5 尺, 夏至的晷长为 1.5 尺, 则相邻两个节气晷长减少或增加量为_____尺, 立夏的晷长为_____尺.



晷



与一元二次方程有关的新定义问题

16. 将两个关于 x 的一元二次方程整理成 $a(x+h)^2+k=0$ ($a \neq 0$, a, h, k 均为常数) 的形式, 如果只有系数 a 不同, 其余完全相同, 我们就称这样的两个方程为“同源二次方程”. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 与方程 $(x+1)^2-2=0$ 是“同源二次方程”, 且方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 有两个根为 x_1, x_2 , 则 $b-2c=$ _____, $ax_1+x_1x_2+ax_2$ 的最大值是_____.

三. 解答题 (共 9 小题, 满分 72 分, 其中 17、18、19 题每题 6 分, 20 题、21 题每题 7 分, 22 题 8 分, 23 题 9 分, 24 题 10 分, 25 题 13 分)

17. 由工业和信息化部人才交流中心和 RoboCom 国际公开赛组委会共同主办的睿抗机器人开发者大赛 (RAICOM), 2023 年 1 月 6 日在线上召开 2023 赛季启动大会.

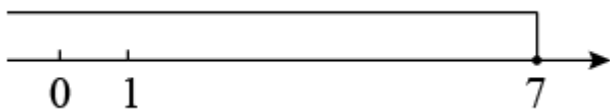
为备战机器人大赛，某校对机器人进行50米比赛，“冲锋”和“东风”两个机器人进入了决赛。比赛中，“冲锋”先出发8秒后，“东风”从同一起始位置出发，结果“东风”迟到2秒到达终点。已知“东风”是“冲锋”的平均速度的2.5倍，求“冲锋”的平均速度。

18. 已知一元二次方程 $\square x^2 - x - 1 = 0$ ，其中系数“ \square ”印刷不清。

(1) 嘉嘉把“ \square ”猜成是2，请你解方程 $2x^2 - x - 1 = 0$ ；

(2) 淇淇说：“我看答案该方程有两个相同的根”请你通过计算说明“ \square ”是几？

19. 整式 $3\left(\frac{1}{3} - m\right)$ 的值为 P 。



(1) 当 $m=2$ 时，求 P 的值；

(2) 若 P 的取值范围如图所示，求 m 的负整数值。

20. 下面是小辉和小莹两位同学解方程组 $\begin{cases} x-3y=-1 \\ 2x+3y=7 \end{cases}$ 的过程, 请认真阅读并完成相应任务.

解: 令 $\begin{cases} x-3y=-1 \text{ ①} \\ 2x+3y=7 \text{ ②} \end{cases}$

<p>小辉: 由②得, $3y = 7 - 2x$. ③.....第一步</p> <p>将③代入①得, $x - (7 - 2x) = -1$.第二步</p> <p>整理得, $x - 7 - 2x = -1$.第三步</p> <p>解得 $x = -6$.第四步</p> <p>将 $x = -6$ 代入③, 解得 $y = \frac{19}{3}$.第五步</p> <p>\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} x = -6, \\ y = \frac{19}{3}. \end{cases}$第六步</p>	<p>小莹: ① + ② 得, $3x = 6$.第一步</p> <p>解得 $x = 2$,第二步</p> <p>将 $x = 0$ 代入①得, $2 - 3y = -1$. ...第三步</p> <p>整理得, $-3y = -1 + 2$.第四步</p> <p>解得 $y = -\frac{1}{3}$.第五步</p> <p>\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2, \\ y = -\frac{1}{3}. \end{cases}$第六步</p>
---	--

任务一: 请你从中选择一位同学的解题过程并解答下列问题.

①我选择_____同学的解题过程, 该同学第一步变形的依据是_____;

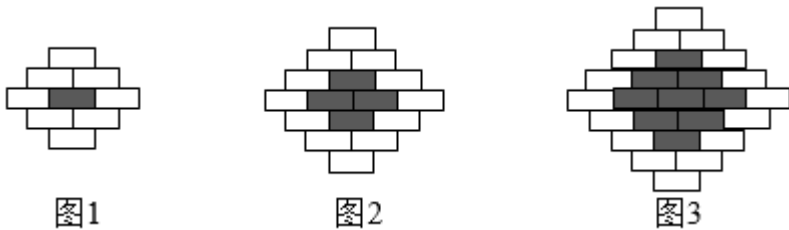
②该同学从第_____开始出现错误, 这一步错误的原因是_____;

任务二: 直接写出该方程组的正确解;

任务三: 除以上两位同学的方法, 请你再写出一种方法 (不用求解).

