

专题 16 解答压轴题型：代数综合题

一. 解答题（共 27 小题）

1. (2022 春·海珠区期末) 若平面直角坐标系上点 $P(x, y)$ 的横、纵坐标满足关于 x, y 的方程组, 则称点 P 为该方程组的关联点, 如点 $N(2, 1)$ 为方程组 $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的关联点.

(1) 若点 $E(1, 2)$ 为关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 7x - 2y = a \\ 2x - by = 2 \end{cases}$ 的关联点, 则 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 已知点 $A(x, y)$ 为关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 7x + 2y = 1 \\ 2x - y = 3m - 2 \end{cases}$ 的关联点, 点 $B(x, y)$ 为关于 x, y 的方程组

$\begin{cases} 2x + y = -n + 3 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$ 的关联点; 若点 A 与点 B 重合, 求点 A 的坐标, 并求出 m, n 的值;

(3) 已知 $P(x, y)$ 为关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x + 2y = 3m - 2n - 5 \\ 2x - y = m + n - 10 \end{cases}$ 的关联点, 若点 P 在第二象限, 且符合条件的

所有整数 m 之和为 9, 求 n 的范围.

2. (2022 春·天河区期末) 先阅读材料, 后回答问题:

Q $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$, 即 $2 < \sqrt{7} < 3$,

$\therefore \sqrt{7}$ 的整数部分为 2.

若规定实数 m 的整数部分记为 $[m]$, 则有 $[\sqrt{7}] = 2$.

(1) 计算: ① $[\sqrt{40}] = \underline{\hspace{1cm}}$;

② $[10 - \sqrt{10}] = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 若 $|x| < [\sqrt{6}]$, 求满足该不等式的所有整数解.

3. (2022 春·越秀区校级期末) 对于实数 a, b , 定义 $\max\{a, b\}$ 的含义为:

当 $a \geq b$ 时, $\max\{a, b\} = a$;

当 $a < b$ 时, $\max\{a, b\} = b$.

例如: $\max\{2, -3\} = 2$, $\max\{-1, -1\} = -1$.

(1) $\max\{-5, 5\} = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 已知 $\max\{-2k+5, -1\} = -2k+5$, 求 k 的取值范围;

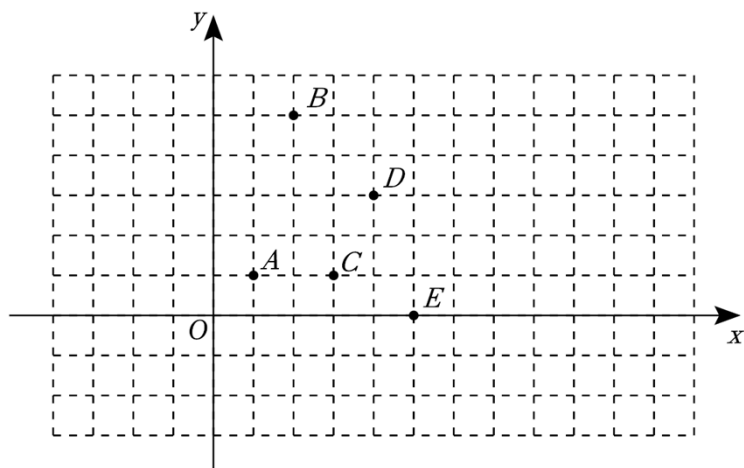
(3) 已知 $\max\{2x-3, -2x-1\} = 9$, 求 x 的值.

4. (2022 春·海淀区期末) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 $A(x_1, y_1)$, 点 $B(x_2, y_2)$, 定义 $|x_1 - x_2|$ 与 $|y_1 - y_2|$ 中的较大值为点 A, B 的“绝对距离”, 记为 $d(A, B)$. 特别地, 当 $|x_1 - x_2| = |y_1 - y_2|$ 时, 规定 $d(A, B) = |x_1 - x_2|$, 将平面内的一些点分为 I, II 两类, 每类至少包含两个点, 记第 I 任意两点的绝对距离的最大值为 d_1 , 第 II 类中任意两点的绝对距离的最大值为 d_2 , 称 d_1 与 d_2 的较大值为分类系数. 如图, 点 A, B, C, D, E 的横、纵坐标都是整数.

