

专题 02 分式的乘法和除法压轴题六种模型全攻略



【考点导航】

目录

【典型例题】	1
【考点一 分式乘法】	1
【考点二 分式除法】	2
【考点三 分式乘除混合运算】	4
【考点四 分式乘方】	5
【考点五 含乘方的分式乘除混合运算】	7
【考点六 分式乘除混合运算中化简求值】	8
【过关检测】	10



【典型例题】

【考点一 分式乘法】

例题：（2023·浙江温州·温州市第八中学校考三模）计算： $\frac{x^2+xy}{xy} \cdot \frac{y^2}{x+y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 y

【分析】 通过提公因式法，约分化简即可.

【详解】 解：原式 $= \frac{x(x+y)}{xy} \cdot \frac{y^2}{x+y} = y$

故答案为： y .

【点睛】 本题主要考查的是分式化简，掌握提公因式法是解题的关键.

【变式训练】

1. （2023·青海西宁·统考二模）计算： $\frac{4x}{3y} \cdot \frac{y}{2x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{2}{3x^2}$

【分析】 根据分式的乘法运算法则即可解答.

【详解】 解： $\frac{4x}{3y} \cdot \frac{y}{2x^3} = \frac{4xy}{6x^3y} = \frac{2}{3x^2}$,

故答案为 $\frac{2}{3x^2}$;

【点睛】本题考查了分式的乘法运算法则，熟记分式的乘法运算法则是解题的关键.

2. (2023 春·浙江·七年级专题练习) 计算: $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\frac{x+3}{x+2}$

【分析】根据分式的乘法计算法则求解即可.

【详解】解: $\frac{x^2+6x+9}{x^2-9} \cdot \frac{x-3}{x+2}$
 $= \frac{(x+3)^2}{(x+3)(x-3)} \cdot \frac{x-3}{x+2}$
 $= \frac{x+3}{x+2},$

故答案为: $\frac{x+3}{x+2}$.

【点睛】本题主要考查了分式的乘法，熟知相关计算法则是解题的关键.

【考点二 分式除法】

例题: (2023 秋·八年级课时练习) 计算: (1) $\frac{2}{m^2-m} \div \frac{1}{m-1} = \underline{\hspace{2cm}}$; (2) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x^2-x}{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 $\frac{2}{m}$ $\frac{1}{x}$

【分析】根据分式的除法计算法则求解即可.

【详解】解: (1) $\frac{2}{m^2-m} \div \frac{1}{m-1}$
 $= \frac{2}{m(m-1)} \cdot \frac{m-1}{1}$
 $= \frac{2}{m},$

故答案为: $\frac{2}{m}$;

(2) $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \div \frac{x^2-x}{x+1}$
 $= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \div \frac{x(x-1)}{x+1}$

$$= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)}$$

$$= \frac{1}{x},$$

故答案为: $\frac{1}{x}$.

【点睛】本题主要考查了分式的除法计算, 正确计算是解题的关键.

【变式训练】

1. (2023·广东汕头·校联考二模) 把式子 $\frac{x-1}{x-3} \div \frac{x^2-1}{x^2-6x+9}$ 化到最简其结果为_____.

【答案】 $\frac{x-3}{x+1}$

【分析】第二个分式的分子和分母先分解因式, 再化除法为乘法, 然后约分即可.

【详解】解: $\frac{x-1}{x-3} \div \frac{x^2-1}{x^2-6x+9}$

$$= \frac{x-1}{x-3} \div \frac{(x-1)(x+1)}{(x-3)^2}$$

$$= \frac{x-1}{x-3} \times \frac{(x-3)^2}{(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{x-3}{x+1};$$

故答案为: $\frac{x-3}{x+1}$.

【点睛】本题考查了分式的乘除, 熟练掌握运算法则、正确计算是解题的关键.

2. (2023 春·全国·八年级专题练习) 计算 $\frac{x^2+6x+9}{x^2+3x} \div \frac{x^2-9}{3x^2}$ 的结果是_____.