数学与规律探究——图形规律规律

21. 为美化市容, 某广场要在人行雨道上用 10×20 的灰、白两色的广场砖铺设图案, 设计人员画出的一些备选图案如图所示.



[观察思考]图 1 灰砖有 1 块，白砖有 8 块；图 2 灰砖有 4 块，白砖有 12 块；以此类推.

(1)[规律总结]图 4 灰砖有_____块，白砖有_____块；图 n 灰砖有_____块时，白砖有_____块；

(2)[问题解决]是否存在白砖数恰好比灰砖数少 1 的情形，请通过计算说明你的理由.

22. 某水果经营户从水果批发市场批发水果进行零售，部分水果批发价格与零售价格如下表：

水果品种	梨子	菠萝	苹果	车厘子
批发价格 (元/kg)	4	5	6	40
零售价格 (元/kg)	5	6	8	50

请解答下列问题：

(1)第一天，该经营户用 1700 元批发了菠萝和苹果共 300kg，当日全部售出，求这两种水果获得的总利润？

(2)第二天，该经营户依然用 1700 元批发了菠萝和苹果，当日销售结束清点盘存时发现进货单丢失，只记得这两种水果的批发量均为正整数且菠萝的进货量不低于 88kg，这两种水果已全部售出且总利润高于第一天这两种水果的总利润，请通过计算说明该经营户第二天批发这两种水果可能的方案有哪些？

23. 某公司生产的一种营养品信息如下表. 已知甲食材每千克的进价是乙食材的 2 倍, 用 80 元购买的甲食材比用 20 元购买的乙食材多 1 千克.

营养品信息表		
营养成分	每千克含铁 42 毫克	
配料表	原料	每千克含铁
	甲食材	50 毫克
	乙食材	10 毫克
规格	每包食材含量	每包单价
<i>A</i> 包装	1 千克	45 元
<i>B</i> 包装	0.25 千克	12 元

(1) 问甲、乙两种食材每千克进价分别是多少元?

(2) 该公司每日用 18000 元购进甲、乙两种食材并恰好全部用完.

①问每日购进甲、乙两种食材各多少千克?

②已知每日其他费用为 2000 元, 且生产的营养品当日全部售出. 若 *A* 的数量不低于 *B* 的数量, 则 *A* 为多少包时, 每日所获总利润最大? 最大总利润为多少元?

24. 阅读理解以下内容，解决问题：

解方程： $x^2 + |x| - 2 = 0$.

解： $\mathbb{Q} x^2 = |x|^2$,

\therefore 方程即为： $|x|^2 + |x| - 2 = 0$,

设 $|x| = t$, 原方程转化为： $t^2 + t - 2 = 0$

解得， $t_1 = 1$, $t_2 = -2$,

当 $t_1 = 1$ 时，即 $|x| = 1$, $\therefore x_1 = 1$, $x_2 = -1$;

当 $t_2 = -2$ 时，即 $|x| = -2$, 不成立 .

\therefore 综上所述，原方程的解是 $x_1 = 1$, $x_2 = -1$.

以上解方程的过程中，将其中 $|x|$ 作为一个整体设成一个新未知数 t ，从而将原方程化为关于 t 的一元二次方程，像这样解决问题的方法叫做“换元法”（“元”即未知数）.

(1) 已知方程： $x^2 + \frac{1}{x^2} - 2x - \frac{2}{x} - 1 = 0$, 若设 $x + \frac{1}{x} = m$, 则利用“换元法”可将原方程化为关于 m 的方程是_____ ;

(2) 仿照上述方法，解方程： $\frac{1}{x} - \sqrt{\frac{1}{x} + 1} - 5 = 0$.