(1) 若将点 A, C 分为第 I 类, 点 B, D, E 分为第 II 类, 则 $d_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, $d_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, 因此, 这种分类方式的分类系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 将点 A, B, C, D, E 分为两类, 求分类系数 d 的最小值:

(3) 点 F 的坐标为 $(m, 2)$, 已知将 6 个点 A, B, C, D, E, F 分为两类的分类系数的最小值是 5, 直接写出 m 的取值范围.



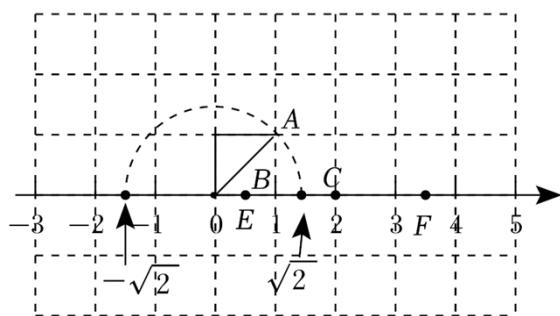
5. (2022 春·南沙区期末) 在学习了《实数》一章内容以后我们知道, 实数与数轴上的点是一一对应的. 如图, 我们想在数轴上找到与无理数 $\sqrt{2}$ 对应的点, 可以以单位长度为边长画一个正方形, 以原点为圆心, 正方形的对角线为半径画弧, 与正半轴的交点就表示 $\sqrt{2}$.

(1) 请写出一个大小在 2~3 之间的无理数: _____;

(2) 请参考上面的方法, 在数轴上找出表示无理数 $\sqrt{18}$ 的点 D ;

(3) 如图, 点 C 表示 2, $EC = CF$, 如果点 E 表示实数 a , 求点 F 表示的实数;

(4) 根据 (3) 的条件, 化简: $\sqrt{(a-2)^2} + |5+a|$.

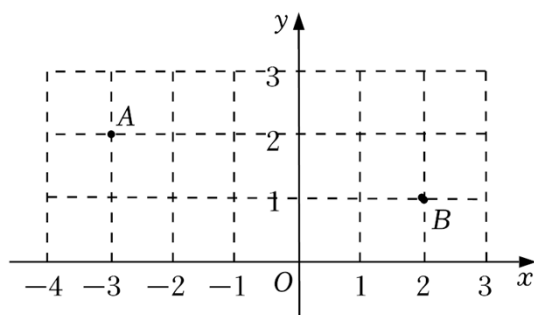


6. (2022 春·东城区期末) 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于任意两点 M, N , 给出如下定义: 点 M, N 的横坐标之差的绝对值与纵坐标之差的绝对值的和叫做这两点之间的“直角距离”, 记作: d_{MN} , 即点 $M(x_1, y_1)$ 与点 $N(x_2, y_2)$ 之间的“直角距离”为 $d_{MN} = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$. 已知点 $A(-3, 2)$, 点 $B(2, 1)$.

(1) A 与 B 两点之间的“直角距离” $d_{AB} =$ _____;

(2) 点 $C(0, t)$ 为 y 轴上的一个动点, 当 t 的取值范围是 _____ 时, $d_{AC} + d_{BC}$ 的值最小;

(3) 若动点 P 位于第二象限, 且满足 $d_{AP} \leq d_{BP}$, 请在图中画出点 P 的运动区域 (用阴影表示).



7. (2022 春•花都区期末) 读一读:

数形结合作为一种数学思想方法, 其应用大致又可分为两种情形: 或者借助于数的精确性来阐明形的某些属性, 或者借助形的几何直观性来阐明数之间某种关系, 即数形结合包括两个方面: 第一种情形是“以数解形”, 而第二种情形是“以形助数”. 例如: 在我们学习数轴的时候, 数轴上任意两点, A 表示的数为 a , B 表示的数为 b , 则 A, B 两点的距离可用式子 $|a-b|$ 表示, 例如: 5 和 -2 的距离可用 $|5-(-2)|$ 或 $|-2-5|$ 表示.