【答案】 $\frac{3x}{x-3}$

【分析】利用分式的除法运算法则计算即可得到结果.

【详解】解: $\frac{x^2+6x+9}{x^2+3x} \div \frac{x^2-9}{3x^2}$

$$= \frac{(x+3)^2}{x(x+3)} \cdot \frac{3x^2}{(x+3)(x-3)}$$

$$= \frac{3x}{x-3},$$

故答案为: $\frac{3x}{x-3}$.

【点睛】此题考查了分式的除法，熟练掌握分式的除法运算是解本题的关键.

【考点三 分式乘除混合运算】

例题：（2023 春·全国·八年级阶段练习）计算： $8x^2y^4 \cdot (-\frac{3x}{4y^3}) \div (-\frac{x^2y}{2})$.

【答案】 $12x$

【分析】根据分式乘除法进行计算即可求解.

【详解】 $8x^2y^4 \cdot (-\frac{3x}{4y^3}) \div (-\frac{x^2y}{2})$
 $= 8x^2y^4 \cdot \frac{3x}{4y^3} \cdot \frac{2}{x^2y}$
 $= 12x$.

【点睛】本题考查了分式乘除法运算，熟练掌握分式的乘法运算是解题的关键.

【变式训练】

1. （2023 春·全国·八年级专题练习）计算： $\frac{x}{x^2-y^2} \div \frac{1}{2x-2y} \cdot \frac{x+y}{x}$.

【答案】2

【分析】根据平方差公式和分式乘除法则求解即可.

【详解】解：原式 $= \frac{x}{(x+y)(x-y)} \cdot 2(x-y) \cdot \frac{x+y}{x} = 2$.

【点睛】本题主要考查了利用平方差公式进行运算以及分式乘除混合运算，熟练掌握相关运算法则是解题关键.

2. （2023 秋·八年级课时练习）计算：

(1) $\frac{a^2-16}{a^2+2a-8} \div (a-2) \cdot \frac{a^2+4-4a}{a-2}$; (2) $\frac{6-5x+x^2}{x^2-16} \div \frac{x-3}{4-x} \cdot \frac{x^2+5x+4}{4-x^2}$.

【答案】(1) $\frac{a-4}{a-2}$

(2) $\frac{x+1}{x+2}$

【分析】(1) 根据平方差公式，十字相乘法，完全平方公式等进行分解因式，再计算；

(2) 根据平方差公式，十字相乘法，完全平方公式等进行分解因式，再计算.

【详解】(1) 原式 $= \frac{(a+4)(a-4)}{(a+4)(a-2)} \cdot \frac{1}{a-2} \cdot \frac{(a-2)^2}{a-2}$
 $= \frac{a-4}{a-2}$.

$$\begin{aligned}
 (2) \text{ 原式} &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+4)(x-4)} \cdot \frac{4-x}{x-3} \cdot \frac{(x+1)(x+4)}{(2+x)(2-x)} \\
 &= \frac{x+1}{x+2}.
 \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了分式的乘除混合运算，正确分解因式是关键，属于基础题.

【考点四 分式乘方】

例题：（2023·全国·九年级专题练习）计算 $(\frac{2x^3y}{z})^2 \cdot (\frac{xz}{y}) \cdot (-\frac{yz}{2x^2})^3$.

【答案】 $-\frac{xy^4z^2}{2}$

【分析】根据幂的乘方法则和积的乘方法则先算乘方，然后再算乘法即可.

【详解】解：原式 $= \frac{4x^6y^2}{z^2} \cdot \frac{xz}{y} \cdot (-\frac{y^3z^3}{8x^6})$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4x^7y}{z} \cdot (-\frac{y^3z^3}{8x^6}) \\
 &= -\frac{xy^4z^2}{2}.
 \end{aligned}$$

【点睛】本题考查分式的乘法运算，掌握幂的乘方 $(a^m)^n = a^{mn}$ ，积的乘方运算法则 $(ab)^n = a^n b^n$ 是解题关键.

