

江西省赣州市赣县中学 2024 年高三二轮复习测试数学试题

请考生注意：

1. 请用 2B 铅笔将选择题答案涂填在答题纸相应位置上，请用 0.5 毫米及以上黑色字迹的钢笔或签字笔将主观题的答案写在答题纸相应的答题区内。写在试题卷、草稿纸上均无效。
2. 答题前，认真阅读答题纸上的《注意事项》，按规定答题。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知抛物线 $y^2=20x$ 的焦点与双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的一个焦点重合，且抛物线的准线被双曲线截得的

线段长为 $\frac{9}{2}$ ，那么该双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\sqrt{5}$

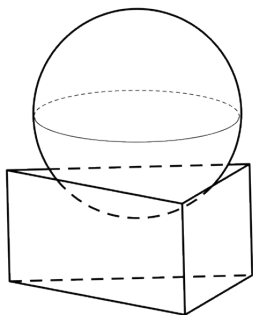
2. 一个袋中放有大小、形状均相同的小球，其中红球 1 个、黑球 2 个，现随机等可能取出小球，当有放回依次取出两个小球时，记取出的红球数为 ξ_1 ；当无放回依次取出两个小球时，记取出的红球数为 ξ_2 ，则 ()

- A. $E\xi_1 < E\xi_2, D\xi_1 < D\xi_2$ B. $E\xi_1 = E\xi_2, D\xi_1 > D\xi_2$
 C. $E\xi_1 = E\xi_2, D\xi_1 < D\xi_2$ D. $E\xi_1 > E\xi_2, D\xi_1 > D\xi_2$

3. 已知实数 $0 < a < b$ ，则下列说法正确的是 ()

- A. $\frac{c}{a} > \frac{c}{b}$ B. $ac^2 < bc^2$
 C. $\ln a < \ln b$ D. $(\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$

4. 如图所示，直三棱柱的高为 4，底面边长分别是 5，12，13，当球与上底面三条棱都相切时球心到下底面距离为 8，则球的体积为 ()



- A. $\frac{160\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{96\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{256\sqrt{2}}{3}$

5. 已知函数 $f(x) = x + e^{x-a}$ ， $g(x) = \ln(x+2) - 4e^{a-x}$ ，其中 e 为自然对数的底数，若存在实数 x_0 ，使

$f(x_0) - g(x_0) = 3$ 成立, 则实数 a 的值为 ()

- A. $-\ln 2 - 1$ B. $-1 + \ln 2$ C. $-\ln 2$ D. $\ln 2$

6. 若 $2^m > 2^n > 1$, 则 ()

- A. $\frac{1}{m} > \frac{1}{n}$ B. $\pi^{m-n} > 1$
C. $\ln(m-n) > 0$ D. $\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$

7. 在复平面内, 复数 $z = \frac{2-i}{i}$ (i 为虚数单位) 对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

8. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(2019) =$ ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

9. 若 $a_0 + a_1(2x-1) + a_2(2x-1)^2 + a_3(2x-1)^3 + a_4(2x-1)^4 + a_5(2x-1)^5 = x^5$, 则 a_2 的值为 ()

- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{8}$ C. $\frac{5}{16}$ D. $\frac{5}{32}$

10. 复数 $\frac{1-i}{2-i}$ 的共轭复数对应的点位于 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

11. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 数列 $\{a_n\}$ 对任意的 $p, q \in \mathbf{N}^*$ 满足 $a_{p+q} = a_p + a_q + 13$. 若 $a_3 = -7$, 则当 S_n 取最小值时, n 等于 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(0, -2)$, $N(1, 0)$, 若动点 M 满足 $\frac{|MA|}{|MO|} = \sqrt{2}$, 则 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$ 的取值范围是 ()

- A. $[0, 2]$ B. $[0, 2\sqrt{2}]$
C. $[-2, 2]$ D. $[-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. $(2x-1)^6$ 的展开式中 x^2 的系数为_____ (用具体数据作答).

14. 已知点 F 是抛物线 $y = 2x^2$ 的焦点, M, N 是该抛物线上的两点, 若 $|MF| + |NF| = \frac{17}{4}$, 则线段 MN 中点的纵坐标为_____.