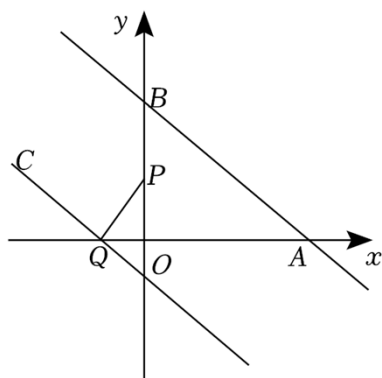
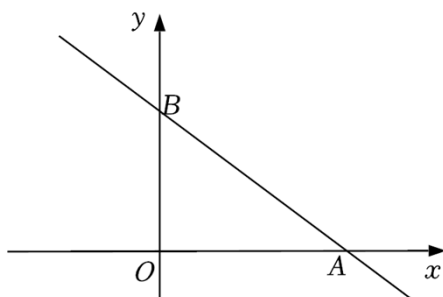
研一研:

如图, 在平面直角坐标系中, 直线 AB 分别与 x 轴正半轴、 y 轴正半轴交于点 $A(a, 0)$ 、点 $B(0, b)$, 且 a, b 满足 $(a-6)^2 + |b-4| = 0$.

(1) 直接写出以下点的坐标: $A(\underline{\hspace{1cm}}, 0)$, $B(0, \underline{\hspace{1cm}})$.

(2) 若点 P 、点 Q 分别是 y 轴正半轴 (不与 B 点重合)、 x 轴负半轴上的动点, 过 Q 作 $QC \parallel AB$, 连接 PQ . 已知 $\angle BAO = 34^\circ$ (近似值), 请探索 $\angle BPQ$ 与 $\angle PQC$ 之间的数量关系, 并说明理由.

(3) 已知点 $D(3, 2)$ 是线段 AB 的中点, 若点 H 为 y 轴上一点, 且 $S_{\triangle AHD} = \frac{2}{3}S_{\triangle AOB}$, 求点 H 的坐标.



备用图

8. (2022 春·增城区期末) 在平面直角坐标系中 (单位长度为 $1cm$)，已知点 $M(m,0)$ ， $N(n,0)$ ，且 $\sqrt{m+n-3}+|2m+6|=0$ 。

(1) 分别求 m ， n 的值；

(2) 若点 E 是第一象限内一点，且 $EN \perp x$ 轴，点 E 到 x 轴的距离为 4 ，过点 E 作 x 轴的平行线 a ，与 y 轴交于点 A ，点 P 从点 E 处出发，以每秒 $2cm$ 的速度沿直线 a 向左移动，点 Q 从原点 O 同时出发，以每秒 $1cm$ 的速度沿 x 轴向右移动。

①经过几秒时， PQ 平行于 y 轴？

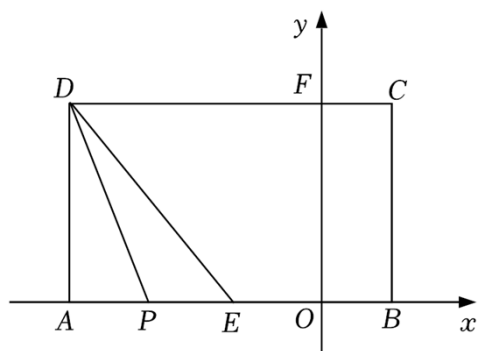
②若某一时刻以 A ， O ， Q ， P 为顶点的四边形的面积是 $10cm^2$ ，求此时点 P 的坐标。

9. (2022 春·如皋市期末) 如图，平面直角坐标系 xOy 中，长方形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上，顶点 A ， B ， C 的坐标分别为 $(-8, 0)$ ， $(2, 0)$ ， $(2, 3)$ ， E 为 AB 的中点， DC 交 y 轴于点 F 。动点 P 从点 E 出发，以每秒 2 个单位长度的速度，顺时针沿长方形 $ADFO$ 的边运动一周后回到点 E 。设点 P 运动时间为 t 秒，连接 PD ， DE 。

(1) 点 D 的坐标为 _____，点 E 的坐标为 _____；

(2) 当点 P 在线段 AO 上时，求 $\triangle DPE$ 的面积 (用含有 t 的式子表示)；

(3) 在点 P 运动过程中，当 $S_{\triangle PED} = \frac{1}{2}S_{\text{长方形}OBCF}$ 时，请直接写出 t 的值。

