2024 届闽粤赣三省十校高三第二学期期末调研测试数学试题试卷

注意事项：

1．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{x\,|\,x^2<1\}$，$B=\{x\,|\,\log_2 x<1\}$，则

A． $A\cap B=\{x\,|\,0<x<2\}$　　**B．** $A\cap B=\{x\,|\,x<2\}$

C． $A\cup B=\{x\,|\,x<2\}$　　**D．** $A\cup B=\{x\,|\,-1<x<2\}$

2．已知直线 m,n 和平面 α，若 $m\perp\alpha$，则“$m\perp n$”是“$n//\alpha$”的（　　）

A．充分不必要条件　**B．必要不充分条件**　**C．充分必要条件**　**D．不充分不必要**

3．在平面直角坐标系 xOy 中，已知 A_n,B_n 是圆 $x^2+y^2=n^2$ 上两个动点，且满足 $\overrightarrow{OA_n}\cdot\overrightarrow{OB_n}=-\frac{n^2}{2}\left(n\in N^*\right)$，设 A_n,B_n 到直线 $x+\sqrt{3}y+n\left(n+1\right)=0$ 的距离之和的最大值为 a_n，若数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和 $S_n<m$ 恒成立，则实数 m 的取值范围是（　　）

A． $\left(\frac{3}{4},+\infty\right)$　　**B．** $\left[\frac{3}{4},+\infty\right)$　　**C．** $\left(\frac{2}{3},+\infty\right)$　　**D．** $\left[\frac{3}{2},+\infty\right)$

4．已知 $a=\ln 3,b=\log_3 e,c=\log_\pi e$，则下列关系正确的是（　　）

A． $c<b<a$　　**B．** $a<b<c$　　**C．** $b<a<c$　　**D．** $b<c<a$

5．已知 $\cos(2019\pi+\alpha)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$，则 $\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=$（　　）

A． $\frac{7}{9}$　　**B．** $\frac{5}{9}$　　**C．** $-\frac{5}{9}$　　**D．** $-\frac{7}{9}$

6．“完全数”是一些特殊的自然数，它所有的真因子（即除了自身以外的约数）的和恰好等于它本身.古希腊数学家毕达哥拉斯公元前六世纪发现了第一、二个“完全数”6 和 28，进一步研究发现后续三个完全数”分别为 496，8128，33550336，现将这五个“完全数”随机分为两组，一组 2 个，另一组 3 个，则 6 和 28 不在同一组的概率为（　　）

A． $\frac{1}{5}$　　**B．** $\frac{2}{5}$　　**C．** $\frac{3}{5}$　　**D．** $\frac{4}{5}$

7．函数 f(x)＝sin(wx＋ϕ)(w＞0，$|\phi|<\frac{\pi}{2}$)的最小正周期是 π，若将该函数的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$

个单位后得到的函数图象关于直线 x＝$\frac{\pi}{2}$对称，则函数 f(x)的解析式为（　　）

A．f(x)＝sin(2x＋$\frac{\pi}{3}$)　　B．f(x)＝sin(2x－$\frac{\pi}{3}$)

C．f(x)＝sin(2x＋$\frac{\pi}{6}$)　　D．f(x)＝sin(2x－$\frac{\pi}{6}$)

8．已知 *a*，*b* 是两条不同的直线，*α*，*β* 是两个不同的平面，且$a \subset \beta$，$\alpha \cap \beta = b$，则“$a//\alpha$”是“$a//b$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

9．已知F为抛物线$y^2 = 4x$的焦点，点A在抛物线上，且$|AF| = 5$，过点F的动直线l与抛物线B,C交于两点，O为坐标原点，抛物线的准线与x轴的交点为M.给出下列四个命题：

①在抛物线上满足条件的点A仅有一个；

②若P是抛物线准线上一动点，则$|PA|+|PO|$的最小值为$2\sqrt{13}$；

③无论过点F的直线l在什么位置，总有$\angle OMB = \angle OMC$；

④若点C在抛物线准线上的射影为D，则三点B、O、D在同一条直线上.