15. 若实数 x, y 满足不等式组
$$\begin{cases} x+2y-3 \geq 0 \\ 2x+y-3 \geq 0 \\ x+y-3 \leq 0 \end{cases}$$
, 则 $2x+3y$ 的最小值为_____.

16. 对定义在 $[0,1]$ 上的函数 $f(x)$, 如果同时满足以下两个条件:

(1) 对任意的 $x \in [0,1]$ 总有 $f(x) \geq 0$;

(2) 当 $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1+x_2 \leq 1$ 时, 总有 $f(x_1+x_2) \geq f(x_1)+f(x_2)$ 成立.

则称函数 $f(x)$ 称为 G 函数. 若 $h(x) = a \cdot 2^x - 1$ 是定义在 $[0,1]$ 上 G 函数, 则实数 a 的取值范围为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 过点 $(1, \frac{3}{2})$ 且椭圆的左、右焦点与短轴的端点构成的四边形的面积为 $2\sqrt{3}$.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 设 A 是椭圆的左顶点, 过右焦点 F 的直线 l_1 , 与椭圆交于 P, Q , 直线 AP, AQ 与直线 $l_2: x=4$ 交于 M, N , 线段 MN 的中点为 E .

①求证: $EF \perp PQ$;

②记 $\triangle VPQE, \triangle PME, \triangle VONE$ 的面积分别为 S_1, S_2, S_3 , 求证: $\frac{S_1}{S_2+S_3}$ 为定值.

18. (12 分) 已知函数 $f(x) = 2|x-1| + mx, m \in R$.

(1) 当 $m = -3$ 时, 求不等式 $f(x) + 4 < 0$ 的解集;

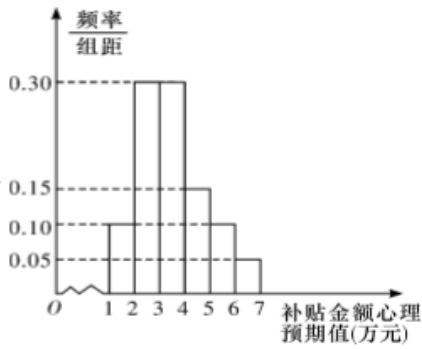
(2) 若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴恰好围成一个直角三角形, 求 m 的值.

19. (12 分) 已知函数 $f(x) = |x-1| + |x-a|$

(I) 当 $a = 2$ 时, 解不等式 $f(x) \geq 4$.

(II) 若不等式 $f(x) \geq 2a$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围

20. (12 分) 购买一辆某品牌新能源汽车, 在行驶三年后, 政府将给予适当金额的购车补贴. 某调研机构对拟购买该品牌汽车的消费者, 就购车补贴金额的心理预期值进行了抽样调查, 其样本频率分布直方图如图所示



(1) 估计拟购买该品牌汽车的消费群体对购车补贴金额的心理预期值的方差(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(2) 将频率视为概率, 从拟购买该品牌汽车的消费群体中随机抽取4人, 记对购车补贴金额的心理预期值高于3万元的人数为 X , 求 X 的分布列和数学期望;

(3) 统计最近5个月该品牌汽车的市场销售量, 得其频数分布表如下:

月份	2018.11	2018.12	2019.01	2019.02	2019.03
销售量(万辆)	0.5	0.6	1.0	1.4	1.7

试预计该品牌汽车在2019年4月份的销售量约为多少万辆?

附: 对于一组样本数据 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, 其回归直线 $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$ 的斜率和截距的最小二乘估计分别

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}, \quad \hat{a} = \bar{y} - \hat{b}\bar{x}.$$

21. (12分) 设 $x, y, z \in R$, $z(x+2y) = m$.

(1) 若 $x^2 + 2y^2 + 3z^2$ 的最小值为4, 求 m 的值;

(2) 若 $x^2 + 4y^2 + \frac{1}{2}z^2 \geq 1$, 证明: $m \leq -1$ 或 $m \geq 1$.

22. (10分) 已知函数 $f(x) = x^2 + 2x - m \ln(x+1)$, 其中 $m \in R$.

