

# 山东省滨州行知中学 2023-2024 学年高三下学期十月阶段性考试试题数学试题

## 注意事项

1. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。
4. 作答选择题，必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑；如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。作答非选择题，必须用 05 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。
5. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知四棱锥  $P-ABCD$  中， $PA \perp$  平面  $ABCD$ ，底面  $ABCD$  是边长为 2 的正方形， $PA = \sqrt{5}$ ， $E$  为  $PC$  的中点，则异面直线  $BE$  与  $PD$  所成角的余弦值为 ( )

- A.  $-\frac{\sqrt{13}}{39}$       B.  $\frac{\sqrt{13}}{39}$       C.  $-\frac{\sqrt{15}}{5}$       D.  $\frac{\sqrt{15}}{5}$

2. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知椭圆  $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F(c, 0)$ ，若  $F$  到直线  $2bx - ay = 0$  的距离为  $\frac{\sqrt{2}}{2}c$ ，则  $E$  的离心率为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\frac{1}{2}$       C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       D.  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

3. 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的左、右焦点， $A, B$  是  $C$  的左、右顶点，点  $P$  在过  $F_1$  且斜率为  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  的直线上， $\triangle PAB$  为等腰三角形， $\angle ABP = 120^\circ$ ，则  $C$  的渐近线方程为 ( )

- A.  $y = \pm \frac{1}{2}x$       B.  $y = \pm 2x$       C.  $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x$       D.  $y = \pm \sqrt{3}x$

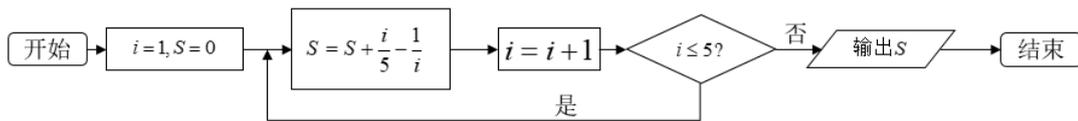
4. 已知复数  $z = \frac{4i}{1+i}$ ，则  $z$  对应的点在复平面内位于 ( )

- A. 第一象限      B. 第二象限  
C. 第三象限      D. 第四象限

5. 设  $\vec{a}, \vec{b}$  是非零向量，若对于任意的  $\lambda \in \mathbb{R}$ ，都有  $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a} - \lambda \vec{b}|$  成立，则

- A.  $\vec{a} // \vec{b}$       B.  $\vec{a} \perp \vec{b}$       C.  $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{a}$       D.  $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$

6. 执行下面的程序框图，则输出  $S$  的值为 ( )



- A.  $-\frac{1}{12}$       B.  $\frac{23}{60}$       C.  $\frac{11}{20}$       D.  $\frac{43}{60}$

7. 已知命题  $p: \exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 > 0$ , 那么  $\neg p$  为 ( )

- A.  $\exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 \leq 0$       B.  $\forall x > 2, x^3 - 8 \leq 0$   
 C.  $\exists x_0 \leq 2, x_0^3 - 8 \leq 0$       D.  $\forall x \leq 2, x^3 - 8 \leq 0$

8. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} (x-2)(x-e^x) + 3, & (x \geq \ln 2) \\ 3-2x, & (x < \ln 2) \end{cases}$ , 当  $x \in [m, +\infty)$  时,  $f(x)$  的取值范围为  $(-\infty, e+2]$ , 则实数  $m$  的

取值范围是 ( )

- A.  $\left(-\infty, \frac{1-e}{2}\right]$       B.  $(-\infty, 1]$       C.  $\left[\frac{1-e}{2}, 1\right]$       D.  $[\ln 2, 1]$

9. 已知全集  $U = Z, A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{x | (x+1)(x-3) > 0, x \in Z\}$ , 则集合  $A \cap (C_U B)$  的子集个数为 ( )

- A. 2      B. 4      C. 8      D. 16

10. 设函数  $f(x)$  定义域为全体实数, 令  $g(x) = f(|x|) - |f(x)|$ . 有以下 6 个论断:

- ①  $f(x)$  是奇函数时,  $g(x)$  是奇函数;  
 ②  $f(x)$  是偶函数时,  $g(x)$  是奇函数;  
 ③  $f(x)$  是偶函数时,  $g(x)$  是偶函数;  
 ④  $f(x)$  是奇函数时,  $g(x)$  是偶函数  
 ⑤  $g(x)$  是偶函数;  
 ⑥ 对任意的实数  $x, g(x) = 0$ .