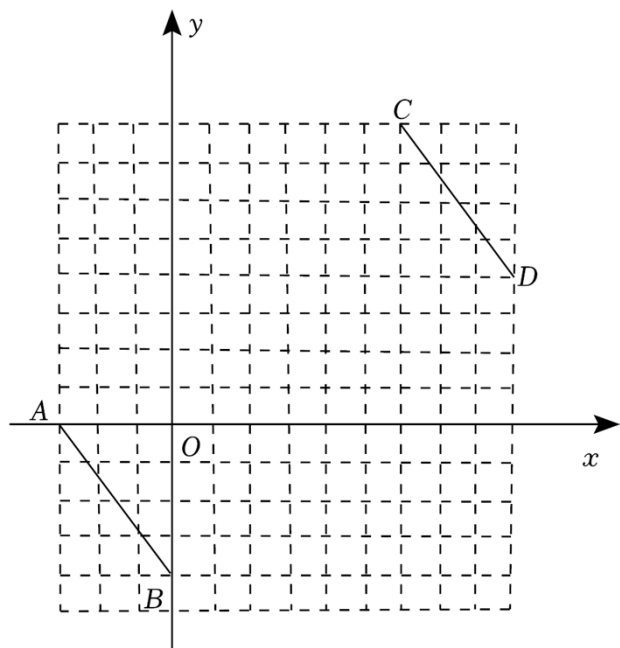


10. (2022 春•越秀区期末) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(a, 0)$, 点 $B(0, b)$, 且 $|a+3| + \sqrt{b+4} = 0$.

(1) 求点 A , 点 B 的坐标;

(2) 已知线段 AB 的长度为 5, 将线段 AB 平移后得到线段 CD , $C(6, m)$, $D(n, 4)$, 求点 B 到直线 CD 的距离;

(3) 在 (2) 的条件下, 点 M 是线段 CD 上一点, 过点 M 作 $MP \parallel y$ 轴, 交 x 轴于点 P , 延长线段 MP 至点 N , 且 $MP = PN$, 若三角形 NCD 的面积等于 15, 求点 N 的坐标.



11. (2022 春•天河区期末) 在平面直角坐标系中, 已知 $O(0, 0)$, $A(a, 0)$, $B(b, 0)$, $C(-2, 6)$, 且满足

$$|a+2| + (b-2)^2 = 0.$$

(1) 求三角形 ABC 的面积;

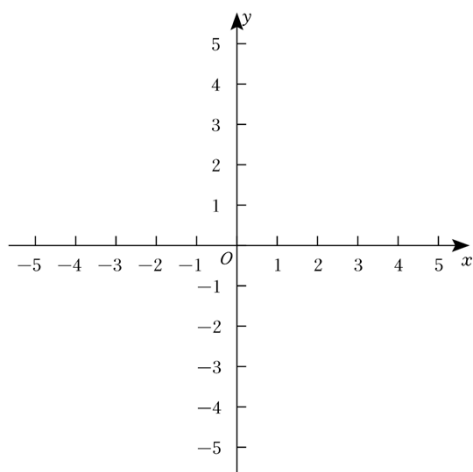
(2) 过点 A 作 CB 的平行线交 y 轴于点 D , $\angle ADO$ 和 $\angle ABC$ 的角平分线交于点 E , 求 $\angle BED$ 的度数;

(3) 在 y 轴上是否存在点 M , 使得三角形 BCM 的面积和三角形 ABC 的面积相等? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

12. (2022 春•武昌区期末) 在平面直角坐标系中, 已知点 $A(a,0)$, $B(0,b)$, 若 a, b 满足

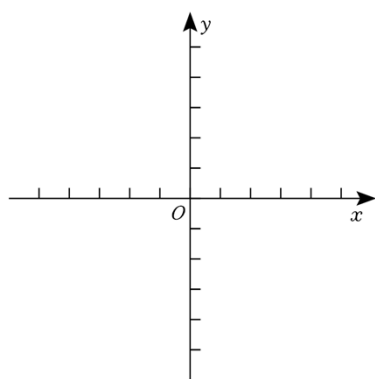
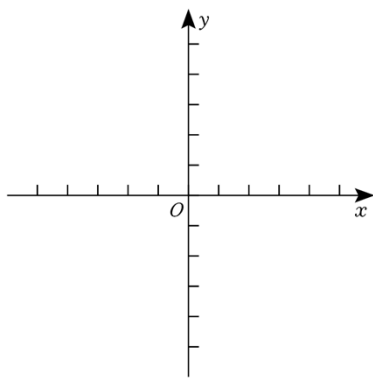
$$(a-b+6)^2 + |2a-3b+14| = 0.$$

- (1) 求点 A, B 的坐标;
- (2) 将线段 AB 向右平移 2 个单位至 CD , 线段 CD 与 y 轴交于点 E , 求点 E 的坐标;
- (3) 点 P 为直线 CD 上一动点, 连接 BC, PB , 若 $4, S_{\triangle BCP} < 6$, 则点 P 的横坐标 x_P 的取值范围是 ____.