其中所有正确命题的个数为（　　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

10．下列函数中，在定义域上单调递增，且值域为$[0,+\infty)$的是（　　）

A．$y = |\lg(x+1)|$　　B．$y = x^{\frac{1}{2}}$　　C．$y = 2^x$　　D．$y = \ln|x|$

11．在ΔABC中，点 *D* 是线段 *BC* 上任意一点，$2\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{BM} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$，则$\lambda + \mu =$（　　）

A．$-\frac{1}{2}$　　B．-2　　C．$\frac{1}{2}$　　D．2

12．已知$a,b \in \mathbf{R}$，函数$f(x) = \begin{cases} x, x < 0 \\ \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(a+1)x^2 + ax, x \geq 0 \end{cases}$，若函数$y = f(x) - ax - b$恰有三个零点，则（　）

A．$a < -1, b < 0$　　B．$a < -1, b > 0$

C．$a > -1, b < 0$　　D．$a > -1, b > 0$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．某次足球比赛中，A，B，C，D四支球队进入了半决赛.半决赛中，A对阵C，B对阵D，获胜的两队进入决赛争夺冠军，失利的两队争夺季军.已知他们之间相互获胜的概率如下表所示.

	A	B	C	D
A获胜概率	—	0.4	0.3	0.8

B 获胜概率	**0.6**	—	**0.7**	**0.5**
C 获胜概率	**0.7**	**0.3**	—	**0.3**
D 获胜概率	**0.2**	**0.5**	**0.7**	—

则 A 队获得冠军的概率为_____.

14．已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，且满足$S_n=a_{n+1}$，则数列$\{S_n\}$的前 10 项的和为_____.

15．正四面体$ABCD$的一个顶点A是圆柱OA上底面的圆心，另外三个顶点BCD圆柱下底面的圆周上，记正四面体$ABCD$的体积为V_1，圆柱OA的体积为V_2，则$\dfrac{V_1}{V_2}$的值是_____.

16．已知$x=0$是函数$f(x)=x(ax-\tan x)$的极大值点，则a的取值范围是_____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

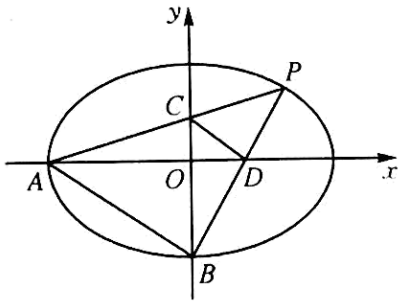
17．（12 分）已知函数 f(x）=xlnx，g(x)=$\dfrac{-x^2+ax-3}{2}$，

（1）求 f(x)的最小值；

（2）对任意$x\in(0,+\infty)$，$f(x)\geq g(x)$都有恒成立，求实数 a 的取值范围；

（3）证明：对一切$x\in(0,+\infty)$，都有$\ln x>\dfrac{1}{e^x}-\dfrac{2}{ex}$成立.

18．（12 分）已知椭圆$E:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，且过点$(\dfrac{\sqrt{7}}{2},\dfrac{3}{4})$，点$P$在第一象限，$A$为左顶点，$B$为下顶点，$PA$交$y$轴于点$C$，$PB$交$x$轴于点$D$.



（1）求椭圆E的标准方程；

（2）若$CD//AB$，求点P的坐标.

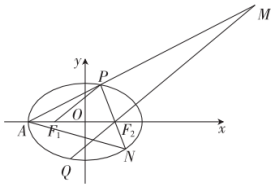
19．（12 分）设$\triangle ABC$的内角A、B、C的对边长分别为a、b、c.设S为$\triangle ABC$的面积，满足

$S=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(a^2+c^2-b^2\right)$.

(1)求 B；

(2)若 $b=\sqrt{3}$，求 $\left(\sqrt{3}-1\right)a+2c$ 的最大值.

20.（12 分）已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左顶点为 A，左、右焦点分别为 F_1,F_2，离心率为 $\dfrac{1}{2}$，P 是椭圆上的一个动点（不与左、右顶点重合），且 $\triangle PF_1F_2$ 的周长为 6，点 P 关于原点的对称点为 Q，直线 AP,QF_2 交于点 M.

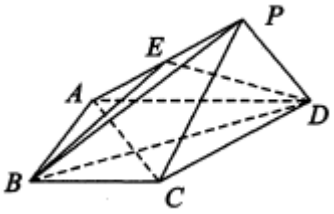


（1）求椭圆方程；

（2）若直线 PF_2 与椭圆交于另一点 N，且 $S_{\triangle AF_2M}=4S_{\triangle AF_2N}$，求点 P 的坐标.

21.（12 分）在极坐标系中，直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\dfrac{\pi}{3}\left(\rho\in R\right)$，以极点为原点，极轴为 x 轴的正半轴建立平面直角坐标系，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=3\cos\alpha,\\ y=1+\cos 2\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），求直线 l 与曲线 C 的交点 P 的直角坐标.

