2023-2024学年福建省南安市柳城中学高三下学期第三次调研数学试题试卷

注意事项:
1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2．答题时请按要求用笔。
3．请按照题号顺序在答题卡各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效；在草稿纸、试卷上答题无效。
4．作图可先使用铅笔画出，确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑。
5．保持卡面清洁，不要折暴、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、修正带、刮纸刀。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．设函数$f(x)$定义域为全体实数，令$g(x)=f(|x|)-|f(x)|$．有以下6个论断：

①$f(x)$是奇函数时，$g(x)$是奇函数；

②$f(x)$是偶函数时，$g(x)$是奇函数；

③$f(x)$是偶函数时，$g(x)$是偶函数；

④$f(x)$是奇函数时，$g(x)$是偶函数

⑤$g(x)$是偶函数；

⑥对任意的实数x，$g(x)\geqslant 0$．

那么正确论断的编号是（　　）

A．③④　　B．①②⑥　　C．③④⑥　　D．③④⑤

2．若函数f(x)＝$a^{|2x-4|}$(a>0，a≠1)满足f(1)＝$\frac{1}{9}$，则f(x)的单调递减区间是( )

A．(－∞，2]　　B．[2，＋∞)

C．[－2，＋∞)　　D．(－∞，－2]

3．过抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点作直线交抛物线于A，B两点，若线段AB中点的横坐标为3，且$|AB|=8$，则抛物线的方程是(　　)

A．$y^2=2x$　　B．$y^2=4x$　　C．$y^2=8x$　　D．$y^2=10x$

4．等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=\frac{1}{8},q=2$，则a_4与a_8的等比中项是（　　）

A．±4　　B．4　　C．$\pm\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{4}$

5．已知双曲线C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的焦距为$2c$.点$A$为双曲线$C$的右顶点，若点$A$到双曲线$C$

的渐近线的距离为$\frac{1}{2}c$，则双曲线C的离心率是（　　）

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．3

6．上世纪末河南出土的以鹤的尺骨（翅骨）制成的“骨笛”（图 1），充分展示了我国古代高超的音律艺术及先进的数学水平，也印证了我国古代音律与历法的密切联系.图 2 为骨笛测量“春（秋）分”，“夏（冬）至”的示意图，图 3 是某骨笛的部分测量数据（骨笛的弯曲忽略不计），夏至（或冬至）日光（当日正午太阳光线）与春秋分日光（当日正午太阳光线）的夹角等于黄赤交角.



图 1

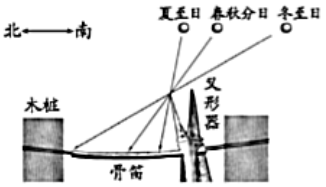


图 2

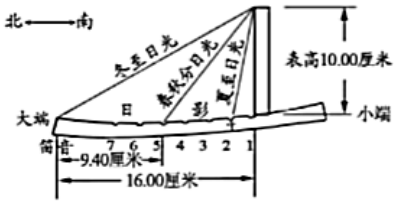


图 3

由历法理论知，黄赤交角近 1 万年持续减小，其正切值及对应的年代如下表：

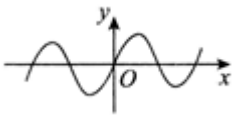
黄赤交角	23°41′	23°57′	24°13′	24°28′	24°44′
正切值	**0.439**	**0.444**	**0.450**	**0.455**	**0.461**
年代	公元元年	公元前 2000 年	公元前 4000 年	公元前 6000 年	公元前 8000 年

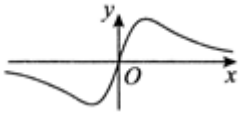
根据以上信息，通过计算黄赤交角，可估计该骨笛的大致年代是(　　)

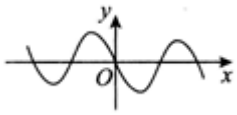
A．公元前 2000 年到公元元年　　B．公元前 4000 年到公元前 2000 年

