2022-2023 学年八年级数学下学期复习备考高分秘籍【人教版】

专题 6.2 考前必做 30 题之勾股定理小题培优提升（压轴篇，八下人教）

本套试题主要针对期中期末考试的选择填空压轴题，所选题目典型性和代表性强，均为中等偏上和较难的题目，具有一定的综合性，适合学生的培优拔高训练.试题共 30 题，选择 20 道，每题 3 分，填空 10 道，每题 4 分，总分 100 分.涉及的考点主要有以下方面：

1. 勾股定理：用勾股定理求线段长度、勾股定理与面积、勾股定理与网格问题、勾股定理求线段之间的平方关系、勾股定理与分类讨论、勾股定理的证明方法、勾股定理与弦图问题、勾股定理与数轴、勾股树问题、翻折问题、最短路径问题

2. 勾股定理的逆定理：勾股数、直角三角形的判断、勾股定理的逆定理的应用、勾股定理的逆定理与网格问题

3. 勾股定理的应用：梯子问题、旗杆高度问题、航海问题、超速问题、选址问题、动点问题等.

一、单选题

1.（2023 春·河南郑州·八年级郑州外国语中学校考期末）下列条件中，不能判断$\triangle ABC$是直角三角形的是（　）

A．$AB:BC:AC=3:4:5$　　　　B．$AB:BC:AC=5:12:13$

C．$\angle A-\angle B=\angle C$　　　　D．$\angle A:\angle B:\angle C=3:4:5$

【答案】D

【分析】根据用勾股定理的逆定理判断 A、B，根据三角形的内角和定理求出最大角的度数，即可判断选项 C 和选项 D.

【详解】解：A.$\because AB:BC:AC=3:4:5$，

$\therefore$可设$AB=3k$，$BC=4k$，$AC=5k$，

$\therefore AB^2+BC^2=25k^2=AC^2$，

$\therefore\triangle ABC$是直角三角形，故此选项不符合题意；

B.$\because AB:BC:AC=5:12:13$，

$\therefore$可设$AB=5k$，$BC=12k$，$AC=13k$，

$\therefore AB^2+BC^2=169k^2=AC^2$，

$\therefore\triangle ABC$是直角三角形，故此选项不符合题意；

C.$\because\angle A-\angle B=\angle C$，

$\therefore\angle A=\angle B+\angle C$，

$\because\angle A+\angle B+\angle C=180°$，

$\therefore \angle A = 90°$，

$\therefore \triangle ABC$是直角三角形，故此选项不符合题意；

D.$\because \angle A:\angle B:\angle C = 3:4:5$，$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$，

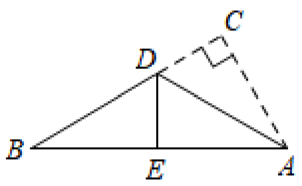
$\therefore \angle A = 45°$，$\angle B = 60°$，$\angle C = 75°$，

$\therefore \triangle ABC$不是直角三角形，故此选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查勾股定理的逆定理，三角形内角和定理，直角三角形的判定，熟练掌握勾股定理的逆定理和三角形内角和定理是解题的关键.

2.（2022春·黑龙江齐齐哈尔·八年级校考阶段练习）如图所示，小宇手里有一张直角三角形纸片ABC，他无意中将直角边AC折叠了一下，恰好使AC落在斜边AB上，且C点与E点重合，小宇经过测量得知两直角边$AC = 6\text{cm}$，$BC = 8\text{cm}$，求出CD的长是（　　）



A．4cm　　B．5cm　　C．6cm　　D．3cm

【答案】D

【分析】先由勾股定理求出AB的长，再根据折叠的性质可以得到$CD = DE$，$AC = AE$，最后利用勾股定理列方程即可求出CD的长.