22.（10 分）如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是直角梯形，$AD//BC$，$AB\perp AD$，$AD=2AB=2BC=2$，ΔPCD 是正三角形，$PC\perp AC$，E 是 PA 的中点.



（1）证明：$AC\perp BE$；

（2）求直线 BP 与平面 BDE 所成角的正弦值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、D

【解析】

因为 $A=\{x\,|\,x^2<1\}=\{x\,|\,-1<x<1\}$，$B=\{x\,|\,\log_2 x<1\}=\{x\,|\,0<x<2\}$，所以 $A\cap B=\{x\,|\,0<x<1\}$，

$A\cup B=\{x\,|\,-1<x<2\}$，故选 D.

2、B

【解析】

由线面关系可知 $m\perp n$，不能确定 n 与平面 α 的关系，若 $n//\alpha$ 一定可得 $m\perp n$，即可求出答案.

【详解】

$\because m\perp\alpha, m\perp n$，

不能确定 $n\subset\alpha$ 还是 $n\not\subset\alpha$，

$\therefore m\perp n$ ¿ $n//\alpha$，

当 $n//\alpha$ 时，存在 $a\subset\alpha$， $n//a,$，

由 $m\perp\alpha\Rightarrow m\perp a,$

又 $n//a,$ 可得 $m\perp n$，

所以“$m\perp n$”是“$n//\alpha$”的必要不充分条件，

故选：*B*

【点睛】

本题主要考查了必要不充分条件，线面垂直，线线垂直的判定，属于中档题.

3、B

【解析】

由于 A_n, B_n 到直线 $x+\sqrt{3}y+n(n+1)=0$ 的距离和等于 A_n, B_n 中点到此直线距离的二倍，所以只需求 A_n, B_n 中点到此直线距离的最大值即可。再得到 A_n, B_n 中点的轨迹是圆，再通过此圆的圆心到直线距离，半径和 A_n, B_n 中点到此直线距离的最大值的关系可以求出 a_n。再通过裂项的方法求 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和，即可通过不等式来求解 m 的取值范围.

【详解】

由 $\overrightarrow{OA_n}\cdot\overrightarrow{OB_n}=-\frac{n^2}{2}$，得 $n\cdot n\cdot\cos\angle A_nOB_n=-\frac{n^2}{2}$，$\therefore\angle A_nOB_n=120^\circ$.设线段 A_nB_n 的中点 C_n，则 $|OC_n|=\frac{n}{2}$，$\therefore C_n$

在圆 $x^2+y^2=\frac{n^2}{4}$ 上，A_nB_n 到直线 $x+\sqrt{3}y+n(n+1)=0$ 的距离之和等于点 C_n 到该直线的距离的两倍，点 C_n 到直线距离的最大值为圆心到直线的距离与圆的半径之和，而圆 $x^2+y^2=\frac{n^2}{4}$ 的圆心 $(0,0)$ 到直线 $x+\sqrt{3}y+n(n+1)=0$ 的距离为 $d=\frac{|n(n+1)|}{\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}}=\frac{n(n+1)}{2}$，$\therefore a_n=2\left[\frac{n(n+1)}{2}+\frac{n}{2}\right]=n^2+2n$，$\therefore \frac{1}{a_n}=\frac{1}{n^2+2n}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)$，

$$\therefore S_n=\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}+\cdots+\frac{1}{a_n}=\frac{1}{2}\left[\left(1-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)\right]=\frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}-\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)<\frac{3}{4}.$$

$\therefore m\geq\frac{3}{4}$.

故选：B

【点睛】

本题考查了向量数量积，点到直线的距离，数列求和等知识，是一道不错的综合题.

4、A

【解析】

首先判断 a,b,c 和 1 的大小关系，再由换底公式和对数函数 $y=\ln x$ 的单调性判断 b,c 的大小即可.

【详解】

因为 $a=\ln 3>\ln e>1$，$b=\log_3 e=\frac{1}{\ln 3},c=\log_\pi e=\frac{1}{\ln\pi}$，$1<\ln 3<\ln\pi$，所以 $c<b<1$，综上可得 $c<b<a$.

故选：A

【点睛】

本题考查了换底公式和对数函数的单调性，考查了推理能力与计算能力，属于基础题.

5、C

【解析】

利用诱导公式得 $\cos(2019\pi+\alpha)=-\cos\alpha$，$\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=\cos 2\alpha$，再利用倍角公式，即可得答案.

