河北艺术职业中学2025届高考临考冲刺数学试卷

考生须知：

1．全卷分选择题和非选择题两部分，全部在答题纸上作答。选择题必须用2B铅笔填涂；非选择题的答案必须用黑色字迹的钢笔或答字笔写在“答题纸”相应位置上。

2．请用黑色字迹的钢笔或答字笔在“答题纸”上先填写姓名和准考证号。

3．保持卡面清洁，不要折叠，不要弄破、弄皱，在草稿纸、试题卷上答题无效。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知复数z满足$z\cdot\mathrm{i}=z+\mathrm{i}$,则$\bar{z}$在复平面上对应的点在(　　)

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2．已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$的最小正周期为$\pi$, $f\left(x\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后关于y轴对称，则$f(x-\frac{\pi}{6})$的单调递增区间为(　　)

A．$\left[\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{5\pi}{6}+k\pi\right]k\in Z$

B．$\left[-\frac{\pi}{3}+k\pi,\frac{\pi}{6}+k\pi\right]k\in Z$

C．$\left[-\frac{\pi}{12}+k\pi,\frac{5\pi}{12}+k\pi\right]k\in Z$

D．$\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right]k\in Z$

3．设$x\in\mathbf{R}$，则“$x^3<27$”是“$|x|<3$”的（　　）

A．充分不必要条件　B．必要不充分条件　C．充要条件　D．既不充分也不必要条件

4．已知椭圆$\Gamma:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$，$F_2$，上顶点为点$A$，延长$AF_2$交椭圆$\Gamma$于点$B$，若$\triangle ABF_1$为等腰三角形，则椭圆$\Gamma$的离心率$e=$

A．$\frac{1}{3}$

B．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

C．$\frac{1}{2}$

D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

5．复数$z=\frac{(i-1)^2+4}{i+1}$的虚部为（　　）

A．—1　　B．—3　　C．1　　D．2

6．在平面直角坐标系xOy中，已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的右焦点为$F\left(c,0\right)$，若$F$到直线$2bx-ay=0$的距离为$\frac{\sqrt{2}}{2}c$，则$E$的离心率为(　　)

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

7．命题“$\forall x\in(0,1),e^{-x}>\ln x$”的否定是（　　）

A. $\forall x\in(0,1),e^{-x}\le\ln x$　　B. $\exists x_0\in(0,1),e^{-x_0}>\ln x_0$

C. $\exists x_0\in(0,1),e^{-x_0}<\ln x_0$　　D. $\exists x_0\in(0,1),e^{-x_0}\le\ln x_0$

8．已知直线 $y=k(x+1)(k>0)$与抛物线 C: $y^2=4x$ 相交于 A，B 两点，F 为 C 的焦点，若$|FA|=2|FB|$，则$|FA|=$（　　）

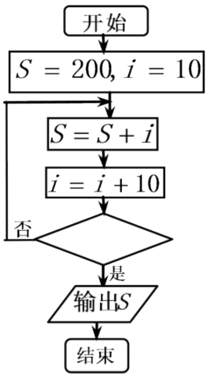
A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

9．我国古代数学著作《九章算术》有如下问题：“今有蒲生一日，长三尺莞生一日，长一尺蒲生日自半，莞生日自倍.问几何日而长倍？”意思是：“今有蒲草第1天长高3尺，芜草第1天长高1尺以后，蒲草每天长高前一天的一半，芜草每天长高前一天的2倍.问第几天莞草是蒲草的二倍？”你认为莞草是蒲草的二倍长所需要的天数是（　　）

（结果采取“只入不舍”的原则取整数，相关数据：$\lg 3\approx0.4771$，$\lg 2\approx0.3010$）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

10．运行如图所示的程序框图，若输出的值为300，则判断框中可以填（　　）



A. $i>30?$　　B. $i>40?$　　C. $i>50?$　　D. $i>60?$

11．已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$a_1+a_2=\frac{5}{2}$，$a_2+a_3=4$，则 $S_{10}=$（　　）

A. 85　　B. $\frac{85}{2}$　　C. 35　　D. $\frac{35}{2}$

12．已知向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为θ，定义 $\vec{a}\times\vec{b}$ 为 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的“向量积”，且 $\vec{a}\times\vec{b}$ 是一个向量，它的长度$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$，若 $\vec{u}=(2,0)$，$\vec{u}-\vec{v}=(1,-\sqrt{3})$，则$|\vec{u}\times(\vec{u}+\vec{v})|=$（　　）

A. $4\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$

C. 6　　D. $2\sqrt{3}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．已知点 F 为双曲线 E：$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1(b>0)$ 的右焦点，M，N 两点在双曲线上，且 M，N 关于原点对称，若 $MF\perp NF$，设 $\angle MNF=\theta$，且 $\theta\in\left[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6}\right]$，则该双曲线 E 的焦距的取值范围是________.