【详解】解：$\because \triangle ABC$是直角三角形，$AC = 6\text{cm}$，$BC = 8\text{cm}$，

$\therefore AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10\text{cm}$，

设$CD = x\text{cm}$，

$\because \triangle ADE$由$\triangle ADC$折叠而成，

$\therefore CD = DE = x\text{cm}$，$AC = AE = 6\text{cm}$，

$\therefore BD = (8-x)\text{cm}$，$BE = AB-AE = 4\text{cm}$，

在$\text{Rt}\triangle BDE$中，$BD^2 = DE^2 + BE^2$，

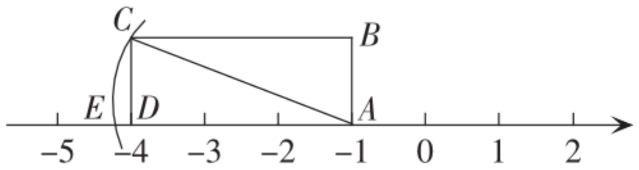
即$(8-x)^2 = x^2 + 4^2$，解得$x = 3$，

$\therefore CD = 3\text{cm}$.

故选：D.

【点睛】本题考查了折叠问题和勾股定理，根据勾股定理列出方程是解题的关键.

3.（2023春·全国·八年级阶段练习）如图，长方形$ABCD$的边AD在数轴上，若点A与数轴上表示数-1的点重合，点D与数轴上表示数-4的点重合，$AB=1$，以点A为圆心，对角线AC的长为半径作弧与数轴负半轴交于一点E，则点E表示的数为（　）



A．$-\sqrt{10}$　　　　B．$1-\sqrt{10}$　　　　C．$\sqrt{10}-1$　　　　D．$-1-\sqrt{10}$

【答案】D

【分析】根据勾股定理计算出AC的长度，进而求得该点与点A的距离，再根据点A表示的数为-1，可得该点表示的数.

【详解】解：∵在长方形$ABCD$中，$AD=-1-(-4)=3$，$AB=CD=1$，

∴$AC=\sqrt{AD^2+CD^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$，

则点A到该交点的距离为$\sqrt{10}$，

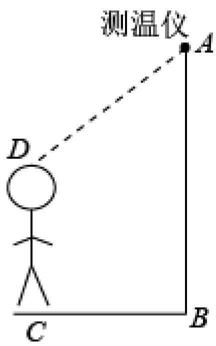
∵点A表示的数为-1，

∴该点表示的数为：$-1-\sqrt{10}$，

故选：D.

【点睛】此题主要考查了勾股定理的应用，解决本题的关键是掌握勾股定理：在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方和一定等于斜边长的平方.

4.（2023春·全国·八年级阶段练习）为了方便体温监测，某学校在大门入口的正上方A处装有红外线激光测温仪（如图所示），测温仪离地面的距离$AB=2.2$米，当人体进入感应范围内时，测温仪就会自动测温并报告人体体温．当身高为1.7米的小明CD正对门缓慢走到离门1.2米处时（即$BC=1.2$米），测温仪自动显示体温，此时小明头顶到测温仪的距离AD等于（　）

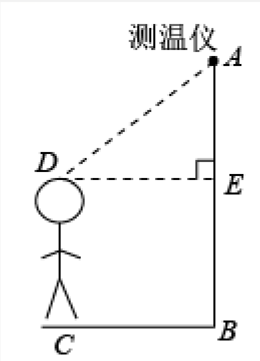


A．0.5 米　　　　B．1.2 米　　　　C．1.3 米　　　　D．1.7 米

【答案】C

【分析】过点 D 作$DE\perp AB$于点 E，构造$Rt\triangle ADE$，利用勾股定理求得AD的长度即可．

【详解】解：如图，过点 D 作$DE\perp AB$于点 E，



$\because AB=2.2$米，$BE=CD=1.7$米，$ED=BC=1.2$米，

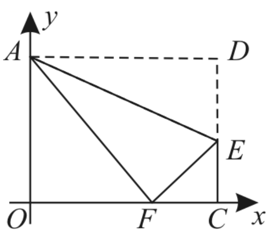
$\therefore AE=AB-BE=2.2-1.7=0.5$（米）．

在$\mathrm{Rt}\triangle ADE$中，由勾股定理得到：$AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{0.5^2+1.2^2}=1.3$（米），

故选：C．

【点睛】本题考查了勾股定理的应用，解题的关键是作出辅助线，构造直角三角形，利用勾股定理求得线段AD的长度．

5．（2023 春·广东东莞·八年级校考阶段练习）如图，在平面直角坐标系中，将长方形$AOCD$沿直线AE折叠（点 E 在边DC上），折叠后顶点 D 恰好落在边OC上的点 F 处．若点 D 的坐标为$\left(10,\ 8\right)$．则点 E 的坐标为（　　）