【详解】

由 $\cos(2019\pi+\alpha)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$ 可得 $\cos(\pi+\alpha)=-\frac{\sqrt{2}}{3}$，$\therefore\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

$$\therefore\sin(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1=2\times\frac{2}{9}-1=-\frac{5}{9}.$$

故选：C.

【点睛】

本题考查诱导公式、倍角公式，考查函数与方程思想、转化与化归思想，考查逻辑推理能力和运算求解能力，求解时注意三角函数的符号.

6、C

【解析】

先求出五个“完全数”随机分为两组，一组 2 个，另一组 3 个的基本事件总数为$C_5^2=10$，再求出 6 和 28 恰好在同一组包含的基本事件个数，根据即可求出 6 和 28 不在同一组的概率.

【详解】

解：根据题意，将五个“完全数”随机分为两组，一组 2 个，另一组 3 个，

则基本事件总数为$C_5^2=10$，

则 6 和 28 恰好在同一组包含的基本事件个数$C_2^2+C_3^1=4$，

∴6 和 28 不在同一组的概率$P=\dfrac{10-4}{10}=\dfrac{3}{5}$.

故选：C.

【点睛】

本题考查古典概型的概率的求法，涉及实际问题中组合数的应用.

7、D

【解析】

由函数的周期求得$w=2$，再由平移后的函数图像关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称，得到$2\times\dfrac{\pi}{2}+\varphi-\dfrac{\pi}{3}=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，由此求得满足条件的$\varphi$的值，即可求得答案.

【详解】

分析：由函数的周期求得$\omega=2$，再由平移后的函数图像关于直线$x=\dfrac{\pi}{2}$对称，得到$2\times\dfrac{\pi}{2}+\varphi-\dfrac{\pi}{3}=k\pi+\dfrac{\pi}{2}$，由此求得满足条件的$\varphi$的值，即可求得答案.

详解：因为函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$的最小正周期是$\pi$，

所以$\dfrac{2\pi}{\omega}=\pi$，解得$\omega=2$，所以$f(x)=\sin(2x+\varphi)$，

将该函数的图像向右平移$\dfrac{\pi}{6}$个单位后，

得到图像所对应的函数解析式为$y=\sin\left[2\left(x-\dfrac{\pi}{6}\right)+\varphi\right]=\sin\left(2x+\varphi-\dfrac{\pi}{3}\right)$，

由此函数图像关于直线$\mathrm{x}=\frac{\pi}{2}$对称，得：

$2\times\frac{\pi}{2}+\varphi-\frac{\pi}{3}=\mathrm{k}\pi+\frac{\pi}{2}$，即$\varphi=\mathrm{k}\pi-\frac{\pi}{6},\mathrm{k}\in\mathrm{Z}$，

取$\mathrm{k}=0$，得$\varphi=-\frac{\pi}{6}$，满足$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，

所以函数$\mathrm{f}(\mathrm{x})$的解析式为$\mathrm{f}(\mathrm{x})=\sin\left(2\mathrm{x}-\frac{\pi}{6}\right)$，故选 **D.**

【点睛】

本题主要考查了三角函数的图象变换，以及函数的解析式的求解，其中解答中根据三角函数的图象变换得到$y=\sin(2x+\varphi-\frac{\pi}{3})$，再根据三角函数的性质求解是解答的关键，着重考查了推理与运算能力.

8、**C**

【解析】

根据线面平行的性质定理和判定定理判断$a//\alpha$与$\alpha//b$的关系即可得到答案.

【详解】

若$a//\alpha$，根据线面平行的性质定理，可得$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$；

若$\boldsymbol{a}//\boldsymbol{b}$，根据线面平行的判定定理，可得$a//\alpha$.

故选：**C.**

【点睛】

本题主要考查了线面平行的性质定理和判定定理，属于基础题.

9、**C**

【解析】

①：由抛物线的定义可知$|AF|=a+1=5$，从而可求A的坐标；②：做A关于准线$x=-1$的对称点为A'，通过分析可知当A',P,O三点共线时$|PA|+|PO|$取最小值，由两点间的距离公式，可求此时最小值$|A'O|$；③：设出直线l方程，联立直线与抛物线方程，结合韦达定理，可知焦点坐标的关系，进而可求$k_{MB}+k_{MC}=0$，从而可判断出$\angle OMB,\angle OMC$的关系；④：计算直线OD,OB的斜率之差，可得两直线斜率相等，进而可判断三点B、O、D在同一条直线上.