14．四边形 $ABCD$ 中，$\angle A=\frac{5\pi}{6}$，$\angle B=\angle C=\frac{5\pi}{12}$，$\angle D=\frac{\pi}{3}$，$BC=2$，则 AC 的最小值是______.

15．在平面直角坐标系 xOy 中,点 P 在曲线 C：$y=x^3-10x+3$ 上,且在第四象限内．已知曲线 C 在点 P 处的切线为 $y=2x+b$,则实数 b 的值为__________.

16．在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的一条准线与两条渐近线所围成的三角形的面积为______.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（12 分） **[选修 4 □□5：不等式选讲]**

已知 a,b,c,d 都是正实数，且 $a+b+c+d=1$，求证：$\frac{a^2}{1+a}+\frac{b^2}{1+b}+\frac{c^2}{1+c}+\frac{d^2}{1+d}\geq\frac{1}{5}$.

18．（12 分）已知定点 $A(-3,0)$，$B(3,0)$，直线 AM、BM 相交于点 M，且它们的斜率之积为 $-\frac{1}{9}$，记动点 M 的轨迹为曲线 C。

（1）求曲线 C 的方程；

（2）过点 $T(1,0)$ 的直线与曲线 C 交于 P、Q 两点，是否存在定点 $S(x_0,0)$，使得直线 SP 与 SQ 斜率之积为定值，若存在，求出 S 坐标；若不存在，请说明理由。

19．（12 分）在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta=m$，曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2=\frac{12}{3+\sin^2\theta}$.

（1）求曲线 C_1 的直角坐标方程和曲线 C_2 的参数方程；

（2）设曲线 C_1 与曲线 C_2 在第二象限的交点为 A，曲线 C_1 与 x 轴的交点为 H，点 $M(1,0)$，求 $\vee AMH$ 的周长 l 的最大值.

20．（12 分）已知抛物线 $W:y^2=2px(p>0)$ 上一点 $C(t,2)$ 到焦点 F 的距离为 **2**，

（1）求 t 的值与抛物线 W 的方程；

（2）抛物线上第一象限内的动点 A 在点 C 右侧，抛物线上第四象限内的动点 B，满足 $OA\perp BF$，求直线 AB 的斜率范围.

21．（12 分）已知F_1,F_2分别是椭圆$C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\left(a>b>0\right)$的左、右焦点，直线$y=\dfrac{2b}{3}$与$C$交于$A,B$两点，$\angle AF_2B=90^\circ$，且$S_{\Delta F_2AB}=\dfrac{20}{9}$．

（1）求C的方程；

（2）已知点P是C上的任意一点，不经过原点O的直线l与C交于M,N两点，直线PM,PN,MN,OP的斜率都存在，且$k_{MN}+k_{OP}=0$，求$k_{PM}\cdot k_{PN}$的值．

22．（10 分）已知函数$f\left(x\right)=\dfrac{\cos x}{x}$，$g\left(x\right)=x\sin x+\cos x$．

（1）判断函数$g\left(x\right)$在区间$\left(0,2\pi\right)$上的零点的个数；

（2）记函数$f\left(x\right)$在区间$\left(0,2\pi\right)$上的两个极值点分别为x_1、x_2，求证：$f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)<0$．

参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、**A**

【解析】

设$z=a+bi(a,b\in R)$，由$z\cdot \mathrm{i}=z+\mathrm{i}$得：$(a+bi)i=a+(b+1)i$，由复数相等可得$a,b$的值，进而求出$\overline{z}$，即可得解.

【详解】

设$z=a+bi(a,b\in R)$，由$z\cdot \mathrm{i}=z+\mathrm{i}$得：$(a+bi)i=a+(b+1)i$，即$ai-b=a+(b+1)i$，

由复数相等可得：$\begin{cases}-b=a\\a=b+1\end{cases}$，解之得：$\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$，则$z=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$，所以$\overline{z}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$，在复平面对应的点的坐标为$(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2})$，在第一象限.