(I) 若 $m > 0$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 设 $g(x) = f(x) + \frac{1}{e^x}$. 若 $g(x) > \frac{1}{x+1}$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 求实数 m 的最大值.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

由抛物线 $y^2=20x$ 的焦点 $(5,0)$ 得双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的焦点 $(\pm 5,0)$ ，求出 $c=5$ ，由抛物线准线方程

$x=-5$ 被曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$ ，由焦半径公式 $\frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$ ，联立求解。

【详解】

解：由抛物线 $y^2=20x$ ，可得 $2p=20$ ，则 $p=10$ ，故其准线方程为 $x=-5$ ，

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线过双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左焦点，

$\therefore c=5$ 。

Q 抛物线 $y^2=20x$ 的准线被双曲线截得的线段长为 $\frac{9}{2}$ ，

$\therefore \frac{2b^2}{a}=\frac{9}{2}$ ，又 $c^2=25=a^2+b^2$ ，

$\therefore a=4, b=3$ ，

则双曲线的离心率为 $e=\frac{c}{a}=\frac{5}{4}$ 。

故选：A。

【点睛】

本题考查抛物线的性质及利用过双曲线的焦点的弦长求离心率。弦过焦点时，可结合焦半径公式求解弦长。

2、B

【解析】

分别求出两个随机变量的分布列后求出它们的期望和方差可得它们的大小关系。

【详解】

ξ_1 可能的取值为0,1,2; ξ_2 可能的取值为0,1,

$$P(\xi_1=0)=\frac{4}{9}, P(\xi_1=2)=\frac{1}{9}, P(\xi_1=1)=1-\frac{4}{9}-\frac{1}{9}=\frac{4}{9},$$

$$\text{故 } E\xi_1=\frac{2}{3}, D\xi_1=0^2\times\frac{4}{9}+2^2\times\frac{1}{9}+1^2\times\frac{4}{9}-\frac{4}{9}=\frac{4}{9}.$$

$$P(\xi_2=0)=\frac{2\times 1}{3\times 2}=\frac{1}{3}, P(\xi_2=1)=\frac{2\times 1\times 2}{3\times 2}=\frac{2}{3},$$

$$\text{故 } E\xi_2=\frac{2}{3}, D\xi_2=0^2\times\frac{1}{3}+1^2\times\frac{2}{3}-\frac{4}{9}=\frac{2}{9},$$

故 $E\xi_1=E\xi_2$, $D\xi_1>D\xi_2$. 故选 B.

【点睛】

离散型随机变量的分布列的计算, 应先确定随机变量所有可能的取值, 再利用排列组合知识求出随机变量每一种取值情况的概率, 然后利用公式计算期望和方差, 注意在取球模型中摸出的球有放回与无放回的区别.

3、C

【解析】

A、B 利用不等式性质可判断, C、D 利用对数函数和指数函数的单调性判断.

【详解】

解: 对于 A, Q 实数 $0 < a < b$, $\therefore \frac{1}{a} > \frac{1}{b}, \frac{c}{a} > \frac{c}{b}$, $c \leq 0$ 不成立

对于 B. $c = 0$ 不成立.

对于 C. 利用对数函数 $y = \ln x$ 单调递增性质, 即可得出.

对于 D. 指数函数 $y = (\frac{1}{2})^x$ 单调递减性质, 因此不成立.

故选: C.

【点睛】

利用不等式性质比较大小. 要注意不等式性质成立的前提条件. 解决此类问题除根据不等式的性质求解外, 还经常采用特殊值验证的方法.

4、A

【解析】

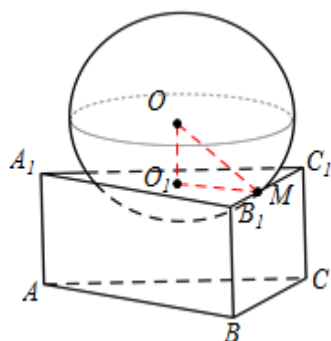
设球心为 O , 三棱柱的上底面 $A_1B_1C_1$ 的内切圆的圆心为 O_1 , 该圆与边 A_1B_1 切于点 D , 根据球的几何性质可得 $OO_1 \perp A_1B_1$ 为直角三角形, 然后根据题中数据求出圆 O_1 半径, 进而求得球的半径, 最后可求出球的体积.