A．$\left(10,\ 3\right)$　　　　B．$\left(10,\ 4\right)$　　　　C．$\left(10,\ 5\right)$　　　　D．$\left(10,\ 6\right)$

【答案】A

【分析】先根据点D的坐标得到$AD=OC=10$，$OA=CD=8$，再由折叠的性质得到$DE=EF$，$AF=AD=10$，利用勾股定理求出$OF=6$，则$CF=4$，设$CE=x$，则$DE=EF=8-x$，由勾股定理得$(8-x)^2=x^2+4^2$，解方程即可得到答案．

【详解】解：∵四边形$AOCD$是长方形，点 D 的坐标为$\left(10，8\right)$，

∴$AD=OC=10$，$OA=CD=8$，

由折叠的性质可得$DE=EF$，$AF=AD=10$，

∴$OF=\sqrt{AF^2-OA^2}=6$，

∴$CF=OC-OF=4$，

设$CE=x$，则$DE=EF=8-x$，

在$\mathrm{Rt}\triangle CEF$中，由勾股定理得$EF^2=CE^2+CF^2$，

∴$(8-x)^2=x^2+4^2$，

解得$x=3$，

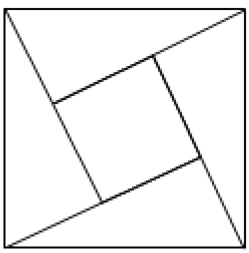
∴$CE=3$，

∴$E\left(10，3\right)$，

故选 A．

【点睛】本题主要考查了勾股定理，折叠的性质，坐标与图形，灵活运用所学知识是解题的关键．

6．（2023 秋·湖南衡阳·八年级统考期末）“赵爽弦图”巧妙地利用面积关系证明了勾股定理，是我国古代数学的骄傲，如图所示的“赵爽弦图”是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成一个大正方形，设直角三角形较长直角边长为 a，较短直角边长为 b，若$ab=24$，大正方形的面积为 129．则小正方形的边长为（　　）



A．12　　　　B．11　　　　C．10　　　　D．9

【答案】D

【分析】首先根据已知条件易得，中间小正方形的边长为：$a-b$；结合题意可得$ab=24$，$a^2+b^2=129$，结合完全平方公式即可求出小正方形的边长．

【详解】解：由题意可知：中间小正方形的边长为：$a-b$，

∵$ab=24$，$a^2+b^2=129$，

∴$(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=129-2\times24=81$，

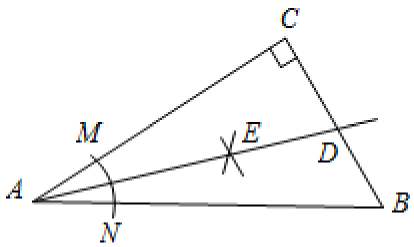
而$a-b>0$，

$\therefore a-b=9$，

故选 D．

【点睛】本题考查勾股定理的应用，完全平方公式的应用，算术平方根的含义，解题的关键是熟练运用勾股定理以及完全平方公式．

7．（2022 秋·河南开封·八年级统考期末）如图，在Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，以点 A 为圆心，适当的长为半径画弧，分别交 AC、AB 于点 M、N，再分别以点 M、N 为圆心，大于$\frac{1}{2}MN$的长为半径画弧，两弧交于点 E，作射线 AE 交 BC 于点 D，若$BD=5$，$AB=15$，$\triangle ABD$的面积 30，则$AC+CD$的值是（　）



A．19　　B．16　　C．14　　D．12

【答案】B

【分析】过 D 点作$DF\perp AB$，垂足为 F，利用三角形ABD的面积和角平分线的性质求出$CD=DF=4$，得到$BC=9$，再利用勾股定理求出AC，最后即可得答案．

【详解】解：如图所示，过 D 点作$DF\perp AB$，垂足为 F

$\because S_{\triangle ABD}=30$，

$\therefore \frac{1}{2}AB\cdot DF=30$，

$\therefore DF=4$，

根据作图得到AD是$\angle CAB$的角平分线，

又$\because \angle C=90°$

$\therefore CD=DF=4$，

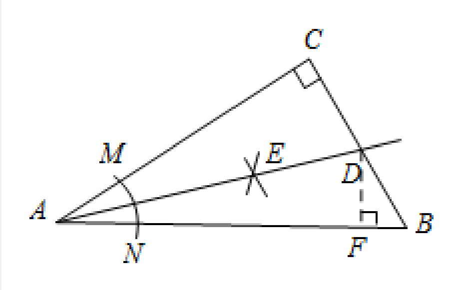
$\because BD=5$，

$\therefore BC=5+4=9$，

在Rt$\triangle ABC$中，由勾股定理得 $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=12$，