故选：**A.**

【点睛】

本题考查共轭复数的求法，考查对复数相等的理解，考查复数在复平面对应的点，考查运算能力，属于常考题.

2、**D**

【解析】

先由函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ 的周期和图象的平移后的函数的图象性质得出函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$ 的解析式，从而得出 $f(x-\frac{\pi}{6})$ 的解析式，再根据正弦函数 $f(x)=\sin x$ 的单调递增区间得出函数 $f(x-\frac{\pi}{6})$ 的单调递增区间，可得选项.

【详解】

因为函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2})$ 的最小正周期是 π，所以 $\pi=\frac{2\pi}{\omega}$，即 $\omega=2$，所以 $f(x)=\sin\left(2x+\varphi\right)$，

$f(x)=\sin\left(2x+\varphi\right)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到的函数解析式为

$y=\sin\left[2\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\varphi\right]=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}+\varphi\right)$，

由于其图象关于 y 轴对称，所以 $\frac{\pi}{3}+\varphi=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$，又 $|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$，所以 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)$，

所以 $f(x-\frac{\pi}{6})=\sin\left[2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\frac{\pi}{6}\right]=\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)$，

因为 $f(x)=\sin x$ 的递增区间是：$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$，$k\in Z$，

由 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le 2x-\frac{\pi}{6}\le 2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$，得：$-\frac{\pi}{6}+k\pi\le x\le k\pi+\frac{\pi}{3}$，$k\in Z$，

所以函数 $f(x-\frac{\pi}{6})$ 的单调递增区间为 $\left[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi\right]$（$k\in Z$）.

故选：**D.**

【点睛】

本题主要考查正弦型函数的周期性，对称性，单调性，图象的平移，在进行图象的平移时，注意自变量的系数，属于中档题.

3、**B**

【解析】

先解不等式化简两个条件，利用集合法判断充分必要条件即可

【详解】

解不等式$x^3<27$可得$x<3$，

解绝对值不等式$|x|<3$可得$-3<x<3$，

由于$\{x|-3<x<3\}$为$\{x|x<3\}$的子集，

据此可知“$x^3<27$”是“$|x|<3$”的必要不充分条件.

故选：**B**

【点睛】

本题考查了必要不充分条件的判定，考查了学生数学运算，逻辑推理能力，属于基础题.

4、**B**

【解析】

设$|BF_2|=t$，则$|BF_1|=2a-t$，$|AB|=a+t$，

因为$|AF_1|=a$，所以$|AB|>|AF_1|$．若$|AF_1|=|BF_1|$，则$a=2a-t$，所以$a=t$，

所以$|AF_1|+|BF_1|=|AB|=2a$，不符合题意，所以$|BF_1|=|AB|$，则$2a-t=a+t$，

所以$a=2t$，所以$|BF_1|=|AB|=3t$，$|AF_1|=2t$，设$\angle BAF_1=2\theta$，则$e=\sin\theta$，

在$\triangle ABF_1$中，易得$\cos 2\theta=\dfrac{1}{3}$，所以$1-2\sin^2\theta=\dfrac{1}{3}$，解得$\sin\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$（负值舍去），

所以椭圆Γ的离心率$e=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．故选**B**.

5、**B**

【解析】

对复数z进行化简计算，得到答案.

【详解】

$$z=\frac{(i-1)^2+4}{i+1}=\frac{4-2i}{1+i}=\frac{(4-2i)(1-i)}{2}=1-3i$$

所以z的虚部为-3

故选**B**项.

【点睛】

本题考查复数的计算，虚部的概念，属于简单题.

6、**A**

【解析】

由已知可得到直线 $2bx-ay=0$ 的倾斜角为 $45°$，有 $\frac{2b}{a}=1$，再利用 $a^2=b^2+c^2$ 即可解决.

【详解】

由 F 到直线 $2bx-ay=0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{2}c$，得直线 $2bx-ay=0$ 的倾斜角为 $45°$，所以 $\frac{2b}{a}=1$，

即 $4\left(a^2-c^2\right)=a^2$，解得 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

故选：A.