那么正确论断的编号是 ( )

- A. ③④      B. ①②⑥      C. ③④⑥      D. ③④⑤

11. 函数  $f(x) = \sin \omega x (\omega > 0)$  的图象向右平移  $\frac{\pi}{12}$  个单位得到函数  $y = g(x)$  的图象, 并且函数  $g(x)$  在区间  $[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}]$  上

单调递增, 在区间  $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$  上单调递减, 则实数  $\omega$  的值为 ( )

- A.  $\frac{7}{4}$       B.  $\frac{3}{2}$       C. 2      D.  $\frac{5}{4}$

12. 设  $(1+i)a=1+bi$ , 其中  $a, b$  是实数, 则  $|a+2bi| = ( \quad )$

- A. 1                      B. 2                      C.  $\sqrt{3}$                       D.  $\sqrt{5}$

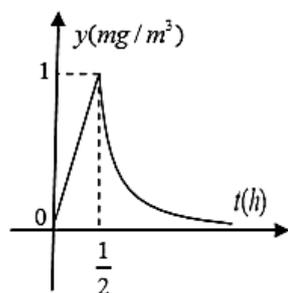
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知正数  $a, b$  满足  $a+b=1$ , 则  $\frac{b}{a} + \frac{1}{b}$  的最小值等于 \_\_\_\_\_, 此时  $a =$  \_\_\_\_\_.

14. 为了抗击新型冠状病毒肺炎, 某医药公司研究出一种消毒剂, 据实验表明, 该药物释放量  $y(\text{mg}/\text{m}^3)$  与时间  $t(\text{h})$

的函数关系为  $y = \begin{cases} kt, & 0 < t < \frac{1}{2} \\ \frac{1}{kt}, & t \geq \frac{1}{2} \end{cases}$  (如图所示), 实验表明, 当药物释放量  $y < 0.75(\text{mg}/\text{m}^3)$  对人体无害. (1)

$k =$  \_\_\_\_\_; (2) 为了不使人体受到药物伤害, 若使用该消毒剂对房间进行消毒, 则在消毒后至少经过 \_\_\_\_\_ 分钟人方可进入房间.



15. 函数  $f(x) = \cos x - \sqrt{x}$  在  $[0, +\infty)$  的零点个数为 \_\_\_\_\_.

16. 某市公租房位于  $A, B, C$  三个小区, 每位申请人只能申请其中一个小区的房子, 申请其中任意一个小区的房子是等可能的, 则该市的任意 5 位申请人中, 恰好有 2 人申请  $A$  小区房源的概率是 \_\_\_\_\_ . (用数字作答)

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (12 分) 已知椭圆:  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ), 四点  $P_1(1,1), P_2(0,1), P_3\left(-1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right), P_4\left(1, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  中恰有三点在椭圆  $C$  上.

(1) 求椭圆  $C$  的方程;

(2) 设椭圆  $C$  的左右顶点分别为  $A, B$ .  $P$  是椭圆  $C$  上异于  $A, B$  的动点, 求  $\angle APB$  的正切的最大值.

18. (12 分) 甲、乙、丙三名射击运动员射中目标的概率分别为  $\frac{1}{2}, a, a$  ( $0 < a < 1$ ), 三人各射击一次, 击中目标的次数记为  $\xi$ .