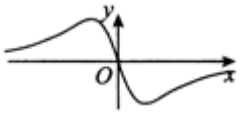
C．公元前 6000 年到公元前 4000 年　　D．早于公元前 6000 年

7．函数$y=\frac{x+\sin x}{1+x^2}$的部分图象大致为（　　）

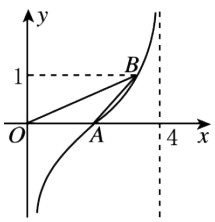
A．

B．

C．

D．

8．函数$y=\tan\left(\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{2}\right)$的部分图象如图所示，则$\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=$（　　）



A．6　　B．5　　C．4　　D．3

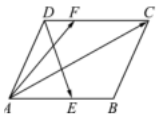
9．等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+a_5=10$，$a_4=7$，则数列$\{a_n\}$前6项和S_6为（）

A．18　　B．24　　C．36　　D．72

10．在直角梯形$ABCD$中，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$，$\angle B=30°$，$AB=2\sqrt{3}$，$BC=2$，点$E$为$BC$上一点，且$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，当$xy$的值最大时，$|\overrightarrow{AE}|=$(　　)

A．$\sqrt{5}$　　B．2　　C．$\frac{\sqrt{30}}{2}$　　D．$2\sqrt{3}$

11．如图，四边形$ABCD$为平行四边形，E为AB中点，F为CD的三等分点（靠近D）若$\overrightarrow{AF}=x\overrightarrow{AC}+y\overrightarrow{DE}$，则$y-x$的值为（　　）



A．$-\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{2}{3}$　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．-1

12．要得到函数$f(x)=\sin(3x+\frac{\pi}{3})$的导函数$f'(x)$的图像，只需将$f(x)$的图像（　　）

A．向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，再把各点的纵坐标伸长到原来的3倍

B．向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把各点的纵坐标缩短到原来的$\frac{1}{3}$倍

C．向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度，再把各点的纵坐标缩短到原来的$\frac{1}{3}$倍

D．向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度，再把各点的纵坐标伸长到原来的3倍

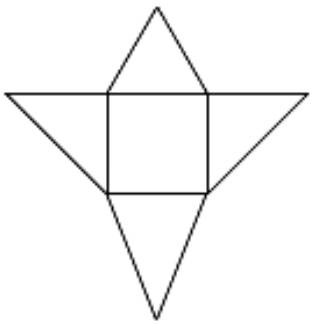
二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$(a＞0，b＞0)的一条渐近线方程为$x-2y=0$，则该双曲线的离心率为_____.

14．六位同学坐在一排，现让六位同学重新坐，恰有两位同学坐自己原来的位置，则不同的坐法有_____种（用数字回答）.

15．在$(1+x)^6(1+y)^4$的展开式中，x^2y^3的系数为_____.

16．如图，是一个四棱锥的平面展开图，其中间是边长为2的正方形，上面三角形是等边三角形，左、右三角形是等腰直角三角形，则此四棱锥的体积为_____.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（12 分）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），与 x 轴负半轴交于 $A(-2,0)$，离心率 $e=\frac{1}{2}$.

（1）求椭圆 C 的方程；

（2）设直线 l：$y=kx+m$ 与椭圆 C 交于 $M\left(x_1,y_1\right)$，$N\left(x_2,y_2\right)$ 两点，连接 AM，AN 并延长交直线 $x=4$ 于 $E\left(x_3,y_3\right)$，$F\left(x_4,y_4\right)$ 两点，已知 $\frac{1}{y_1}+\frac{1}{y_2}=\frac{1}{y_3}+\frac{1}{y_4}$，求证：直线 MN 恒过定点，并求出定点坐标.

18.（12 分）已知函数 $f(x)=2|x-2|-m\ (m>0)$，若 $f(x+2)<0$ 的解集为 $\left(-2,2\right)$.