【详解】

解：对于①，设$A(a,b)$，由抛物线的方程得$F(1,0)$，则$|AF|=a+1=5$， 故$a=4$，

所以$A(4,4)$或$(4,-4)$，所以满足条件的点A有二个，故①不正确；

对于②，不妨设 $A(4,4)$，则 A 关于准线 $x=-1$ 的对称点为 $A'(-6,4)$，

故 $|PA|+|OP|=|PA'|+|OP|\geq|A'O|=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$，

当且仅当 A',P,O 三点共线时等号成立，故②正确；

对于③，由题意知，$M(-1,0)$，且 l 的斜率不为 0，则设 l 方程为：$x=my+1(m\neq 0)$，

设 l 与抛物线的交点坐标为 $B(x_1,y_1),C(x_2,y_2)$，联立直线与抛物线的方程为，

$\begin{cases}x=my+1\\ y^2=4x\end{cases}$，整理得 $y^2-4my-4=0$，则 $y_1+y_2=4m,y_1y_2=-4$，所以

$x_1+x_2=4m^2+2$，$x_1x_2=(my_1+1)(my_2+1)=-4m^2+4m^2+1=1$

则 $k_{MB}+k_{MC}=\frac{y_1}{x_1+1}+\frac{y_2}{x_2+1}=\frac{y_1(x_2+1)+y_2(x_1+1)}{(x_1+1)(x_2+1)}=\frac{2y_1+2y_2+2my_1y_2}{x_1+x_2+x_1x_2+1}$

$=\frac{2\times 4m-2m\times 4}{4m^2+2+1+1}=0$.故 MB,MC 的倾斜角互补，所以 $\angle OMB=\angle OMC$，故③正确.

对于④，由题意知 $D(-1,y_2)$，由③知，$y_1+y_2=4m,y_1y_2=-4$

则 $k_{OB}=\frac{y_1}{x_1}=\frac{4}{y_1},k_{OD}=-y_2$，由 $k_{OB}-k_{OD}=\frac{4}{y_1}+y_2=\frac{4+y_1y_2}{y_1}=0$，

知 $k_{OB}=k_{OD}$，即三点 B、O、D 在同一条直线上，故④正确.

故选:C.

【点睛】

本题考查了抛物线的定义，考查了直线与抛物线的位置关系，考查了抛物线的性质，考查了直线方程，考查了两点的斜率公式.本题的难点在于第二个命题，结合初中的“饮马问题”分析出何时取最小值.

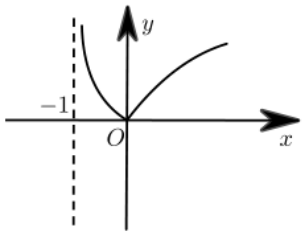
10、B

【解析】

分别作出各个选项中的函数的图象，根据图象观察可得结果.

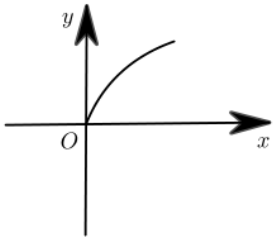
【详解】

对于 A，$y=|\lg(x+1)|$ 图象如下图所示：



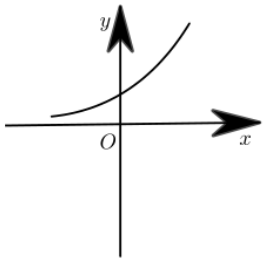
则函数 $y=\left|\lg(x+1)\right|$ 在定义域上不单调， A 错误；

对于 B， $y=x^{\frac{1}{2}}=\sqrt{x}$ 的图象如下图所示：



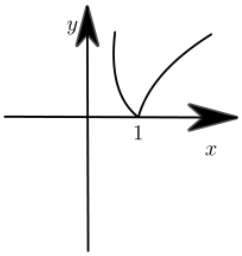
则 $y=\sqrt{x}$ 在定义域上单调递增，且值域为 $[0,+\infty)$， B 正确；

对于 C， $y=2^{x}$ 的图象如下图所示：



则函数 $y=2^{x}$ 单调递增，但值域为 $(0,+\infty)$， C 错误；

对于 D， $y=\ln\left|x\right|$ 的图象如下图所示：



则函数 $y=\ln\left|x\right|$ 在定义域上不单调， D 错误.

故选： B .

【点睛】

本题考查函数单调性和值域的判断问题，属于基础题.

11、A

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/467201114154006141