$\therefore AC+CD=12+4=16$，

故选 B．



【点睛】本题主要考查角平分线性质与勾股定理，熟知角平分线上的点到角两边的距离相等是解题的关键．

8．（2023 秋·江苏南通·八年级统考期末）《九章算术》中记载了一个“折竹抵地”问题：今有竹高一丈，末折抵地，去本三尺，问折者高几何？题意是：一根竹子原高 1 丈（1 丈 $=10$尺），中部有一处折断，竹梢触地面处离竹根 3 尺，试问折断处离地面多高？设折断处离地面的高度为x尺，则可列方程为（　　）

A．$x^2-3=(10-x)^2$　　B．$x^2+3=(10-x)^2$

C．$x^2+3^2=(10-x)^2$　　D．$x^2-3^2=(10-x)^2$

【答案】C

【分析】根据题意结合勾股定理列出方程即可．

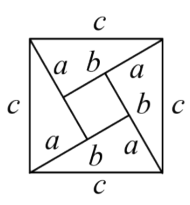
【详解】解：设折断处离地面的高度为x尺，则斜边为$(10-x)$尺，根据勾股定理可得，

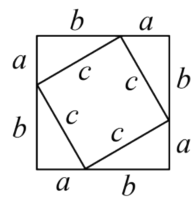
$x^2+3^2=(10-x)^2$，

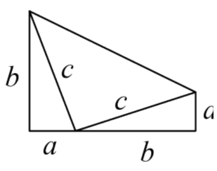
故选：C．

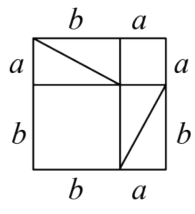
【点睛】本题主要考查了勾股定理的应用及由实际问题抽象出一元二次方程的知识，根据题意正确应用勾股定理是解题关键．

9．（2023 春·全国·八年级专题练习）我国是最早了解勾股定理的国家之一，根据《周髀算经》的记载，勾股定理的公式与证明是在商代由商高发现的，故又称之为“商高定理”．三国时代的蒋铭祖对《蒋铭祖算经》勾股定理作出了详细注释，并给出了另外一种证明．下面四幅图中，不能证明勾股定理的是（　　）

A．

B．

C．

D．

【答案】D

【分析】根据面积公式，逐项推理论证判断即可．

【详解】解：A、大正方形的面积为：c^2；

也可看作是 4 个直角三角形和一个小正方形组成，则其面积为：$\frac{1}{2}ab\times4+(b-a)^2=a^2+b^2$，

$\therefore a^2+b^2=c^2$，故 A 选项能证明勾股定理；

B、大正方形的面积为：$(a+b)^2$；

也可看作是 4 个直角三角形和一个小正方形组成，则其面积为：$\frac{1}{2}ab\times4+c^2=2ab+c^2$，

$\therefore(a+b)^2=2ab+c^2$，

$\therefore a^2+b^2=c^2$，故 B 选项能证明勾股定理；

C、梯形的面积为：$\frac{1}{2}(a+b)(a+b)=\frac{1}{2}(a^2+b^2)+ab$；

也可看作是 2 个直角三角形和一个等腰直角三角形组成，则其面积为：$\frac{1}{2}ab\times2+\frac{1}{2}c^2=ab+\frac{1}{2}c^2$，

$\therefore ab+\frac{1}{2}c^2=\frac{1}{2}(a^2+b^2)+ab$，

$\therefore a^2+b^2=c^2$ ，故 C 选项能证明勾股定理；

D、大正方形的面积为：$(a+b)^2$；

也可看作是 2 个矩形和 2 个小正方形组成，则其面积为：a^2+b^2+2ab，

$\therefore(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$，

$\therefore$D 选项不能证明勾股定理．

故选：D．

【点睛】本题考查了勾股定理的证明，完全平方公式，熟练掌握勾股定理的证明和完全平方公式的几何意义是解题的关键．

10．（2023·江苏·八年级泰州市姜堰区第四中学校考期末）在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，若$AB-AC=2$，$BC=3$，则AC的长为（　）

