

山东省滨州行知中学 2023-2024 学年高三下学期十月阶段性考试试题数学试题

注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知四棱锥 $P-ABCD$ 中， $PA \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形， $PA = \sqrt{5}$ ， E 为 PC 的中点，则异面直线 BE 与 PD 所成角的余弦值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{13}}{39}$ B. $\frac{\sqrt{13}}{39}$ C. $-\frac{\sqrt{15}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$

2. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(c, 0)$ ，若 F 到直线 $2bx - ay = 0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}c$ ，则 E 的离心率为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3. 已知 F_1, F_2 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点， A, B 是 C 的左、右顶点，点 P 在过 F_1 且斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 的直线上， $\triangle PAB$ 为等腰三角形， $\angle ABP = 120^\circ$ ，则 C 的渐近线方程为 ()

- A. $y = \pm \frac{1}{2}x$ B. $y = \pm 2x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$ D. $y = \pm \sqrt{3}x$

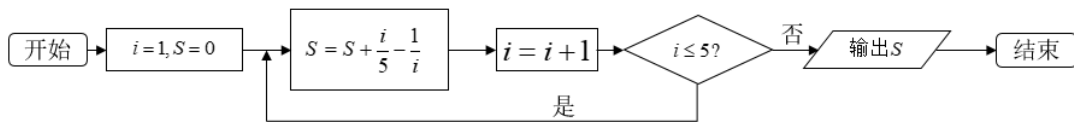
4. 已知复数 $z = \frac{4i}{1+i}$ ，则 z 对应的点在复平面内位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

5. 设 \vec{a}, \vec{b} 是非零向量，若对于任意的 $\lambda \in \mathbb{R}$ ，都有 $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a} - \lambda \vec{b}|$ 成立，则

- A. $\vec{a} // \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$ D. $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$

6. 执行下面的程序框图，则输出 S 的值为 ()



- A. $-\frac{1}{12}$ B. $\frac{23}{60}$ C. $\frac{11}{20}$ D. $\frac{43}{60}$

7. 已知命题 $p: \exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 > 0$, 那么 $\neg p$ 为 ()

- A. $\exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 \leq 0$ B. $\forall x > 2, x^3 - 8 \leq 0$
 C. $\exists x_0 \leq 2, x_0^3 - 8 \leq 0$ D. $\forall x \leq 2, x^3 - 8 \leq 0$

8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (x-2)(x-e^x) + 3, & (x \geq \ln 2) \\ 3-2x, & (x < \ln 2) \end{cases}$, 当 $x \in [m, +\infty)$ 时, $f(x)$ 的取值范围为 $(-\infty, e+2]$, 则实数 m 的

取值范围是 ()

- A. $\left(-\infty, \frac{1-e}{2}\right]$ B. $(-\infty, 1]$ C. $\left[\frac{1-e}{2}, 1\right]$ D. $[\ln 2, 1]$

9. 已知全集 $U = Z, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{x | (x+1)(x-3) > 0, x \in Z\}$, 则集合 $A \cap (C_U B)$ 的子集个数为 ()

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 16

10. 设函数 $f(x)$ 定义域为全体实数, 令 $g(x) = f(|x|) - |f(x)|$. 有以下 6 个论断:

- ① $f(x)$ 是奇函数时, $g(x)$ 是奇函数;
 ② $f(x)$ 是偶函数时, $g(x)$ 是奇函数;
 ③ $f(x)$ 是偶函数时, $g(x)$ 是偶函数;
 ④ $f(x)$ 是奇函数时, $g(x)$ 是偶函数
 ⑤ $g(x)$ 是偶函数;
 ⑥ 对任意的实数 $x, g(x) = 0$.

那么正确论断的编号是 ()

- A. ③④ B. ①②⑥ C. ③④⑥ D. ③④⑤

11. 函数 $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 并且函数 $g(x)$ 在区间 $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$ 上

单调递增, 在区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$ 上单调递减, 则实数 ω 的值为 ()

- A. $\frac{7}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. $\frac{5}{4}$

12. 设 $(1+i)a=1+bi$, 其中 a, b 是实数, 则 $|a+2bi| = (\quad)$

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

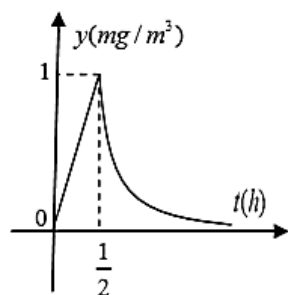
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知正数 a, b 满足 $a+b=1$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值等于 _____, 此时 $a =$ _____.