【详解】

如图, 设三棱柱为 $ABC-A_1B_1C_1$, 且 $AB=12, AC=5, BC=13$, 高 $AA_1=4$.

所以底面 $\triangle A_1B_1C_1$ 为斜边是 A_1C_1 的直角三角形，设该三角形的内切圆为圆 O_1 ，圆 O_1 与边 A_1B_1 切于点 M ，

则圆 O_1 的半径为 $r = \frac{12+5-13}{2} = 2$ 。



设球心为 O ，则由球的几何知识得 $\triangle OO_1M$ 为直角三角形，且 $OO_1 = 8 - 4 = 4$ ，

所以 $OM = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$ ，

即球 O 的半径为 $2\sqrt{5}$ ，

所以球 O 的体积为 $\frac{4}{3} \times \pi \times (2\sqrt{5})^3 = \frac{160\sqrt{5}\pi}{3}$ 。

故选 A。

【点睛】

本题考查与球有关的组合体的问题，解答本题的关键有两个：

(1) 构造以球半径 r 、球心到小圆圆心的距离 d 和小圆半径 r_1 为三边的直角三角形，并在此三角形内求出球的半径，

这是解决与球有关的问题时常用的方法。

(2) 若直角三角形的两直角边为 a, b ，斜边为 c ，则该直角三角形内切圆的半径 $r = \frac{a+b-c}{2}$ ，合理利用中间结论可提

高解题的效率。

5、A

【解析】

令 $f(x) - g(x) = x + e^{x-1} - \ln(x+1) + 4e^{x-1}$ ，

令 $y = x - \ln(x+1)$ ， $y' = 1 - \frac{1}{x+1} = \frac{x}{x+1}$ ，

故 $y = x - \ln(x+1)$ 在 $(-1, -1)$ 上是减函数， $(-1, +\infty)$ 上是增函数，

故当 $x = -1$ 时， y 有最小值 $-1 - 0 = -1$ ，

而 $e^{x-a} + 4e^{a-x} \geq 4$, (当且仅当 $e^{x-a} = 4e^{a-x}$, 即 $x = a + \ln 4$ 时, 等号成立);

故 $f(x) - g(x) \geq 3$ (当且仅当等号同时成立时, 等号成立);

故 $x = a + \ln 4 = -1$, 即 $a = -1 - \ln 4$. 故选: A.

6、B

【解析】

根据指数函数的单调性, 结合特殊值进行辨析.

【详解】

若 $2^m > 2^n > 1 = 2^0$, $\therefore m > n > 0$, $\therefore \pi^{m-n} > \pi^0 = 1$, 故 B 正确;

而当 $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{4}$ 时, 检验可得, A、C、D 都不正确,

故选: B.

【点睛】

此题考查根据指数幂的大小关系判断参数的大小, 根据参数的大小判定指数幂或对数的大小关系, 需要熟练掌握指数函数和对数函数的性质, 结合特值法得出选项.

7、C

【解析】

化简复数为 $a + bi$ ($a, b \in R$) 的形式, 可以确定 z 对应的点位于的象限.

【详解】

解: 复数 $z = \frac{2-i}{i} = \frac{(2-i)i}{i^2} = -(2i - i^2) = -1 - 2i$

故复数 z 对应的坐标为 $(-1, -2)$ 位于第三象限

故选: C.

【点睛】

本题考查复数代数形式的运算, 复数和复平面内点的对应关系, 属于基础题.

8、C

【解析】

推导出 $f(2019) = f(403 \times 5 + 4) = f(4) = f(-1) = \log_2 2$, 由此能求出 $f(2019)$ 的值.

【详解】

\therefore 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x) & x \leq 0 \\ f(x-5) & x > 0 \end{cases}$,

$\therefore f(2019) = f(403 \times 5 + 4) = f(4) = f(-1) = \log_2 2 = 1$, 故选 C.

【点睛】

本题主要考查函数值的求法，解题时要认真审题，注意函数性质的合理运用，属于中档题.

9、C

【解析】

根据 $x^5 = \frac{1}{32}[(2x-1)+1]^5$ ，再根据二项式的通项公式进行求解即可.