13. (2022 春•荔湾区期末) 在平面直角坐标系中, 点 $A(a,1)$, $B(b,3)$ 满足关系式 $\sqrt{a+1} + |a+b-1| = 0$.

- (1) 求 a, b 的值;
- (2) 若点 $P(3,n)$ 满足三角形 ABP 的面积等于 3, 求 n 的值;
- (3) 点 $M(m,0)$ 在 x 轴上, 记三角形 ABM 的面积为 S , 若 $1 < S < 5$, 请直接写出 m 的取值范围.



14. (2022 春•硚口区期末) 在平面直角坐标系中, $A(a,0)$, $B(1,b)$, a, b 满足 $|a+b-1|+\sqrt{2a-b+10}=0$, 连接 AB 交 y 轴于 C .

(1) 直接写出 $a=$ ____, $b=$ ____;

(2) 如图 1, 点 P 是 y 轴上一点, 且三角形 ABP 的面积为 12, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 直线 BD 交 x 轴于 $D(4,0)$, 将直线 BD 平移经过点 A , 交 y 轴于 E , 点 $Q(x,y)$ 在直线 AE 上, 且三角形 ABQ 的面积不超过三角形 ABD 面积的 $\frac{1}{3}$, 求点 Q 横坐标 x 的取值范围.

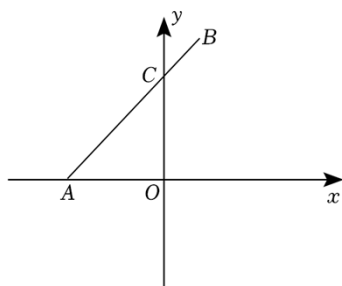


图1

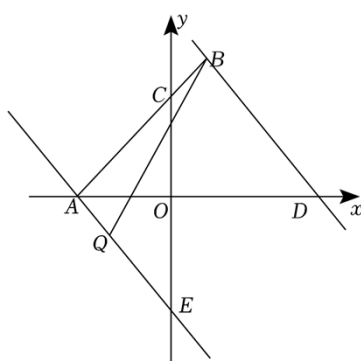


图2

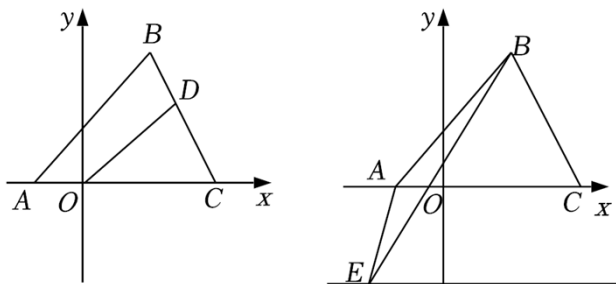
15. (2022 春•洪山区期末) 在平面直角坐标系中, 点 A, C 均在 x 轴上, 点 B 在第一象限, 直线 AB 上所有点的坐标 (x,y) 都是二元一次方程 $x-y=-2$ 的解, 直线 BC 上所有点的坐标 (x,y) 都是二元一次方程 $2x+y=8$ 的解.

(1) 求 B 点的坐标时, 小明是这样想的: 先设 B 点坐标为 (m,n) , 因为 B 点在直线 AB 上, 所以 (m,n) 是方程 $x-y=-2$ 的解; 又因为 B 点在直线 BC 上, 所以 (m,n) 也是方程 $2x+y=8$ 的解, 从而 m, n 满足

$\begin{cases} m-n=-2 \\ 2m+n=8 \end{cases}$. 据此可求出 B 点坐标为____, 再求出 A 点坐标为____; C 点坐标为____. (均直接写出结果)

(2) 若线段 BC 上存在一点 D , 使 $S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ (O 为原点), 求 D 点坐标;

(3) 点 $E(a,-3)$ 是坐标平面内的动点, 若满足 $S_{\triangle ABE} = \frac{1}{3} S_{\triangle ABC}$, 求 a 的取值范围.