【变式训练】

1. （2023 春·江苏·八年级期中）计算：（1） $(-\frac{a^2b}{c})^2 \cdot (-c^2)^2 \div (\frac{bc}{a})^4$ ； （2） $\frac{a^2}{a-1} - a - 1$.

【答案】（1） $\frac{a^8}{b^2c^2}$ ；（2） $\frac{1}{a-1}$.

【分析】（1）先计算分式的乘方，幂的乘方，再算分式的乘除，最后化为最简分式；

（2）先通分，利用公式展开，再合并同类项.

【详解】解：（1） $(-\frac{a^2b}{c})^2 \cdot (-c^2)^2 \div (\frac{bc}{a})^4$ ；

$$\begin{aligned}
 &= \frac{a^4b^2}{c^2} \cdot c^4 \div \left(\frac{b^4c^4}{a^4}\right), \\
 &= \frac{a^4b^2}{c^2} \cdot c^4 \cdot \frac{a^4}{b^4c^4}, \\
 &= \frac{a^8}{b^2c^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (2) \frac{a^2}{a-1} - a - 1, \\
 &= \frac{a^2}{a-1} - (a+1), \\
 &= \frac{a^2}{a-1} - \frac{(a+1)(a-1)}{a-1}, \\
 &= \frac{a^2 - a^2 + 1}{a-1}, \\
 &= \frac{1}{a-1}.
 \end{aligned}$$

【点睛】本题考查分式的加减，分式的乘方，幂的乘方，分式乘除混合运算，掌握分式的加减，分式的乘方，幂的乘方，分式乘除混合运算是解题关键.

2. (2023 秋·八年级课时练习) 计算:

$$\begin{aligned}
 (1) & \left(-\frac{2b^2}{a^3}\right)^3 & (2) & \left(\frac{c^3}{a^2b}\right)^2 \div \left(\frac{c^4}{a^3b}\right)^2 \div \left(\frac{a}{c}\right)^4 \\
 (3) & \left(-\frac{a^2}{b^{n+1}}\right)^2; & (4) & \left(\frac{a-b}{ab}\right)^2 \cdot \left(\frac{-a}{b-a}\right)^3 \cdot (a^2 - b^2).
 \end{aligned}$$

【答案】(1) $-\frac{8b^6}{a^9}$

(2) $\frac{c^2}{a^2}$

(3) $\frac{a^4}{b^{2n+2}}$

(4) $\frac{a(a+b)}{b^2}$

【分析】(1) 根据分式的乘方运算法则计算即可;

(2) 先计算分式的乘方, 再计算分式的除法;

(3) 根据分式的乘方运算法则计算即可;

(4) 先计算分式的乘方, 再计算分式的乘法.

【详解】(1) 解: $\left(-\frac{2b^2}{a^3}\right)^3 = -\frac{8b^6}{a^9}.$

(2) 解: $\left(\frac{c^3}{a^2b}\right)^2 \div \left(\frac{c^4}{a^3b}\right)^2 \div \left(\frac{a}{c}\right)^4 = \frac{c^6}{a^4b^2} \cdot \frac{a^6b^2}{c^8} \cdot \frac{c^4}{a^4} = \frac{c^2}{a^2}.$

$$(3) \text{ 解: } \left(-\frac{a^2}{b^{n+1}}\right)^2 = \frac{a^4}{b^{2n+2}}.$$

$$(4) \text{ 解: } \left(\frac{a-b}{ab}\right)^2 \cdot \left(\frac{-a}{b-a}\right)^3 \cdot (a^2-b^2) = \frac{(a-b)^2}{a^2b^2} \cdot \frac{-a^3}{-(a-b)^3} \cdot (a-b)(a+b) = \frac{a(a+b)}{b^2}.$$

【点睛】本题考查了分式的运算，熟练掌握分式的乘方运算法则和分式的乘除运算法则是解题的关键.