利用整体代换思想求解

25. 阅读材料，解答问题：

材料 1

为了解方程 $(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = 0$ ，如果我们把 x^2 看作一个整体，然后设 $y = x^2$ ，则原方程可化为 $y^2 - 13y + 36 = 0$ ，经过运算，原方程的解为 $x_{1,2} = \pm 2$ ， $x_{3,4} = \pm 3$ 。我们把以上这种解决问题的方法通常叫做换元法。

材料 2

已知实数 m, n 满足 $m^2 - m - 1 = 0$ ， $n^2 - n - 1 = 0$ ，且 $m \neq n$ ，显然 m, n 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个不相等的实数根，由韦达定理可知 $m + n = 1$ ， $mn = -1$ 。

根据上述材料，解决以下问题：

(1) 直接应用：

方程 $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ 的解为_____；

(2) 间接应用：

已知实数 a, b 满足： $2a^4 - 7a^2 + 1 = 0$ ， $2b^4 - 7b^2 + 1 = 0$ 且 $a \neq b$ ，求 $a^4 + b^4$ 的值；

(3) 拓展应用：

已知实数 x, y 满足： $\frac{1}{m^4} + \frac{1}{m^2} = 7$ ， $n^2 - n = 7$ 且 $n > 0$ ，求 $\frac{1}{m^4} + n^2$ 的值。

第二章 方程与不等式（测试）

答案解析

（考试时间：100 分钟 试卷满分：120 分）

一. 选择题（共 10 小题，满分 30 分，每小题 3 分）

1. 受国际油价影响，今年我国汽油价格总体呈上升趋势. 某地 92 号汽油价格三月底是 6.2 元/升，五月底是 8.9 元/升. 设该地 92 号汽油价格这两个月平均每月的增长率为 x ，根据题意列出方程，正确的是（ ）

A. $6.2(1+x)^2 = 8.9$

B. $8.9(1+x)^2 = 6.2$

C. $6.2(1+x^2) = 8.9$

D. $6.2(1+x) + 6.2(1+x)^2 = 8.9$

【答案】A

设该地 92 号汽油价格这两个月平均每月的增长率为 x ，根据三月底和五月底 92 号汽油价格，得出关于 x 的一元二次方程即可.

解：依题意，得 $6.2(1+x)^2 = 8.9$.

故选：A.

本题主要考查了一元二次方程解决实际问题的知识，找准数量关系，正确列出一元二次方程式解题关键.

2. 某体育比赛的门票分 A 票和 B 票两种，A 票每张 x 元，B 票每张 y 元. 已知 10 张 A 票的总价与 19 张 B 票的总价相差 320 元，则（ ）

A. $\left| \frac{10x}{19y} \right| = 320$

B. $\left| \frac{10y}{19x} \right| = 320$

C. $|10x - 19y| = 320$

D. $|19x - 10y| = 320$

【答案】C

根据题中数量关系列出方程即可解题；

解：由 10 张 A 票的总价与 19 张 B 票的总价相差 320 元可知，

$$10x - 19y = 320 \text{ 或 } 19y - 10x = 320,$$

$$\therefore |10x - 19y| = 320,$$

故选：C.

本题主要考查二元一次方程的应用，解题的关键在于能根据实际情况对题目全面分析.

3. 为了增强学生的安全防范意识, 某校初三(1)班班委举行了一次安全知识抢答赛, 抢答题一共 20 个, 记分规则如下: 每答对一个得 5 分, 每答错或不答一个扣 1 分. 小红一共得 70 分, 则小红答对的个数为 ()

- A. 14 B. 15 C. 16 D. 17

【答案】B

设小红答对的个数为 x 个, 根据抢答题一共 20 个, 记分规则如下: 每答对一个得 5 分, 每答错或不答一个扣 1 分, 列出方程求解即可.

解: 设小红答对的个数为 x 个,

由题意得 $5x - (20 - x) = 70$,

解得 $x = 15$,

故选 B.

本题主要考查了一元一次方程的应用, 正确理解题意是列出方程求解是解题的关键.