备用图

16. (2022 春·武汉期末) 在平面直角坐标系中, $A(a,0)$, $B(b,b)$, $C(0,c)$. (其中 a, b, c 均为正数),

且 a, b, c 满足 $\begin{cases} 3a-b+2c=8 \\ a-2b-c=-9 \end{cases}$, 若 $\sqrt{b}$ 的算术平方根为 $\sqrt{2}$.

(1) 求 a, b, c 的值.

(2) 如图 1, 在第二象限内有一点 $P(m, \frac{1}{2})$, 若四边形 $ACPO$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积相等, 求不等式:

$\frac{x-3}{2} \dots \frac{2x-m}{3}$ 的解集.

(3) 如图 2, BO 平分 $\angle AOC$, 过点 C 作 $CD \parallel AB$ 交 BO 的延长线于点 D , AE 平分 $\angle BAX$, AE 的反向延长线交 BO 的延长线于点 F , 设 $\angle CDB = \alpha$, $\angle F = \beta$ (其中 α, β 均为锐角), 请直接写出:

$\frac{\alpha + 2\beta}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

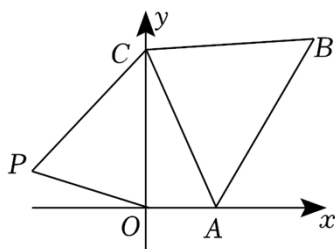


图1

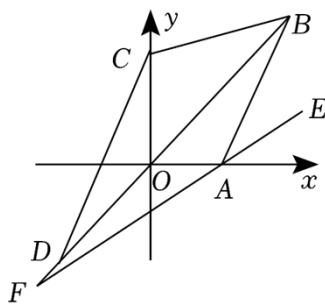


图2

17. (2022 春•和平区校级期末) 如图 1, 在平面直角坐标系中, $OA=2$, $OB=3$, 现同时将点 A , B 分别向上平移 2 个单位, 再向右平移 a 个单位, 分别得到点 A , B 的对应点 C , D , 且 C 点落在 y 轴上, 连接 AC , BD .

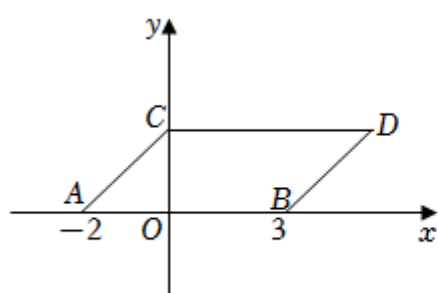


图 1

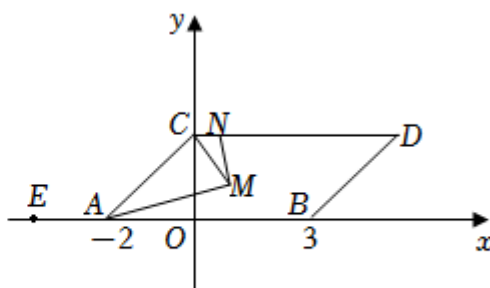


图 2

- (1) 直接写出点 C 、 D 的坐标: $C(\underline{\hspace{1cm}})$, $D(\underline{\hspace{1cm}})$;
- (2) 如图 1, 若点 Q 为线段 CD 的中点, 点 P 以每秒 1 个单位长度的速度在线段 OC 上从点 O 向 C 点运动, 是否存在某个时刻 t , 使得 $S_{\triangle PQB} = \frac{1}{2} S_{\triangle QOB}$, 若存在, 试求出该时刻和此时点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 如图 2, 已知 $\angle CAB = 45^\circ$, 射线 AE 以 $6^\circ/s$ 的速度绕点 A 顺时针旋转至 AB 停止, 射线 CD 以 $2^\circ/s$ 的速度绕点 C 顺时针旋转, 射线 AE 、 CD 同时开始旋转, 同时停止运动. 在射线 AE 到达 AB 之前, 会与射线 CD 交于点 M , 过 M 作 $MN \perp AM$ 交 CD 于 N , 则在转动过程中, $\frac{\angle CMN}{\angle CAM}$ 的值是否会改变, 如果不变请求出这个定值; 如果会变, 请说明理由.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/468054005057007031>