

专题 17 直角三角形翻折模型

已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $BC=4$ ， $AC=5$

模型一：沿过点 A 的直线翻折使得点 B 的对应点 B' 落在斜边 AC 上，

折痕为 AD，求线段 AD，DC， $B'C$ 长度。

解法一（勾股定理思路）：

由已知条件可知， $AB=AB'$ ， $BD=B'D$

$\because \angle ABC=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $AC=5$

$\therefore \angle AB'D=90^\circ$ ， $AB'=3$ ， $B'C=2$

设 $BD=x$ ，则 $B'D=x$ ， $DC=4-x$

在 $\text{Rt}\triangle DB'C$ 中，由勾股定理可得 $DB'^2 + B'C^2 = DC^2$ 即 $x^2 + 2^2 = (4-x)^2$ 解得 $x=1.5$

$\therefore B'D=1.5$ ， $DC=2.5$

同理 $AD=\frac{3}{2}\sqrt{5}$

解法二（相似三角形思路）：

由已知条件易证 $\triangle ABC \sim \triangle DB'C$ 则 $\frac{AB}{BC} = \frac{DB'}{B'C}$ 则 $B'D=1.5$ 再由勾股定理求解线段 AD 长

【模型变形】已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=90^\circ$ ， $AB=3$ ， $BC=4$ ，

AD 为 $\angle BAC$ 的角平分线，求 DC 长

解法（思路）：过点 D 作 $DE \perp AC$ ，垂足为点 E

则 $\triangle ABD \cong \triangle AED$ (AAS) (证明过程略)

$\therefore \angle ABD = \angle AED$ ， $BD=DE$ ， $AB=AE$

剩余步骤参照模型一解法一

模型二：沿过点 C 的直线翻折使得点 B 的对应点 B' 落在斜边 AC 上，

折痕为 CD，求线段 AD，DC， AB' 长度。

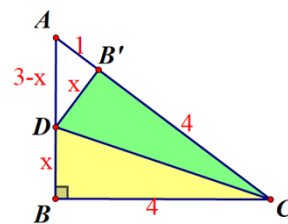
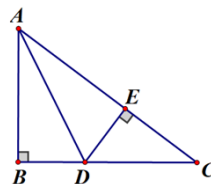
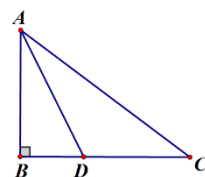
解法一（勾股定理思路）：

由已知条件可知， $BD=B'D$ ， $BC=B'C$

$\because \angle ABC=90^\circ$ ， $BC=4$ ， $AC=5$

$\therefore \angle CB'D=90^\circ$ ， $B'C=4$ ， $AB'=1$

设 $BD=x$ ，则 $B'D=x$ ， $AD=3-x$



在 $Rt\triangle ADB'$ 中，由勾股定理可得 $DB'^2 + AB'^2 = AD^2$ 即 $x^2 + 1^2 = (3-x)^2$ 解得 $x = \frac{4}{3}$

$$\therefore B'D = \frac{4}{3}, AD = \frac{5}{3}$$

在 $Rt\triangle DCB'$ 中，由勾股定理可求得 CD 长

解法二（相似三角形思路）：

由已知条件易证 $\triangle ABC \sim \triangle AB'D$ 则 $\frac{AB}{BC} = \frac{AB'}{B'D}$ 则 $B'D = \frac{4}{3}$ 再由勾股定理求解线段 CD 长

模型三：沿 MN 翻折使得点 A 与点 C 重合，

求线段 AN , BM , MN 长度。

解法一（勾股定理思路）：

设 $BM = x$ ，则 $MC = AM = 4 - x$ ，

在 $Rt\triangle ABM$ 中，由勾股定理可得 $BM^2 + AB^2 = AM^2$ 即 $x^2 + 3^2 = (4-x)^2$ 解得 $x = \frac{7}{8}$

$$\text{则 } MC = \frac{25}{8}$$

在 $Rt\triangle MNC$ 中，由勾股定理可得 $MN = \sqrt{MC^2 - NC^2} = \frac{15}{8}$

解法二（相似三角形思路）：

由已知条件易证 $\triangle ABC \sim \triangle MNC$ 则 $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NC}$ ， $\frac{BC}{AC} = \frac{NC}{MC}$ 则 $MN = \frac{15}{8}$ ， $MC = \frac{25}{8}$ $\therefore BM = \frac{7}{8}$

模型四：沿斜边中线 BE 翻折，使得点 A 落在点 F 处，连接 AF 、 FC ， AF 与 BE 交于点 O ，

求线段 AF , FC 的长

解法(思路)：过点 E 作 $DE \perp AB$ ，交 AB 边于点 D

由翻折的性质可知， $AE = EF$, $AF \perp BE$

$\because BE$ 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边中线， $\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = 3$

$\therefore S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2} AO \cdot BE = 3$ 解得 $AO = \frac{12}{5}$ 则 $AF = \frac{24}{5}$

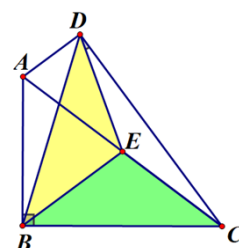
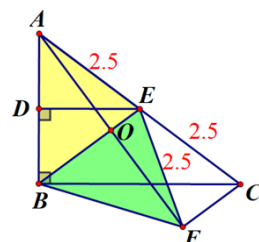
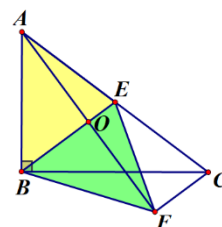
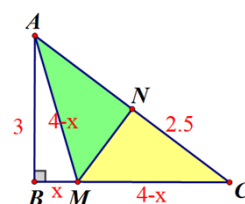
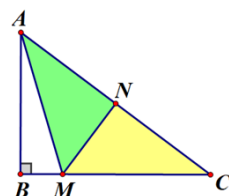
$\because \angle FEC = 2\angle EFA$, $\angle EFC = \angle ECF$

在 $\triangle EFC$ 中根据三角形内角和定理可得 $\angle FEC + \angle EFC + \angle ECF = 180^\circ$

$\therefore \angle EFA + \angle EFC = 90^\circ$

在 $Rt\triangle AFC$ 中根据勾股定理可知 $FC = \sqrt{AC^2 - AF^2} = \frac{7}{5}$

模型五：沿斜边中线 BE 翻折，使得点 C 落在点 D 处，连接 AD 、 CD



以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/475214024341011214>