（1）求 m 的值；

（2）若正实数 a，b，c 满足 $a+2b+3c=m$，求证：$\frac{1}{a}+\frac{1}{2b}+\frac{1}{3c}\geq\frac{9}{4}$.

19.（12 分）$f\left(x\right)=\ln x-ax$ 有最大值，且最大值大于 0.

（1）求 a 的取值范围；

（2）当 $a=\frac{1}{3}$ 时，$f\left(x\right)$ 有两个零点 $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$，证明：$x_1^2x_2<30$.

(参考数据：$\ln 0.9\approx-0.1$)

20.（12 分）某市环保部门对该市市民进行了一次垃圾分类知识的网络问卷调查，每位市民仅有一次参加机会，通过随机抽样，得到参与问卷调查的 100 人的得分（满分：100 分）数据，统计结果如表所示：

组别	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
男	**2**	**3**	**5**	**15**	**18**	**12**
女	**0**	**5**	**10**	**10**	**7**	**13**

(1)若规定问卷得分不低于 70 分的市民称为“环保关注者”，请完成答题卡中的 2×2 列联表，并判断能否在犯错误概率不超过 0.05 的前提下，认为是否为“环保关注者”与性别有关？

(2)若问卷得分不低于 80 分的人称为“环保达人”．视频率为概率．

①在我市所有“环保达人”中，随机抽取 3 人，求抽取的 3 人中，既有男“环保达人”又有女“环保达人”的概率；

②为了鼓励市民关注环保，针对此次的调查制定了如下奖励方案：“环保达人”获得两次抽奖活动；其他参与的市民获得一次抽奖活动．每次抽奖获得红包的金额和对应的概率.如下表：

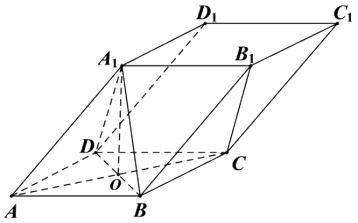
红包金额（单位：元）	10	20
概率	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

现某市民要参加此次问卷调查，记 X （单位：元）为该市民参加间卷调查获得的红包金额，求 X 的分布列及数学期望．

附表及公式：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)},n=a+b+c+d$

$P\left(K^2\ldots k\right)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

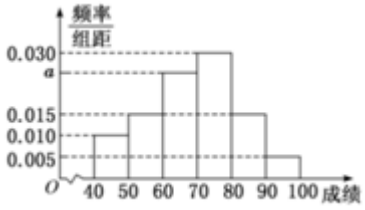
21．（12 分）在底面为菱形的四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AA_1=2,A_1B=A_1D,\angle BAD=60°,AC\cap BD=O,AO\perp$ 平面 A_1BD．



（1）证明：B_1C P平面 A_1BD；

（2）求二面角 $B-AA_1-D$ 的正弦值．

22．（10 分）在某外国语学校举行的 $HIMCM$ (高中生数学建模大赛)中,参与大赛的女生与男生人数之比为 $1:3$,且成绩分布在 $[40,100]$,分数在 80 以上(含 80)的同学获奖．按女生、男生用分层抽样的方法抽取 200 人的成绩作为样本,得到成绩的频率分布直方图如图所示．



(Ⅰ)求 a 的值,并计算所抽取样本的平均值 $\bar{x}$ (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(Ⅱ)填写下面的 2×2 列联表,并判断在犯错误的概率不超过 0.05 的前提下能否认为“获奖与女生、男生有关”.

	女生	男生	总计
获奖	5		
不获奖			
总计			200

附表及公式:

$P\left(K^2\geq k_0\right)$	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

其中 $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n=a+b+c+d$.

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、A

【解析】

根据函数奇偶性的定义即可判断函数 $g(x)$ 的奇偶性并证明.