14. 为了抗击新型冠状病毒肺炎, 某医药公司研究出一种消毒剂, 据实验表明, 该药物释放量 $y(\text{mg}/\text{m}^3)$ 与时间 $t(\text{h})$

的函数关系为 $y = \begin{cases} kt, & 0 < t < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{kt}, & t \geq \frac{1}{2} \end{cases}$ (如图所示), 实验表明, 当药物释放量 $y < 0.75(\text{mg}/\text{m}^3)$ 对人体无害. (1)

$k =$ _____; (2) 为了不使人体受到药物伤害, 若使用该消毒剂对房间进行消毒, 则在消毒后至少经过 _____ 分钟人方可进入房间.



15. 函数 $f(x) = \cos x - \sqrt{x}$ 在 $[0, +\infty)$ 的零点个数为 _____.

16. 某市公租房位于 A, B, C 三个小区, 每位申请人只能申请其中一个小区的房子, 申请其中任意一个小区的房子是等可能的, 则该市的任意 5 位申请人中, 恰好有 2 人申请 A 小区房源的概率是 _____ . (用数字作答)

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知椭圆: $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$), 四点 $P_1(1,1), P_2(0,1), P_3\left(-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), P_4\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ 中恰有三点在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设椭圆 C 的左右顶点分别为 A, B . P 是椭圆 C 上异于 A, B 的动点, 求 $\angle APB$ 的正切的最大值.

18. (12 分) 甲、乙、丙三名射击运动员射中目标的概率分别为 $\frac{1}{2}, a, a$ ($0 < a < 1$), 三人各射击一次, 击中目标的次数记为 ξ .

(1) 求 ξ 的分布列及数学期望;

(2) 在概率 $P(\xi = i)$ ($i = 0, 1, 2, 3$) 中, 若 $P(\xi = 1)$ 的值最大, 求实数 a 的取值范围.

19. (12分) 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x}$, $g(x) = 2(x - \ln x)$

(I) 当 $x > 0$ 时, 证明 $f(x) > g(x)$;

(II) 已知点 $P(x, xf(x))$, 点 $Q(-\sin x, \cos x)$, 设函数 $h(x) = \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$, 当 $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, 试判断 $h(x)$ 的零点个数.

20. (12分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = \sqrt{3} + t \\ y = -\sqrt{3}t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴正半

轴为极轴, 建立极坐标系, 已知曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4 \cos \theta$.

(1) 求直线 l 的普通方程与曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 设点 $M(0, 3)$, 直线 l 与曲线 C 交于不同的两点 A, B , 求 $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|}$ 的值.

21. (12分) 在 $\triangle ABC$ 中, M 为 BC 边上一点, $\angle BAM = 45^\circ$, $\cos \angle AMC = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 $\sin B$;

(2) 若 $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BM}$, $AC = 4$, 求 MC .

22. (10分) 某商场为改进服务质量, 随机抽取了 200 名进场购物的顾客进行问卷调查. 调查后, 就顾客“购物体验”的满意度统计如下:

	满意	不满意
男	40	40
女	80	40

(1) 是否有 97.5% 的把握认为顾客购物体验的满意度与性别有关?

(2) 为答谢顾客, 该商场对某款价格为 100 元/件的商品开展促销活动. 据统计, 在此期间顾客购买该商品的支付情况如下:

支付方式	现金支付	购物卡支付	APP 支付
频率	10%	30%	60%

优惠方式	按 9 折支付	按 8 折支付	其中有 1/3 的顾客按 4 折支付, 1/2 的顾客按 6 折支付, 1/6 的顾客按 8 折支付
------	---------	---------	--

将上述频率作为相应事件发生的概率, 记某顾客购买一件该促销商品所支付的金额为 X , 求 X 的分布列和数学期望.