【考点五 含乘方的分式乘除混合运算】

例题：（2023 春·全国·八年级专题练习）计算： $\left(-\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(-\frac{y}{x}\right)^3 \div \left(\frac{1}{xy}\right)^2$

【答案】 $-xy^3$

【分析】先计算乘方运算，再把除法运算转化为乘法运算，然后约分即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & \left(-\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(-\frac{y}{x}\right)^3 \div \left(\frac{1}{xy}\right)^2 \\ &= \frac{x^2}{y^2} \cdot \left(-\frac{y^3}{x^3}\right) \div \frac{1}{x^2y^2} \\ &= \frac{x^2}{y^2} \cdot \left(-\frac{y^3}{x^3}\right) \cdot x^2y^2 \\ &= -xy^3 \end{aligned}$$

【点睛】本题考查了含乘方的分式乘除法，解本题的关键在熟练掌握其运算法则.

【变式训练】

1. （2023 春·全国·八年级专题练习）计算：

$$(1) 4a^2b \div \left(-\frac{a}{2b}\right)^2 \cdot \left(-\frac{b}{8a}\right); \quad (2) \frac{2x-6}{x^2-4x+4} \cdot \frac{3-x}{x^2+6x+9} \cdot \frac{2-x}{x+3}.$$

$$\text{【答案】 (1) } \frac{-2b^4}{a}$$

$$(2) \frac{2(x+3)}{x-2}$$

【分析】（1）先将除法转化为乘法，再约分即可得出答案；

（2）先利用完全平方公式整理，将除法化为乘法，最后约分即可得出答案.

$$\text{【详解】 (1) } 4a^2b \div \left(-\frac{a}{2b}\right)^2 \cdot \left(-\frac{b}{8a}\right) = 4a^2b \div \frac{a^2}{4b^2} \cdot \left(-\frac{b}{8a}\right) = 4a^2b \cdot \frac{4b^2}{a^2} \cdot \left(-\frac{b}{8a}\right) = \frac{-2b^4}{a}$$

$$(2) \frac{2x-6}{x^2-4x+4} \cdot \frac{3-x}{x^2+6x+9} \times \frac{2-x}{x+3} = \frac{2(x-3)}{(x-2)^2} \cdot \frac{(x+3)^2}{3-x} \cdot \frac{2-x}{x+3} = \frac{2(x+3)}{x-2}$$

【点睛】本题考查了分式的乘除，熟练掌握运算法则是解题的关键。

2. (2023 春·全国·八年级专题练习) 计算：

$$(1) \left(-\frac{b^2}{2a}\right) \div \left(-\frac{b}{a^2}\right)^3 \div \left(\frac{1}{ab}\right)^3;$$

$$(2) \left(\frac{a^2-b^2}{b}\right)^2 \div (a^2+ab)^2 \cdot \left(\frac{ab}{b-a}\right)^2;$$

$$(3) \frac{a+2}{a^2-2a+1} \cdot \frac{a^2-4a+4}{a+1} \div \frac{a^2-4}{a^2-1};$$

$$(4) \frac{x^2-1}{x^2+2x+1} \div \frac{2x^2-2}{4x^2+8x+4} \div (x-1)^2.$$

【答案】(1) $\frac{1}{2}a^8b^2$; (2) 1; (3) $\frac{a-2}{a-1}$; (4) $\frac{2}{(x-1)^2}$

【分析】(1) 先计算乘方，同时将除法化为乘法，再计算乘法；

(2) 先计算乘方，将除法化为乘法，再计算乘法；

(3) 先将除法化为乘法，将分子与分母分解因式，再计算乘法；

(4) 将分子与分母分解因式，除法化为乘法，计算乘法即可。

【详解】解：(1) 原式 $= \left(-\frac{b^2}{2a}\right) \times \left(-\frac{a^6}{b^3}\right) \times (a^3b^3) = \frac{1}{2}a^8b^2$;

(2) 原式 $= \frac{(a+b)^2(a-b)^2}{b^2} \cdot \frac{1}{a^2(a+b)^2} \cdot \frac{a^2b^2}{(a-b)^2} = 1$;

(3) 原式 $= \frac{a+2}{(a-1)^2} \cdot \frac{(a-2)^2}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a-2}{a-1}$;

(4) 原式 $= \frac{(x+1)(x-1)}{(x+1)^2} \cdot \frac{4(x+1)^2}{2(x+1)(x-1)} \cdot \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{2}{(x-1)^2}$.