A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．$\frac{5}{4}$

【答案】D

【分析】在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，根据勾股定理列出方程即可求解．

【详解】解：在$\mathrm{Rt}\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AB-AC=2$，$BC=3$，

$\therefore AC^2+BC^2=AB^2$，

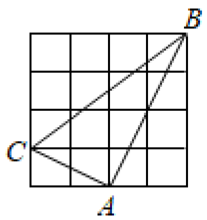
$\therefore AC^2+3^2=(AC+2)^2$，

解得：$AC=\frac{5}{4}$，

故选 D．

【点睛】本题考查了勾股定理，解答的关键是熟练掌握勾股定理的定义及其在直角三角形中的表示形式．

11．（2023 秋·河南南阳·八年级统考期末）在如图所示的网格中，小正方形的边长均为 1，$\triangle ABC$的顶点 A，B，C 均在正方形格点上，则下列结论错误的是 （　）



A．$AB^2=20$　　　　B．$\angle BAC=90°$

C．$S_{\triangle ABC}=10$　　　　D．点 A 到直线BC的距离是 2

【答案】C

【分析】利用勾股定理即可判断 A；利用勾股定理的逆定理即可判断 B；利用割补法求出$\triangle ABC$的面积进而求出点 A 到直线BC的距离即可判断 C、D．

【详解】解：由题意得，$AC^2=1^2+2^2=5$，$BC^2=3^2+4^2=25$，$AB^2=2^2+4^2=20$，

$\therefore AC^2+AB^2=BC^2$，

$\therefore \triangle ABC$是直角三角形，即$\angle BAC=90°$，

$\because S_{\triangle ABC}=4\times4-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times3\times4=5$，

$\therefore$点 A 到直线BC的距离是$\frac{5}{\frac{1}{2}\times\sqrt{25}}=2$，

$\therefore$四个选项中，只有 C 选项结论错误，

故选 C．

【点睛】本题主要考查了勾股定理，勾股定理的逆定理，三角形面积，点到直线的距离，灵活运用所学知识是解题的关键．

12．（2022 秋·浙江宁波·八年级校考期中）勾股定理是初中数学最重要的定理之一，如图 1，以直角三角形的各边为边分别向外作正方形，再把较小的两个正方形按图 2 的方式放置在最大正方形内．记四边形$ABCD$的面积为S_1，四边形$DCEI$的面积为S_2，四边形$CEFG$的面积为S_3，$\triangle EHI$的面积为S_4．若知道图中阴影部分的面积，则一定能求出（　）

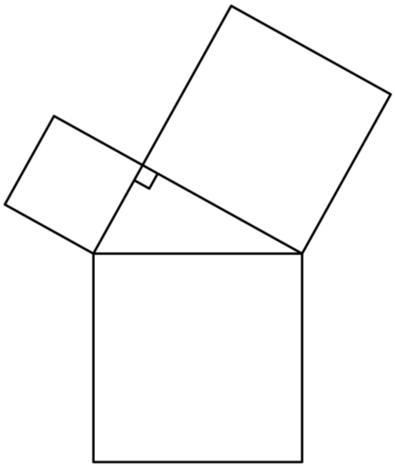


图1

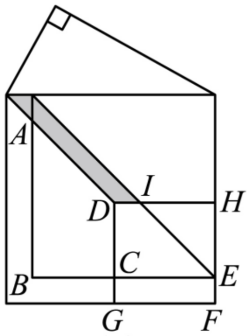


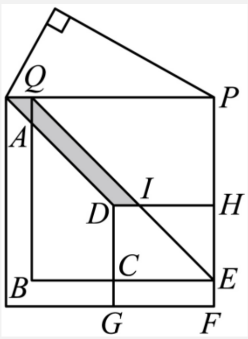
图2

A．S_1　　　　B．S_2　　　　C．S_3　　　　D．S_4

【答案】D

【分析】设大正方形的面积为c，中正方形的面积为b，小正方形的面积为a，根据图可得$S_{阴影}+S_{四边形IHPQ}=\frac{1}{2}(c-a)$，又由图可知$S_4+S_{四边形IHPQ}=\frac{1}{2}b$，且$c=b+a$可得$S_4=S_{阴影}$，进而得到答案．