【详解】

当 $f(x)$ 是偶函数，则 $f\left(-x\right)=f\left(x\right)$，

所以 $g(-x)=f(|-x|)-|f(-x)|=f(|x|)-|f(x)|=g\left(x\right)$，

所以 $g(x)$ 是偶函数；

当 $f(x)$ 是奇函数时，则 $f\left(-x\right)=-f\left(x\right)$，

所以 $g(-x)=f(|-x|)-|f(-x)|=f(|x|)-|f(x)|=g\left(x\right)$，

所以 $g(x)$ 是偶函数；

当 $f(x)$ 为非奇非偶函数时，例如：$f\left(x\right)=x+5$，

则 $f\left(\left|-2\right|\right)=7$，$\left|f\left(-2\right)\right|=3$，此时 $g(-2)>0$，故⑥错误；

故③④正确.

故选：A

【点睛】

本题考查了函数的奇偶性定义，掌握奇偶性定义是解题的关键，属于基础题.

2、B

【解析】

由 f(1)=$\frac{1}{9}$得 $a^2=\frac{1}{9}$,

∴a=$\frac{1}{3}$或 a=-$\frac{1}{3}$(舍),

即 f(x)=$(\frac{1}{3})^{|2x-4|}$.由于 y=|2x-4|在(-∞,2]上单调递减,在[2,+∞)上单调递增,所以 f(x)在(-∞,2]上单调递增,在[2,+∞)上单调递减,故选 B.

3、B

【解析】

利用抛物线的定义可得,$|AB|=|AF|+|BF|=x_1+\frac{p}{2}+x_2+\frac{p}{2}$,把线段 *AB* 中点的横坐标为 3,$|AB|=8$ 代入可得 *p* 值,然后可得出抛物线的方程.

【详解】

设抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 *F*,设点 $A\left(x_1,y_1\right),B\left(x_2,y_2\right)$，

由抛物线的定义可知 $|AB|=|AF|+|BF|=x_1+\frac{p}{2}+x_2+\frac{p}{2}=\left(x_1+x_2\right)+p$，

线段 *AB* 中点的横坐标为 3，又 $|AB|=8$，$\therefore 8=6+p$，可得 $p=2$，

所以抛物线方程为 $y^2=4x$.

故选：B.

【点睛】

本题考查抛物线的定义、标准方程,以及简单性质的应用,利用抛物线的定义是解题的关键.

4、A

【解析】

利用等比数列 $\{a_n\}$ 的性质可得 $a_6^2=a_4a_8$ ，即可得出.

【详解】

设 a_4 与 a_8 的等比中项是 x .

由等比数列 $\{a_n\}$ 的性质可得 $a_6^2=a_4a_8$，$\therefore x=\pm a_6$.

$\therefore a_4$ 与 a_8 的等比中项 $x=\pm a_6=\pm\frac{1}{8}\times 2^5=\pm 4$.

故选 A.

【点睛】

本题考查了等比中项的求法，属于基础题.

5、A

【解析】

由点到直线距离公式建立 a,b,c 的等式，变形后可求得离心率.

【详解】

由题意 $A(a,0)$，一条渐近线方程为 $y=\frac{b}{a}x$，即 $bx-ay=0$，$\therefore d=\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{1}{2}c$，

$\frac{a^2b^2}{c^2}=\frac{1}{4}c^2$，即 $\frac{a^2(c^2-a^2)}{c^2}=\frac{1}{4}c^2$，$e^4-4e^2+4=0$，$e=\sqrt{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查求双曲线的离心率，掌握渐近线方程与点到直线距离公式是解题基础.

6、D

【解析】

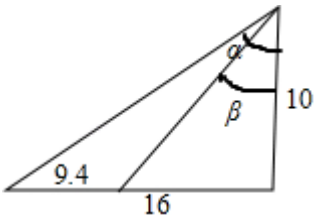
先理解题意，然后根据题意建立平面几何图形，在利用三角函数的知识计算出冬至日光与春秋分日光的夹角，即黄赤交角，即可得到正确选项.