【点睛】

本题考查椭圆离心率的问题，一般求椭圆离心率的问题时，通常是构造关于 a,b,c 的方程或不等式，本题是一道容易题.

7、D

【解析】

根据全称命题的否定是特称命题,对命题进行改写即可.

【详解】

全称命题的否定是特称命题，所以命题"$\forall x\in(0,1)$, $e^{-x}>\ln x$"的否定是：$\exists x_0\in(0,1)$， $e^{-x_0}\leqslant\ln x_0$.

故选 D.

【点睛】

本题考查全称命题的否定,难度容易.

8、C

【解析】

方法一：设 $P(-1,0)$，利用抛物线的定义判断出 B 是 AP 的中点，结合等腰三角形的性质求得 B 点的横坐标，根据抛物线的定义求得 $|FB|$，进而求得 $|FA|$.

方法二：设出 A,B 两点的横坐标 x_A,x_B，由抛物线的定义，结合 $|FA|=2|FB|$ 求得 x_A,x_B 的关系式，联立直线 $y=k\left(x+1\right)$ 的方程和抛物线方程，写出韦达定理，由此求得 x_A，进而求得 $|FA|$.

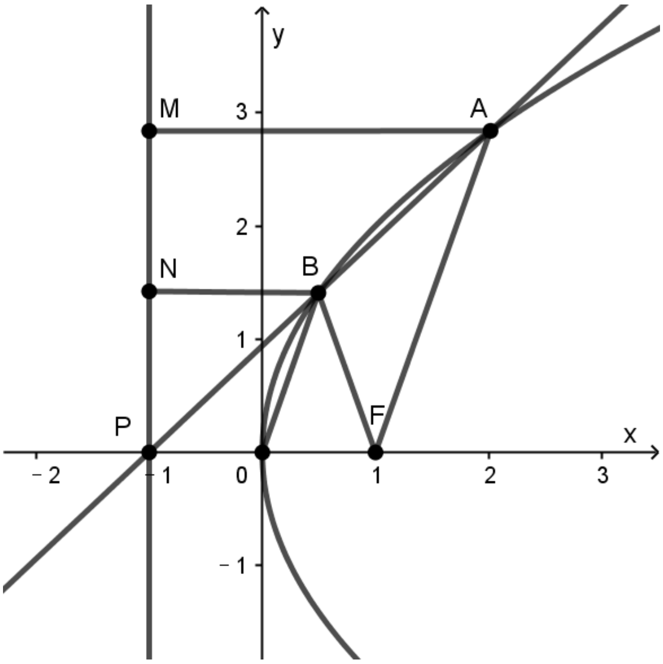
【详解】

方法一：由题意得抛物线 $y^2=4x$ 的准线方程为 $l:x=-1$，直线 $y=k(x+1)$ 恒过定点 $P(-1,0)$，过 A,B 分别作 $AM\perp l$ 于 M， $BN\perp l$ 于 N，连接 OB，由 $|FA|=2|FB|$，则 $|AM|=2|BN|$，所以点 B 为 AP 的中点，又点 O 是 PF 的中点，

则$|OB|=\frac{1}{2}|AF|$，所以$|OB|=|BF|$，又$|OF|=1$

所以由等腰三角形三线合一得点B的横坐标为$\frac{1}{2}$，

所以$|FB|=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$，所以$|FA|=2|FB|=3$.



方法二：抛物线$y^2=4x$的准线方程为$l:x=-1$，直线$y=k(x+1)$

由题意设A,B两点横坐标分别为$x_A,x_B(x_A,x_B>0)$，

则由抛物线定义得$|FA|=x_A+1,|FB|=x_B+1$

又$|FA|=2|FB|,\quad \therefore x_A+1=2(x_B+1)\Rightarrow x_A=2x_B+1$　　①

$\begin{cases}y^2=4x\\ y=k(x+1)\end{cases}\Rightarrow k^2x^2+(2k^2-4)x+k^2=0\Rightarrow x_A\cdot x_B=1$　　②

由①②得$x_A^2-x_A-2=0,\quad \therefore x_A=2,|FA|=x_A+1=3$.

故选：**C**

【点睛】

本小题主要考查抛物线的定义，考查直线和抛物线的位置关系，属于中档题.