(1) 求  $\xi$  的分布列及数学期望;

(2) 在概率  $P(\xi = i)$  ( $i = 0, 1, 2, 3$ ) 中, 若  $P(\xi = 1)$  的值最大, 求实数  $a$  的取值范围.

19. (12分) 已知函数  $f(x) = \frac{e^x}{x}$ ,  $g(x) = 2(x - \ln x)$

(I) 当  $x > 0$  时, 证明  $f(x) > g(x)$ ;

(II) 已知点  $P(x, xf(x))$ , 点  $Q(-\sin x, \cos x)$ , 设函数  $h(x) = \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OQ}$ , 当  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  时, 试判断  $h(x)$  的零点个数.

20. (12分) 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为  $\begin{cases} x = \sqrt{3} + t \\ y = -\sqrt{3}t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴正半

轴为极轴, 建立极坐标系, 已知曲线  $C$  的极坐标方程为  $\rho = 4 \cos \theta$ .

(1) 求直线  $l$  的普通方程与曲线  $C$  的直角坐标方程;

(2) 设点  $M(0, 3)$ , 直线  $l$  与曲线  $C$  交于不同的两点  $A, B$ , 求  $\frac{1}{|MA|} + \frac{1}{|MB|}$  的值.

21. (12分) 在  $\triangle ABC$  中,  $M$  为  $BC$  边上一点,  $\angle BAM = 45^\circ$ ,  $\cos \angle AMC = \frac{\sqrt{5}}{5}$ .

(1) 求  $\sin B$ ;

(2) 若  $\overrightarrow{MC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BM}$ ,  $AC = 4$ , 求  $MC$ .

22. (10分) 某商场为改进服务质量, 随机抽取了 200 名进场购物的顾客进行问卷调查. 调查后, 就顾客“购物体验”的满意度统计如下:

	满意	不满意
男	40	40
女	80	40

(1) 是否有 97.5% 的把握认为顾客购物体验的满意度与性别有关?

(2) 为答谢顾客, 该商场对某款价格为 100 元/件的商品开展促销活动. 据统计, 在此期间顾客购买该商品的支付情况如下:

支付方式	现金支付	购物卡支付	APP 支付
频率	10%	30%	60%

优惠方式	按 9 折支付	按 8 折支付	其中有 1/3 的顾客按 4 折支付, 1/2 的顾客按 6 折支付, 1/6 的顾客按 8 折支付
------	---------	---------	--

将上述频率作为相应事件发生的概率, 记某顾客购买一件该促销商品所支付的金额为  $X$ , 求  $X$  的分布列和数学期望.

附表及公式:  $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ .

$P(K^2 \geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

## 参考答案

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1、B

【解析】

由题意建立空间直角坐标系, 表示出各点坐标后, 利用  $\cos \langle \vec{BE}, \vec{PD} \rangle = \frac{\vec{BE} \cdot \vec{PD}}{|\vec{BE}| \cdot |\vec{PD}|}$  即可得解.

【详解】

Q  $PA \perp$  平面  $ABCD$ , 底面  $ABCD$  是边长为 2 的正方形,

$\therefore$  如图建立空间直角坐标系, 由题意:

$$A(0,0,0), B(2,0,0), C(2,2,0), P(0,0,\sqrt{5}), D(0,2,0),$$

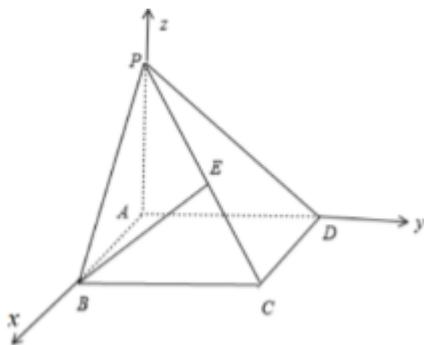
$$Q E \text{ 为 } PC \text{ 的中点, } \therefore E\left(1, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right).$$

$$\therefore \vec{BE} = \left(-1, 1, \frac{\sqrt{5}}{2}\right), \vec{PD} = (0, 2, -\sqrt{5}),$$

$$\therefore \cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle = \frac{\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{PD}}{|\overrightarrow{BE}| \cdot |\overrightarrow{PD}|} = \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{13}}{2} \cdot 3} = -\frac{\sqrt{13}}{39},$$

$\therefore$  异面直线  $BE$  与  $PD$  所成角的余弦值为  $|\cos \langle \overrightarrow{BE}, \overrightarrow{PD} \rangle|$  即为  $\frac{\sqrt{13}}{39}$ .