【详解】

解：由题意，可设冬至日光与垂直线夹角为α，春秋分日光与垂直线夹角为β，

则$\alpha-\beta$即为冬至日光与春秋分日光的夹角，即黄赤交角，

将图 3 近似画出如下平面几何图形：



则$\tan\alpha=\frac{16}{10}=1.6$，$\tan\beta=\frac{16-9.4}{10}=0.66$，

$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{1.6-0.66}{1+1.6\times0.66}\approx0.457$.

Q$0.455<0.457<0.461$，

$\therefore$估计该骨笛的大致年代早于公元前 6000 年.

故选：D.

【点睛】

本题考查利用三角函数解决实际问题的能力，运用了两角和与差的正切公式，考查了转化思想，数学建模思想，以及数学运算能力，属中档题.

7、B

【解析】

图像分析采用排除法，利用奇偶性判断函数为奇函数，再利用特值确定函数的正负情况。

【详解】

$f(-x)=\frac{-x+\sin(-x)}{1+x^2}=-\frac{x+\sin x}{1+x^2}=-f(x)$，故奇函数，四个图像均符合。

当$x\in(0,\pi)$时，$\sin x>0$，$y=\frac{x+\sin x}{1+x^2}>0$，排除 C、D

当$x\in(\pi,2\pi)$时，$\sin x<0$，$y=\frac{x+\sin x}{1+x^2}>0$，排除 A。

故选 B。

【点睛】

图像分析采用排除法，一般可供判断的主要有：奇偶性、周期性、单调性、及特殊值。

8、**A**

【解析】

根据正切函数的图象求出 A、B 两点的坐标，再求出向量的坐标，根据向量数量积的坐标运算求出结果.

【详解】

由图象得,令 $y=\tan\left(\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{2}\right)$=0,即 $\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{2}=k\pi$，$k\in Z$

k=0 时解得 x=2，

令 $y=\tan\left(\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{2}\right)$=1,即 $\frac{\pi}{4}x-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{4}$，解得 x=3，

∴A(2,0),B(3,1)，

$\therefore \overrightarrow{OA}=(2,0),\overrightarrow{OB}=(3,1),\overrightarrow{AB}=(1,1)$，

$\therefore \left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right)\cdot\overrightarrow{AB}=(5,1)\cdot(1,1)=5+1=6$.

故选：A.

【点睛】

本题考查正切函数的图象，平面向量数量积的运算，属于综合题，但是难度不大，解题关键是利用图象与正切函数图象求出坐标，再根据向量数量积的坐标运算可得结果，属于简单题.

9、C

【解析】

由等差数列的性质可得 $a_3=5$，根据等差数列的前 n 项和公式 $S_6=\frac{a_1+a_6}{2}\times6=\frac{a_3+a_4}{2}\times6$ 可得结果.

【详解】

∵等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1+a_5=10$，$\therefore 2a_3=10$，即 $a_3=5$，

$\therefore S_6=\frac{a_1+a_6}{2}\times6=\frac{a_3+a_4}{2}\times6=\frac{5+7}{2}\times6=36$，

故选 C.

【点睛】

本题主要考查了等差数列的性质以及等差数列的前 n 项和公式的应用，属于基础题.

10、B

【解析】

由题，可求出 $AD=1,CD=\sqrt{3}$，所以 $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}$，根据共线定理，设 $\overrightarrow{BE}=\lambda\overrightarrow{BC}(0\leqslant\lambda\leqslant1)$，利用向量三角形法则求出 $\overrightarrow{AE}=\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)\overrightarrow{AB}+\lambda\overrightarrow{AD}$，结合题给 $\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$，得出 $x=1-\frac{\lambda}{2},y=\lambda$，进而得出 $xy=\left(1-\frac{\lambda}{2}\right)\lambda$，最后

利用二次函数求出 xy 的最大值，即可求出 $|\overrightarrow{AE}|=$.

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：https://d.book118.com/476041242225010210