【详解】解：如图所示，设大正方形的面积为c，中正方形的面积为b，小正方形的面积为a，



$\because S_{阴影}+S_{四边形IHPQ}=\frac{1}{2}(c-a)$，$S_4+S_{四边形IHPQ}=\frac{1}{2}b$

解得$S_{阴影}+\frac{1}{2}b-S_4=\frac{1}{2}(c-a)$，即$S_{阴影}-S_4=\frac{1}{2}(c-a)-\frac{1}{2}b$

$\because c=a+b$ ，

$\therefore S_{阴影}-S_4=\frac{1}{2}(c-a)-\frac{1}{2}b=0$，

$\therefore S_4=S_{阴影}$，

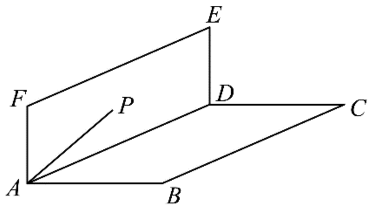
$\therefore$ 知道图中阴影部分的面积，则一定能求出S_4．

故选：D．

【点睛】本题考查了勾股定理，整式的混合运算，熟练掌握勾股定理是解题的关键．

13．（2023秋·河南郑州·八年级河南省实验中学校考期末）如图，一大楼的外墙面$ADEF$与地面$ABCD$垂直，

点 P 在墙面上，若$PA=AB=10$米，点 P 到AD的距离是 8 米，有一只蚂蚁要从点 P 爬到点 B，它的最短行程是（　）米．

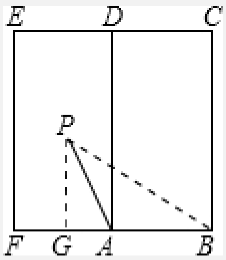


A．20　　B．$8\sqrt{5}$　　C．24　　D．$6\sqrt{10}$

【答案】D

【分析】可将教室的墙面$ADEF$与地面$ABCD$展开，连接PB，根据两点之间线段最短，利用勾股定理求解即可．

【详解】解：如图，过 P 作$PG\perp BF$于 G，连接PB，



$\because$ $AG=8$（米），$AP=AB=10$（米），

$\therefore$ $PG=\sqrt{AP^2-AG^2}=6$（米），

$\therefore$ $BG=8+10=18$（米），

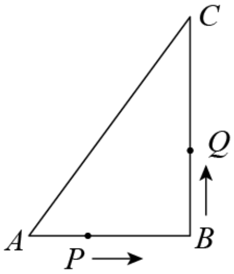
$\therefore$ $PB=\sqrt{GB^2+GP^2}=\sqrt{6^2+18^2}=6\sqrt{10}$（米）

$\therefore$这只蚂蚁的最短行程应该是$6\sqrt{10}$米，

故选：D．

【点睛】本题主要考查了平面展开-最短路径问题，解题关键是立体图形中的最短距离，通常要转换为平面图形的两点间的线段长来进行解决．

14．（2022 春·黑龙江齐齐哈尔·八年级校考阶段练习）如图所示，在$\triangle ABC$中，$AB:BC:CA=3:4:5$，且周长为 36 m，点 P 从点 A 开始沿AB边向 B 点以每秒 1m 的速度移动；点 Q 从点 B 沿BC边向点 C 以每秒 2m 的速度移动，如果同时出发，则过 3 秒时，点 B 到PQ的距离为（　）m．



A．$3\sqrt{2}$m　　B．6m　　C．3m　　D．$6\sqrt{2}$m

【答案】A

【分析】先求出AB,BC,CA的长，利用勾股定理逆定理得到$\angle ABC=90°$，根据题意，求出BP,BQ的长，勾股定理求出PQ的长，利用等积法进行求解即可．

【详解】解：$\because AB:BC:CA=3:4:5$，

设：$AB=3x,BC=4x,CA=5x$，

则：$AB+BC+CA=3x+4x+5x=36$，

$\therefore x=3$，

$\therefore AB=9\text{m},BC=12\text{m},CA=15\text{m}$，

$\therefore AB^2+BC^2=CA^2$，

$\therefore \angle ABC=90°$，

$\because$点 P 从点 A 开始沿AB边向 B 点以每秒 1m 的速度移动；点 Q 从点 B 沿BC边向点 C 以每秒 2m 的速度移动，

则：运动3秒后，$AP=3\text{m},BQ=6\text{m}$，

$\therefore BP=AB-AP=6\text{m}$，

$\therefore PQ=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$，

设点 B 到PQ的距离为h，

$\because S_{\triangle PBQ}=\frac{1}{2}BP\cdot BQ=\frac{1}{2}PQ\cdot h$，即：$BP\cdot BQ=PQ\cdot h$