故选: B.



**【点睛】**

本题考查了空间向量的应用,考查了空间想象能力,属于基础题.

2、A

**【解析】**

由已知可得到直线  $2bx - ay = 0$  的倾斜角为  $45^\circ$ , 有  $\frac{2b}{a} = 1$ , 再利用  $a^2 = b^2 + c^2$  即可解决.

**【详解】**

由  $F$  到直线  $2bx - ay = 0$  的距离为  $\frac{\sqrt{2}}{2}c$ , 得直线  $2bx - ay = 0$  的倾斜角为  $45^\circ$ , 所以  $\frac{2b}{a} = 1$ ,

即  $4(a^2 - c^2) = a^2$ , 解得  $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

故选: A.

**【点睛】**

本题考查椭圆离心率的问题,一般求椭圆离心率的问题时,通常是构造关于  $a, b, c$  的方程或不等式,本题是一道容易题.

3、D

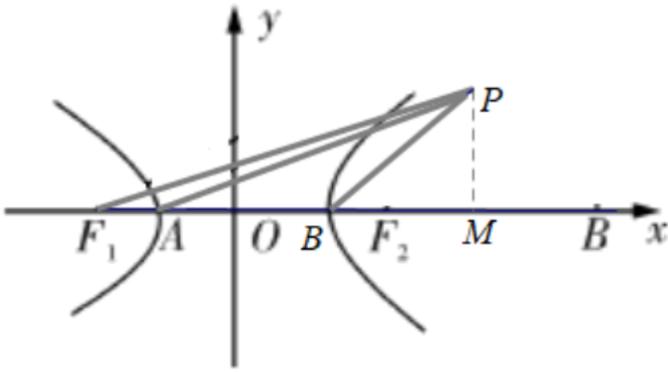
**【解析】**

根据  $\triangle PAB$  为等腰三角形,  $\angle ABP = 120^\circ$  可求出点  $P$  的坐标, 又由  $PF_1$  的斜率为  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  可得出  $a, c$  关系, 即可求出渐

近线斜率得解.

**【详解】**

如图，



因为  $\triangle PAB$  为等腰三角形， $\angle ABP = 120^\circ$ ，

所以  $|PB| = |AB| = 2a$ ， $\angle PBM = 60^\circ$ ，

$$\therefore x_p = |PB| \cdot \cos 60^\circ + a = 2a, y_p = |PB| \cdot \sin 60^\circ = \sqrt{3}a,$$

$$\text{又 } k_{PF_1} = \frac{\sqrt{3}a - 0}{2a + c} = \frac{\sqrt{3}}{4},$$

$$\therefore 2a = c$$

$$\therefore 3a^2 = b^2,$$

$$\text{解得 } \frac{b}{a} = \sqrt{3},$$

所以双曲线的渐近线方程为  $y = \pm\sqrt{3}x$ ，

故选：D

**【点睛】**

本题主要考查了双曲线的简单几何性质，属于中档题.

4、A

**【解析】**

利用复数除法运算化简  $z$ ，由此求得  $z$  对应点所在象限.

**【详解】**

$$\text{依题意 } z = \frac{4i(1-i)}{(1+i)(1-i)} = 2i(1-i) = 2 + 2i, \text{ 对应点为 } (2, 2), \text{ 在第一象限.}$$

故选 A.

**【点睛】**

本小题主要考查复数除法运算，考查复数对应点的坐标所在象限，属于基础题.