【详解】

因为 $x^5 = \frac{1}{32}[(2x-1)+1]^5$ ，所以二项式 $[(2x-1)+1]^5$ 的展开式的通项公式为：

$T_{r+1} = C_5^r \cdot (2x-1)^{5-r} \cdot 1^r = C_5^r \cdot (2x-1)^{5-r}$ ，令 $r=3$ ，所以 $T_3 = C_5^2 \cdot (2x-1)^2$ ，因此有

$$a_2 = \frac{1}{32} \cdot C_5^3 = \frac{1}{32} \cdot C_5^2 = \frac{1}{32} \times \frac{5 \times 4}{2} = \frac{5}{16}.$$

故选：C

【点睛】

本题考查了二项式定理的应用，考查了二项式展开式通项公式的应用，考查了数学运算能力

10、A

【解析】

试题分析：由题意可得： $\frac{1-i}{2-i} = \frac{3}{5} - \frac{1}{5}i$. 共轭复数为 $\frac{3}{5} + \frac{1}{5}i$ ，故选 A.

考点：1.复数的除法运算;2.以及复平面上的点与复数的关系

11、A

【解析】

先令 $p=1, q=1$ ，找出 a_2, a_1 的关系，再令 $p=1, q=2$ ，得到 a_2, a_1, a_3 的关系，从而可求出 a_1 ，然后令 $p=n, q=1$ ，

可得 $a_{n+1} - a_n = 2$ ，得出数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，得 $S_n = n^2 - 12n$ ，可求出 S_n 取最小值.

【详解】

解法一：由 $a_3 = a_1 + a_2 + 13 = (a_1 + 13) + (2a_1 + 13) = -7$ ，所以 $a_1 = -11$ ，由条件可得，对任意的

$n \in \mathbf{N}^*$, $a_{n+1} = a_n + a_1 + 13 = a_n + 2$ ，所以 $\{a_n\}$ 是等差数列， $a_n = 2n - 13$ ，要使 S_n 最小，由 $\begin{cases} a_n \geq 0, \\ a_{n+1} \geq 0 \end{cases}$ 解得

$$\frac{11}{2} \leq n \leq \frac{13}{2}, \text{ 则 } n=6.$$

解法二：由赋值法易求得 $a_1 = -11, a_2 = -9, a_3 = -7, \dots, a_n = 2n - 13, S_n = n^2 - 12n$ ，可知当 $n=6$ 时， S_n 取最小值.

故选：A

【点睛】

此题考查的是由数列的递推式求数列的通项，采用了赋值法，属于中档题.

12、D

【解析】

设出 M 的坐标为 (x, y) ，依据题目条件，求出点 M 的轨迹方程 $x^2 + (y - 2)^2 = 8$ ，

写出点 M 的参数方程，则 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 2\sqrt{2} \cos \theta$ ，根据余弦函数自身的范围，可求得 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON}$ 结果.

【详解】

设 $M(x, y)$ ，则

$$\because \frac{|MA|}{|MO|} = \sqrt{2}, \quad A(0, -2)$$

$$\therefore \frac{\sqrt{x^2 + (y+2)^2}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + (y+2)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$\therefore x^2 + (y-2)^2 = 8$ 为点 M 的轨迹方程

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的参数方程为 } \begin{cases} x = 2\sqrt{2} \cos \theta \\ y = 2 + 2\sqrt{2} \sin \theta \end{cases} \quad (\theta \text{ 为参数})$$

则由向量的坐标表达式有：

$$\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 2\sqrt{2} \cos \theta$$

$$\text{又} \because \cos \theta \in [-1, 1]$$

$$\therefore \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 2\sqrt{2} \cos \theta \in [-2\sqrt{2}, 2\sqrt{2}]$$

故选：D

【点睛】

考查学生依据条件求解各种轨迹方程的能力，熟练掌握代数式转换，能够利用三角换元的思想处理轨迹中的向量乘积，属于中档题. 求解轨迹方程的方法有：①直接法；②定义法；③相关点法；④参数法；⑤待定系数法

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13、60

【解析】

利用二项展开式的通项公式可求 x^2 的系数.

【详解】

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/468121143125007000>