$\therefore 6\times 6=6\sqrt{2}\cdot h$，

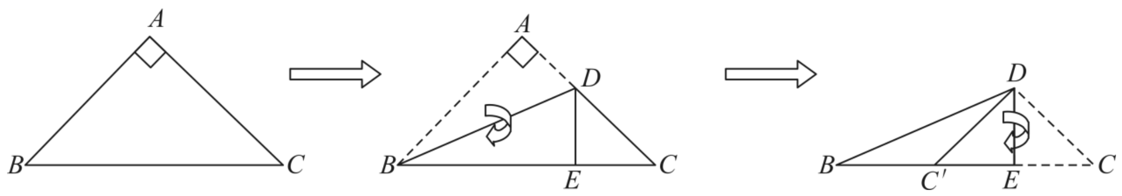
$\therefore h=3\sqrt{2}\text{m}$；

故选 A．

【点睛】本题考查勾股定理及其逆定理，以及等积法求线段的长．通过勾股定理逆定理得到$\triangle ABC$是直角三角形，是解题的关键．

15．（2022 秋·浙江绍兴·八年级校联考阶段练习）如图，将等腰$\text{Rt}\triangle ABC$按图示方式依次翻折，若$DE=a$，则下列说法正确的个数有（　　）

①DC'平分$\angle BDE$；②BC长为$(\sqrt{2}+2)a$；③$\triangle BC'D$是等腰三角形；④$\triangle CED$的周长等于 BC 的长.



A. 1个　　B. 2个　　C. 3个　　D. 4个

【答案】C

【分析】由翻折变换的性质和等腰直角三角形的性质结合勾股定理分别对各个说法进行判断即可.

【详解】解：①$\because\triangle ABC$是等腰直角三角形，

$\therefore\angle ABC=\angle C=45°$，

由折叠的性质得：

$AD=DE=a$，$\angle DBE=\frac{1}{2}\angle ABC=22.5°$，$\angle DEB=\angle A=90°$，$\angle C'DE=\angle CDE$，

$\therefore\angle BDE=90°-22.5°=67.5°$，

$\because\angle DEC=180°-90°=90°$，$\angle C=45°$，

$\therefore\angle C'DE=\angle CDE=90°-45°=45°$，

$\therefore\angle BDC'=\angle BDE-\angle C'DE=22.5°$，

$\therefore\angle BDC'\neq\angle C'DE$，　即$DC'$不平分$\angle BDE$，故①不符合题意；

②由折叠的性质知，$\triangle C'ED\cong\triangle CED$，且都是等腰直角三角形，

$\therefore\angle DC'E=\angle DCE=45°$，$C'E=CE=DE=AD=a$，

$\therefore CD=C'D=\sqrt{2}a$，

$\therefore AC=a+\sqrt{2}a$，

$\therefore BC=\sqrt{2}AC=(\sqrt{2}+2)a$，故②符合题意；

③由①可知，$\angle DBC'=\angle BDC'=22.5°$，

$\therefore BC'=DC'$，　即$\triangle BC'D$是等腰三角形，故③符合题意；

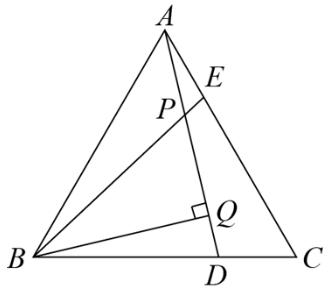
④$\because\triangle CED$的周长$DE+EC+DC=a+a+\sqrt{2}a=(2+\sqrt{2})a$，$BC=(\sqrt{2}+2)a$，

$\therefore\triangle CED$的周长等于BC的长，故④符合题意.

故选：C.

【点睛】本题考查了翻折变换的性质、等腰直角三角形的判定与性质、等腰三角形的判定、角平分线的判定，勾股定理的应用等知识，熟练掌握等腰直角三角形的性质和翻折变换的性质是解题的关键.