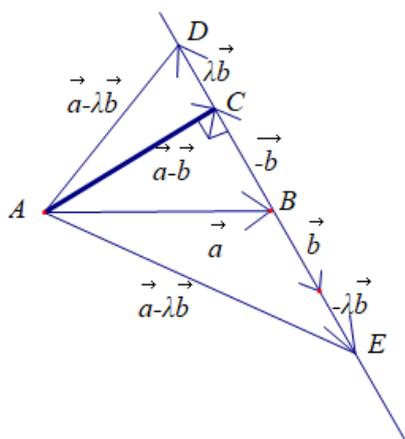
5、D

【解析】

画出  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ , 根据向量的加减法, 分别画出  $(\vec{a} - \lambda\vec{b})$  的几种情况, 由数形结合可得结果.

【详解】

由题意, 得向量  $(\vec{a} - \vec{b})$  是所有向量  $(\vec{a} - \lambda\vec{b})$  中模长最小的向量, 如图,



当  $AC \perp BC$ , 即  $(\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{b}$  时,  $|AC|$  最小, 满足  $|\vec{a} - \vec{b}| \leq |\vec{a} - \lambda\vec{b}|$ , 对于任意的  $\lambda \in R$ ,

所以本题答案为 D.

【点睛】

本题主要考查了空间向量的加减法, 以及点到直线的距离最短问题, 解题的关键在于用有向线段正确表示向量, 属于基础题.

6、D

【解析】

根据框图, 模拟程序运行, 即可求出答案.

【详解】

运行程序,

$$s = \frac{1}{5} - 1, i = 2,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} - 1 - \frac{1}{2}, i = 3,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, i = 4,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, i = 5,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}, i = 5,$$

$$s = \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{4}{5} + \frac{5}{5} - 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}, i = 6, \text{ 结束循环,}$$

$$\text{故输出 } s = \frac{1}{5}(1+2+3+4+5) - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) = 3 - \frac{137}{60} = \frac{43}{60},$$

故选: D.

**【点睛】**

本题主要考查了程序框图, 循环结构, 条件分支结构, 属于中档题.

7、B

**【解析】**

利用特称命题的否定分析解答得解.

**【详解】**

已知命题  $p: \exists x_0 > 2, x_0^3 - 8 > 0$ , 那么  $\neg p$  是  $\forall x > 2, x^3 - 8 \leq 0$ .

故选: B.

**【点睛】**

本题主要考查特称命题的否定, 意在考查学生对该知识的理解掌握水平, 属于基础题.

8、C

**【解析】**

求导分析函数在  $x \geq \ln 2$  时的单调性、极值, 可得  $x \geq \ln 2$  时,  $f(x)$  满足题意, 再在  $x < \ln 2$  时, 求解  $f(x) \leq e+2$  的  $x$  的范围, 综合可得结果.

**【详解】**

$$\text{当 } x \geq \ln 2 \text{ 时, } f'(x) = -(x-1)(e^x - 2),$$

$$\text{令 } f'(x) > 0, \text{ 则 } \ln 2 < x < 1; f'(x) < 0, \text{ 则 } x > 1,$$

$\therefore$  函数  $f(x)$  在  $(\ln 2, 1)$  单调递增, 在  $(1, +\infty)$  单调递减.

$\therefore$  函数  $f(x)$  在  $x=1$  处取得极大值为  $f(1) = e+2$ ,

$\therefore x \geq \ln 2$  时,  $f(x)$  的取值范围为  $(-\infty, e+2]$ ,

$$\therefore \ln 2 \leq m \leq 1$$

又当  $x < \ln 2$  时, 令  $f(x) = 3 - 2x \leq e+2$ , 则  $x \geq \frac{1-e}{2}$ , 即  $\frac{1-e}{2} \leq x < \ln 2$ ,

$$\therefore \frac{1-e}{2} \leq m < \ln 2$$

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/468110012074007001>