4. 上学期某班的学生都是双人同桌, 其中 $\frac{1}{4}$ 男生与女生同桌, 这些女生占全班女生的 $\frac{1}{5}$, 本学期该班新转入 4 个男生后, 男女生刚好一样多, 设上学期该班有男生 x 人, 女生 y 人, 根据题意可得方程组为 ()

- A. $\begin{cases} x+4=y \\ \frac{x}{4}=\frac{y}{5} \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+4=y \\ \frac{x}{5}=\frac{y}{4} \end{cases}$ C. $\begin{cases} x-4=y \\ \frac{x}{4}=\frac{y}{5} \end{cases}$ D. $\begin{cases} x-4=y \\ \frac{x}{5}=\frac{y}{4} \end{cases}$

【答案】A

设上学期该班有男生 x 人, 女生 y 人, 则本学期男生有 $(x+4)$ 人, 根据题意, 列出方程组, 即可求解.

解: 设上学期该班有男生 x 人, 女生 y 人, 则本学期男生有 $(x+4)$ 人, 根据题意得:

$$\begin{cases} x+4=y \\ \frac{x}{4}=\frac{y}{5} \end{cases} .$$

故选: A

本题主要考查了二元一次方程组的应用, 明确题意, 准确得到等量关系是解题的关键.

5. 在解一元二次方程 $x^2+px+q=0$ 时, 小红看错了常数项 q , 得到方程的两个根是 -3, 1. 小明看错了一次项系数 P , 得到方程的两个根是 5, -4, 则原来的方程是 ()

- A. $x^2+2x-3=0$ B. $x^2+2x-20=0$ C. $x^2-2x-20=0$ D. $x^2-2x-3=0$

【答案】B

分别按照看错的情况构建出一元二次方程，再舍去错误信息，从而可得正确答案.

解：Q 小红看错了常数项 q ，得到方程的两个根是 $-3, 1$ ，

所以此时方程为： $(x+3)(x-1)=0$ ，即： $x^2+2x-3=0$ ，

Q 小明看错了一次项系数 P ，得到方程的两个根是 $5, -4$ ，

所以此时方程为： $(x-5)(x+4)=0$ ，即： $x^2-x-20=0$ ，

从而正确的方程是： $x^2+2x-20=0$ ，

故选：B.

本题考查的是根据一元二次方程的根构建一元二次方程，掌握利用一元二次方程的根构建方程的方法是解题的关键.

6. 满足 $m > |\sqrt{10}-1|$ 的整数 m 的值可能是 ()

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【答案】A

先化简 $|\sqrt{10}-1|$ 并估算 $\sqrt{10}-1$ 的范围，再确定 m 的范围即可确定答案.

$$Q 3 < \sqrt{10} < 4,$$

$$\therefore 2 < \sqrt{10}-1 < 3,$$

$$Q |\sqrt{10}-1| = \sqrt{10}-1, \quad m > |\sqrt{10}-1|,$$

$$\therefore m \geq 3,$$

故选：A.

本题考查了绝对值的化简，无理数的估算和不等式的求解，熟练掌握知识点是解题的关键.

7. 定义新运算“ \ast ”：对于实数 m, n, p, q ，有 $[m, p] \ast [q, n] = mn + pq$ ，其中等式右边是通常的加法和乘法运算，如： $[2, 3] \ast [4, 5] = 2 \times 5 + 3 \times 4 = 22$ ．若关于 x 的方程

$[x^2+1, x] \ast [5-2k, k] = 0$ 有两个实数根，则 k 的取值范围是 ()

A. $k < \frac{5}{4}$ 且 $k \neq 0$ B. $k \leq \frac{5}{4}$ C. $k \leq \frac{5}{4}$ 且 $k \neq 0$ D. $k \geq \frac{5}{4}$

【答案】C

按新定义规定的运算法则，将其化为关于 x 的一元二次方程，从二次项系数和判别式两个方面入手，即可解决.

$$\text{解：} \because [x^2+1, x] \ast [5-2k, k] = 0,$$

$$\therefore k(x^2+1) + (5-2k)x = 0.$$

$$\text{整理得，} kx^2 + (5-2k)x + k = 0.$$

∵方程有两个实数根，

∴判别式 $\Delta \geq 0$ 且 $k \neq 0$ 。

由 $\Delta \geq 0$ 得， $(5-2k)^2 - 4k^2 \geq 0$ ，

解得， $k \leq \frac{5}{4}$ 。

∴ k 的取值范围是 $k \leq \frac{5}{4}$ 且 $k \neq 0$ 。

故选：C

本题考查了新定义运算、一元二次方程的根的判别等知识点，正确理解新定义的运算法则是解题的基础，熟知一元二次方程的条件、根的不同情况与判别式符号之间的对应关系是解题的关键。此类题目容易忽略之处在于二次项系数不能为零的条件限制，要引起高度重视。