16．（2022 秋·浙江杭州·八年级统考期末）如图, 在$\triangle ABC$中，$AB=BC=AC$，$AE=CD$，AD与BE相交于点P，$BQ\perp AD$于Q．则下列数量关系正确的为(　　)



A．$BP^2=2PQ^2$　　B．$3BP^2=4BQ^2$　　C．$4BP^2=3PQ^2$　　D．$2BQ^2=3PQ^2$

【答案】B

【分析】根据已知条件得出$\triangle ABC$是等边三角形，证明$\triangle ADC\cong\triangle BEA$，进而证明$\angle BPQ=60°$，则$\angle PBQ=30°$，根据含 30 度角的直角三角形的性质以及勾股定理即可求解．

【详解】解：$\because AB=BC=AC$，

$\therefore$ $\triangle ABC$是等边三角形，

$\therefore\angle BAC=\angle C=60°$．

$\because AB=AC$，$AE=CD$，

$\therefore\triangle ADC\cong\triangle BEA$．

$\therefore\angle DAC=\angle EBA$，

$\because\angle BPQ=\angle EBA+\angle BAP=\angle CAD+\angle BAP=60°,BQ\perp AD$，

$\therefore\angle PBQ=30°$，

$\therefore PQ=\frac{1}{2}PB$，

设$PQ=a$，则$BP=2a$，

$\therefore BQ=\sqrt{3}a$

$\therefore\frac{BQ}{BP}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

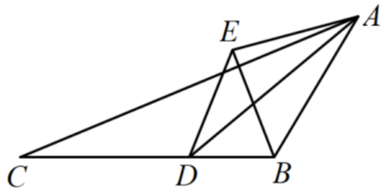
$\therefore 3BP^2=4BQ^2$，

故选：B．

【点睛】本题考查了等边三角形的性质与判定，全等三角形的性质与判定，含 30 度角的直角三角形的性质，勾股定理，证明$\angle BPQ=60°$是解题的关键．

17．（2023 春·重庆南岸·八年级重庆市广益中学校校考开学考试）如图，在$\triangle ABC$中，$AB=\sqrt{57}$，$BC=18$，点 D 为BC上一点，连接AD，将$\triangle ABD$沿AD翻折，得到$\triangle AED$，连接BE．若$BE=DE$，$S_{\triangle ACD}=2S_{\triangle AED}$，

则AD的长度为（　）

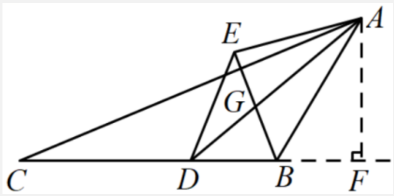


A．$7\sqrt{3}$　　　　B．12　　　　C．$7\sqrt{5}$　　　　D．18

【答案】A

【分析】过点 A 作$AF\perp CB$的延长线于点 F，设AD与BE交于点 G，根据翻折性质可以证明$\triangle BDE$是等边三角形，根据$S_{\triangle ACD}=2S_{\triangle AED}=2S_{\triangle ABD}$，可得$CD=2BD$，所以$BD=6$，然后利用勾股定理即可解决问题．

【详解】解：如图，过点 A 作$AF\perp CB$的延长线于点 F，设AD与BE交于点 G，



由翻折可知：$\triangle AED\cong\triangle ABD$，

$\therefore BD=DE$，$\angle ADB=\angle ADE$，

$\because BE=DE$，

$\therefore BE=DE=BD$，

$\therefore\triangle BDE$是等边三角形，

$\therefore\angle EDB=60°$，

$\therefore\angle ADB=\angle ADE=30°$，

$\because\triangle AED\cong\triangle ABD$，

$\because S_{\triangle ACD}=2S_{\triangle AED}=2S_{\triangle ABD}$，

$\therefore\frac{1}{2}\times CD\cdot AF=2\times\frac{1}{2}\times BD\cdot AF$，

$\therefore CD=2BD$，

$\therefore 3BD=BC=18$，

$\therefore BD=6$，

由翻折可知：$AD\perp BE$，

$\therefore BG=\frac{1}{2}BD=3$，

$\therefore DG=\sqrt{3}BG=3\sqrt{3}$，