9、**C**

【解析】

由题意可利用等比数列的求和公式得莞草与蒲草 n 天后长度，进而可得：$2\times\dfrac{3\left(1-\dfrac{1}{2^n}\right)}{1-\dfrac{1}{2}}=\dfrac{2^n-1}{2-1}$，解出即可得出.

【详解】

由题意可得莞草与蒲草第 n 天的长度分别为 $a_n=3\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1},b_n=1\times2^{n-1}$

据题意得：$2\times\dfrac{3\left(1-\dfrac{1}{2^n}\right)}{1-\dfrac{1}{2}}=\dfrac{2^n-1}{2-1}$， 解得 $2^n=12$，

$\therefore n=\dfrac{lg12}{lg2}=2+\dfrac{lg3}{lg2}\approx 1$.

故选：C.

【点睛】

本题考查了等比数列的通项公式与求和公式，考查了推理能力与计算能力，属于中档题.

10、B

【解析】

由 $300=200+10+20+30+40$，则输出为 300，即可得出判断框的答案

【详解】

由 $300=200+10+20+30+40$，则输出的值为 300，$i=40+10=50$，故判断框中应填 $i>40$？

故选：B.

【点睛】

本题考查了程序框图的应用问题，解题时应模拟程序框图的运行过程，以便得出正确的结论，是基础题.

11、B

【解析】

将已知条件转化为 a_1,d 的形式，求得 a_1,d，由此求得 S_{10}.

【详解】

设公差为 d，则 $\begin{cases}2a_1+d=\dfrac{5}{2}\\2a_1+3d=4\end{cases}$，所以 $2d=\dfrac{3}{2}$，$d=\dfrac{3}{4}$，$a_1=\dfrac{7}{8}$，$S_{10}=10a_1+\dfrac{1}{2}\times10\times9\times\dfrac{3}{4}=\dfrac{85}{2}$.

故选：B

【点睛】

本小题主要考查等差数列通项公式的基本量计算，考查等差数列前 n 项和的计算，属于基础题.

12、**D**

【解析】

先根据向量坐标运算求出 $\vec{u}+\vec{v}=\left(3,\sqrt{3}\right)$ 和 $\cos\left\langle\vec{u},\vec{u}+\vec{v}\right\rangle$，进而求出 $\sin\left\langle\vec{u},\vec{u}+\vec{v}\right\rangle$，代入题中给的定义即可求解.

【详解】

由题意 $\vec{v}=\vec{u}-\left(\vec{u}-\vec{v}\right)=\left(1,\sqrt{3}\right)$，则 $\vec{u}+\vec{v}=\left(3,\sqrt{3}\right)$，$\cos\left\langle\vec{u},\vec{u}+\vec{v}\right\rangle=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，得 $\sin\left\langle\vec{u},\vec{u}+\vec{v}\right\rangle=\dfrac{1}{2}$，由定义知

$\left|\vec{u}\times\left(\vec{u}+\vec{v}\right)\right|=\left|\vec{u}\right|\cdot\left|\vec{u}+\vec{v}\right|\sin\left\langle\vec{u},\vec{u}+\vec{v}\right\rangle=2\times2\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{3}$，

故选:**D.**

【点睛】

此题考查向量的坐标运算，引入新定义，属于简单题目.

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

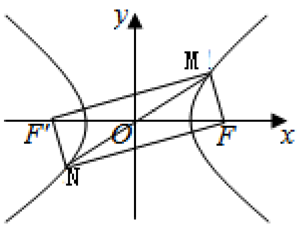
13、$[2\sqrt{2},2\sqrt{3}+2]$

【解析】

设双曲线的左焦点为 F'，连接 MF',NF'，由于 $MF\perp NF$.所以四边形 $F'NFM$ 为矩形，故 $|MN|=\left|FF'\right|=2c$，由双曲线定义 $|NF|-|NF'|=|NF|-|FM|=2a$ 可得 $c=\dfrac{1}{\sqrt{2}\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)}$，再求 $y=\sqrt{2}\cos\left(\theta+\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的值域即可.

【详解】

如图，



设双曲线的左焦点为 F'，连接 MF',NF'，由于 $MF\perp NF$.所以四边形 $F'NFM$ 为矩形，

故 $|MN|=\left|FF'\right|=2c$.

在 $\mathrm{Rt}\Delta N\mathrm{FM}$ 中 $|FN|=2c\cos\theta,|FM|=2c\sin\theta$，