8. 若关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-1} = \frac{m}{2x-1}$ 有正数解，求 m 的取值范围。甲解得的答案是： $m > 4$ ，

乙解得的答案是： $m < 2$ ，则正确的是（ ）

A. 只有甲答案对

B. 只有乙答案对

C. 甲、乙答案合在一起才正确

D. 甲、乙答案合在一起也不正确

【答案】D

先解分式方程，得出 $x = \frac{2-m}{4-m}$ ，根据关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-1} = \frac{m}{2x-1}$ 有正数解，得出

$$\begin{cases} \frac{2-m}{4-m} > 0 \\ \frac{2-m}{4-m} \neq 1 \\ \frac{2-m}{4-m} \neq \frac{1}{2} \end{cases}, \text{解不等式组即可得出答案.}$$

解： $\frac{2}{x-1} = \frac{m}{2x-1}$ ，

去分母得： $4x-2 = mx-m$ ，

移项，合并同类项得： $(4-m)x = 2-m$ ，

解得： $x = \frac{2-m}{4-m}$ ，

∴关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-1} = \frac{m}{2x-1}$ 有正数解，

$$\therefore \begin{cases} \frac{2-m}{4-m} > 0 \\ \frac{2-m}{4-m} \neq 1, \\ \frac{2-m}{4-m} \neq \frac{1}{2} \end{cases}$$

解得： $m > 4$ 或 $m < 2$ ，且 $m \neq 0$ ，

\therefore 甲、乙答案合在一起也不正确，故 D 正确.

故选：D.

本题主要考查了解分式方程，解不等式组，解题的关键是根据关于 x 的分式方程 $\frac{2}{x-1} = \frac{m}{2x-1}$ 有正数解，列出关于 m 的不等式组.

9. 设 a, b, c 为实数， $x = a^2 - 2b + \frac{\pi}{3}$, $y = b^2 - 2c + \frac{\pi}{3}$, $z = c^2 - 2a + \frac{\pi}{3}$, 则 x, y, z 中至少有一个值 ()

A. 大于 0 B. 等于 0 C. 不大于 0 D. 小于 0

【答案】A

先计算 $x+y+z$ ，再利用配方法得到 $x+y+z = (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + \pi - 3$ ，根据非负数的性质和 $\pi > 3$ 得到 $x+y+z > 0$ ，根据有理数的性质得到 x, y, z 中至少有一个正数.

$$\text{解： } x+y+z = a^2 - 2b + \frac{\pi}{3} + b^2 - 2c + \frac{\pi}{3} + c^2 - 2a + \frac{\pi}{3}$$

$$= a^2 - 2a + b^2 - 2b + c^2 - 2c + \pi$$

$$= (a-1)^2 + (b-1)^2 + (c-1)^2 + \pi - 3,$$

$$\therefore (a-1)^2 \geq 0, (b-1)^2 \geq 0, (c-1)^2 \geq 0, \pi - 3 > 0,$$

$$\therefore x+y+z > 0,$$

$$\therefore x, y, z \text{ 中至少有一个大于 } 0.$$

故选：A.

本题考查了配方法的应用，熟练掌握配方法是解题的关键.

10. 已知多项式 $M = 2x^2 - 3x - 2$ ，多项式 $N = x^2 - ax + 3$.

①若 $M = 0$ ，则代数式 $\frac{13x}{x^2 - 3x - 1}$ 的值为 $\frac{26}{3}$ ；

②当 $a = -3$ ， $x \geq 4$ 时，代数式 $M - N$ 的最小值为 -14 ；

③当 $a = 0$ 时，若 $M \cdot N = 0$ ，则关于 x 的方程有两个实数根；

④当 $a = 3$ 时，若 $|M - 2N + 2| + |M - 2N + 15| = 13$ ，则 x 的取值范围是 $-\frac{7}{3} < x < 2$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/467113123156010001>