【点睛】此题考查分式的计算，掌握分式的乘方计算法则，乘除法计算法则，因式分解的方法是解题的关键。

【考点六 分式乘除混合运算中化简求值】

例题：(2023 秋·广东肇庆·八年级统考期末) 先化简，再求值： $\frac{x^2-4x+4}{x-2} \div \frac{x^2-2x}{x+2}$ ，其中 $x = -5$ 。

【答案】 $1 + \frac{2}{x}, \frac{3}{5}$

【分析】将除法变成乘法，再算乘法，最后代入求出即可。

【详解】解： $\frac{x^2-4x+4}{x-2} \div \frac{x^2-2x}{x+2}$

$$= \frac{(x-2)^2}{x-2} \times \frac{x+2}{x(x-2)}$$

$$= 1 + \frac{2}{x}$$

$$\text{当 } x = -5 \text{ 时, 原式} = 1 + \frac{2}{-5} = \frac{3}{5}.$$

【点睛】本题考查了分式的除法运算，能正确根据分式的运算法则进行化简是解此题的关键。

【变式训练】

1. (2023 春·全国·八年级专题练习) 化简并求值： $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x^2-x} \div \left(\frac{1}{x}\right)^3$ ，其中 $x=3$ 。

【答案】 x^2 ，9

【分析】先对各分式进行因式分解，然后将除法变为乘法，进行化简，再将 $x=3$ 的值代入化简后的式子计算即可。

【详解】解： $\frac{x^2-2x+1}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x^2-x} \div \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$$= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)} \div \frac{1}{x^3}$$

$$= \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x+1}{x(x-1)} \cdot x^3$$

$$= x^2,$$

$$\because x=3,$$

$$\therefore \text{原式} = 3^2 = 9.$$

【点睛】本题考查分式的化简求值，解答本题的关键是明确分式乘除法的运算法则。

2. (2023 春·全国·八年级专题练习) 先化简，再求值： $\frac{m+1}{m+2} \div \frac{m^2+2m+1}{m^2-4}$ ，其中 $m=1$ 。

【答案】 $\frac{m-2}{m+1}$ ， $-\frac{1}{2}$

【分析】先利用分式的除法法则将原式变形，再利用分式的乘法法则进行化简，最后把 m 的值代入计算即可。

【详解】解： $\frac{m+1}{m+2} \div \frac{m^2+2m+1}{m^2-4}$

$$= \frac{m+1}{m+2} \cdot \frac{(m+2)(m-2)}{(m+1)^2}$$

$$= \frac{m-2}{m+1},$$

$$\text{当 } m=1 \text{ 时, 原式} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}.$$

【点睛】本题考查了分式的乘法、除法法则和求值. 能正确根据分式的乘除法法则进行化简是解题的关键.



【过关检测】

一、选择题

1. (2023 春·全国·八年级专题练习) 计算 $\left(\frac{a^2b}{a-b}\right)^3$ 的结果是 ()

A. $\frac{a^5b}{(a-b)^3}$ B. $\frac{a^6b^3}{a^3-b^3}$ C. $\frac{a^6b^3}{(a-b)^3}$ D. $\frac{a^5b^3}{a^3-b^3}$

【答案】C

【分析】利用乘方的意义计算即可得到结果.

【详解】解: $\left(\frac{a^2b}{a-b}\right)^3 = \frac{a^6b^3}{(a-b)^3},$

故选 C.

【点睛】本题考查了分式的乘方, 熟练掌握运算是解本题的关键.

2. (2023·山东济南·三模) 化简代数式 $\frac{a^2-1}{a+1} \div \frac{a-1}{2a+2}$ 计算的结果为 ()

A. $a+2$ B. $a+1$ C. $2a+2$ D. $(a-1)^2$

【答案】C

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/468003123047006074>