附表及公式: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

由题意建立空间直角坐标系, 表示出各点坐标后, 利用 $\cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle = \frac{\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{PD}}{|\overrightarrow{BE}| \cdot |\overrightarrow{PD}|}$ 即可得解.

【详解】

Q $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形,

\therefore 如图建立空间直角坐标系, 由题意:

$$A(0,0,0), B(2,0,0), C(2,2,0), P(0,0,\sqrt{5}), D(0,2,0),$$

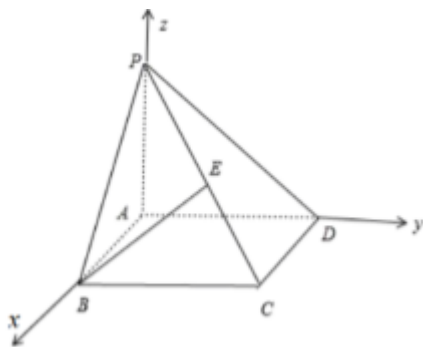
$$Q E \text{ 为 } PC \text{ 的中点, } \therefore E\left(1, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right).$$

$$\therefore \overrightarrow{BE} = \left(-1, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right), \overrightarrow{PD} = (0, 2, -\sqrt{5}),$$

$$\therefore \cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle = \frac{\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{PD}}{|\overrightarrow{BE}| \cdot |\overrightarrow{PD}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{13}}{2} \cdot 3} = -\frac{\sqrt{13}}{39},$$

\therefore 异面直线 BE 与 PD 所成角的余弦值为 $|\cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle|$ 即为 $\frac{\sqrt{13}}{39}$.

故选: B.



【点睛】

本题考查了空间向量的应用, 考查了空间想象能力, 属于基础题.

2、A

【解析】

由已知可得到直线 $2bx - ay = 0$ 的倾斜角为 45° , 有 $\frac{2b}{a} = 1$, 再利用 $a^2 = b^2 + c^2$ 即可解决.

【详解】

由 F 到直线 $2bx - ay = 0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}c$, 得直线 $2bx - ay = 0$ 的倾斜角为 45° , 所以 $\frac{2b}{a} = 1$,

即 $4(a^2 - c^2) = a^2$, 解得 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选: A.

【点睛】

本题考查椭圆离心率的问题, 一般求椭圆离心率的问题时, 通常是构造关于 a, b, c 的方程或不等式, 本题是一道容易题.

3、D

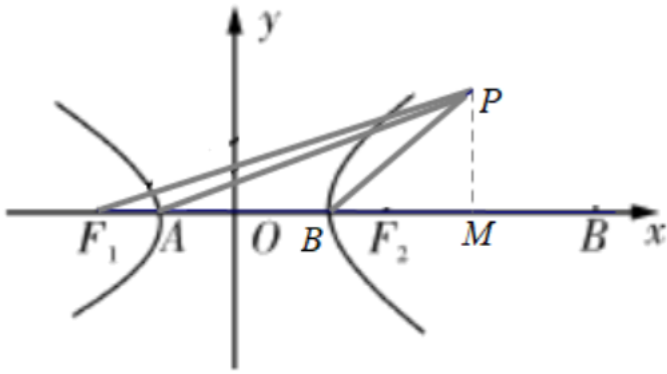
【解析】

根据 $\triangle PAB$ 为等腰三角形, $\angle ABP = 120^\circ$ 可求出点 P 的坐标, 又由 PF_1 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{4}$ 可得出 a, c 关系, 即可求出渐

近线斜率得解.

【详解】

如图，



因为 $\triangle PAB$ 为等腰三角形， $\angle ABP = 120^\circ$ ，

所以 $|PB| = |AB| = 2a$ ， $\angle PBM = 60^\circ$ ，

$$\therefore x_p = |PB| \cdot \cos 60^\circ + a = 2a, y_p = |PB| \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}a,$$

$$\text{又 } k_{PF_1} = \frac{\sqrt{3}a - 0}{2a + c} = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore 2a = c$$

$$\therefore 3a^2 = b^2,$$

$$\text{解得 } \frac{b}{a} = \sqrt{3},$$

所以双曲线的渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{3}x$ ，

故选：D

【点睛】

本题主要考查了双曲线的简单几何性质，属于中档题.

4、A

【解析】

利用复数除法运算化简 z ，由此求得 z 对应点所在象限.

【详解】

$$\text{依题意 } z = \frac{4i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 2i(1-i) = 2 + 2i, \text{ 对应点为 } (2, 2), \text{ 在第一象限.}$$

故选 A.

【点睛】

本小题主要考查复数除法运算，考查复数对应点的坐标所在象限，属于基础题.

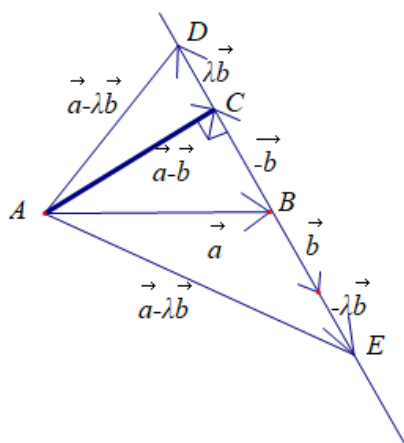
5、D

【解析】

画出 \vec{a} , \vec{b} , 根据向量的加减法, 分别画出 $(\vec{a} - \lambda\vec{b})$ 的几种情况, 由数形结合可得结果.

【详解】

由题意, 得向量 $(\vec{a} - \vec{b})$ 是所有向量 $(\vec{a} - \lambda\vec{b})$ 中模长最小的向量, 如图,



当 $AC \perp BC$, 即 $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$ 时, $|AC|$ 最小, 满足 $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a} - \lambda\vec{b}|$, 对于任意的 $\lambda \in R$,

所以本题答案为 D.

【点睛】

本题主要考查了空间向量的加减法, 以及点到直线的距离最短问题, 解题的关键在于用有向线段正确表示向量, 属于基础题.

6、D

【解析】

根据框图, 模拟程序运行, 即可求出答案.

【详解】

运行程序,

$$s = \frac{1}{5} - 1, i = 2,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} - 1 - \frac{1}{2}, i = 3,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, i = 4,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, i = 5,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, i = 5,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \frac{5}{5} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, i = 6, \text{ 结束循环,}$$

$$\text{故输出 } s = \frac{1}{5}(1+2+3+4+5) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = 3 - \frac{137}{60} = \frac{43}{60},$$

故选: D.

【点睛】

本题主要考查了程序框图, 循环结构, 条件分支结构, 属于中档题.

7、B

【解析】

利用特称命题的否定分析解答得解.

【详解】

已知命题 $p: \exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 > 0$, 那么 $\neg p$ 是 $\forall x > 2, x^3 - 8 \leq 0$.

故选: B.

【点睛】

本题主要考查特称命题的否定, 意在考查学生对该知识的理解掌握水平, 属于基础题.

8、C

【解析】

求导分析函数在 $x \geq \ln 2$ 时的单调性、极值, 可得 $x \geq \ln 2$ 时, $f(x)$ 满足题意, 再在 $x < \ln 2$ 时, 求解 $f(x) \leq e+2$ 的 x 的范围, 综合可得结果.

【详解】

$$\text{当 } x \geq \ln 2 \text{ 时, } f'(x) = -(x-1)(e^x - 2),$$

$$\text{令 } f'(x) > 0, \text{ 则 } \ln 2 < x < 1; f'(x) < 0, \text{ 则 } x > 1,$$

\therefore 函数 $f(x)$ 在 $(\ln 2, 1)$ 单调递增, 在 $(1, +\infty)$ 单调递减.

\therefore 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极大值为 $f(1) = e+2$,

$\therefore x \geq \ln 2$ 时, $f(x)$ 的取值范围为 $(-\infty, e+2]$,

$$\therefore \ln 2 \leq m \leq 1$$

又当 $x < \ln 2$ 时, 令 $f(x) = 3 - 2x \leq e+2$, 则 $x \geq \frac{1-e}{2}$, 即 $\frac{1-e}{2} \leq x < \ln 2$,

$$\therefore \frac{1-e}{2} \leq m < \ln 2$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/468110012074007001>