

专题 6.1 函数



【教学目标】

- 1、掌握函数的概念，掌握自变量和因变量的定义；
- 2、掌握函数的三种不同表示方式：解析式法、列表法和图象法；
- 3、掌握函数的自变量和因变量的取值范围。



【教学重难点】

- 1、掌握函数的概念，掌握自变量和因变量的定义；
- 2、掌握函数的三种不同表示方式：解析式法、列表法和图象法；
- 3、掌握函数的自变量和因变量的取值范围。



【知识亮解】

知识点：函数

一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量， y 是 x 的函数。

y 是 x 的函数，如果当 $x = a$ 时 $y = b$ ，那么 b 叫做当自变量为 a 时的函数值。

函数的表示方法有三种：**解析式法**，**列表法**，**图象法**。

1. 在一个变化过程中，我们称数值发生变化的量为变量，数值始终不变的量称之为常量。
2. 一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y ，并且对于 x 的每个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量， y 是 x 的函数。如果当 $x=a$ 时， $y=b$ ，那么 b 叫做当自变量的值为 a 时的函数值。
3. 一般地，对于一个函数，如果把自变量与函数的每对对应值分别作为点的横、纵坐标，那么坐标平面内由这些点组成的图形，就是这个函数的图象。

画函数图像的步骤：

第一步：列表。在自变量取值范围内选定一些值，通过函数关系式求出对应函数值列成表格。

第二步：描点。在直角坐标系中，以自变量的值为横坐标，相应函数值为纵坐标，描出表中对应各点。

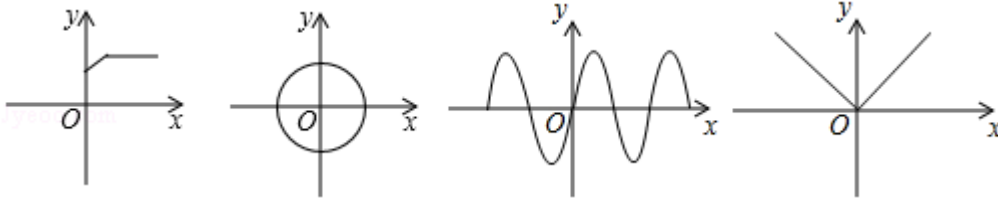
第三步：连线。按照坐标由小到大的顺序把所有点用平滑曲线连结起来。

亮题一：函数的概念

【方法点拨】一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 和 y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都

有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量， y 是 x 的函数。

【例 1】★ 下列的曲线中，表示 y 是 x 的函数的共有 () 个。



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【分析】根据函数的定义可知，满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，据此即可确定函数的个数。

【答案】解：第一个图中，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应，符合题意；
第二个图中，对于 x 的每一个取值， y 可能有两个值与之对应，不符合题意；
第三个图中，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应，符合题意；
第四个图中，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应，符合题意；
故选：C。

【点睛】主要考查了函数的定义，在一个变化过程中有两个变量 x ， y ，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应，则 y 是 x 的函数， x 叫自变量。

【例 2】★ (2020 八下·贵港期末) 某人要在规定的时间内加工 100 个零件，如果用 n 表示工作效率，用 t 表示规定的时间，下列说法正确的是 ()

- A. 数 100 和 n ， t 都是常量 B. 数 100 和 N 都是变量 C. n 和 t 都是变量 D. 数 100 和 t 都是变量

【答案】 C

【考点】 常量、变量

【解析】【解答】解：数 100 是常量， t ， n 是变量，故 ABD 不符合题意，C 符合题意。

故答案为：C。

【分析】根据变量的定义，即可求解。

【例 3】★ 下列说法正确的是： ()

- A. 变量 x ， y 满足 $2x + y = 3$ ，则 y 是 x 的函数；
B. 变量 x ， y 满足 $|y| = x$ ，则 y 是 x 的函数；
C. 变量 x ， y 满足 $y^2 = x$ ，则 y 是 x 的函数；
D. 变量 x ， y 满足 $y^2 - x^2 = 1$ ，则 y 是 x 的函数。

【答案】 A；

【解析】B、C、D 三个选项，对于一个确定的 x 的值，都有两个 y 值和它对应，不满足单值对应的条件，

所以不是函数.

【总结升华】理解函数的概念，关键是函数与自变量之间是单值对应关系，自变量的值确定后，函数值是唯一确定的.

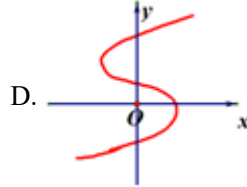
【例4】★ (2020 八下·温岭期末) 下列表达形式中，能表示 y 是 x 的函数的是()

A. $|y|=x$

B. $y=\pm \sqrt{x-1}$

C.

年份 x	1999	2010
人口数 y (亿)	12.52	13.71



【答案】 C

【考点】函数的概念，函数的图象

【解析】【解答】A、 $|y|=x$ ， y 不是 x 的函数，而 x 是 y 的函数，故 A 不符合题意；

B、 $y=\pm \sqrt{x-1}$ ， y 不是 x 的函数，故 B 不符合题意；

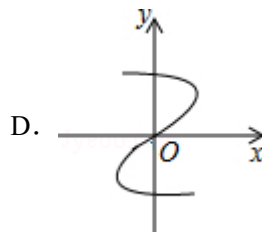
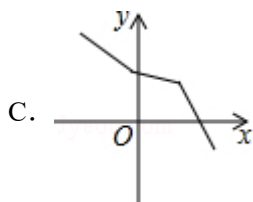
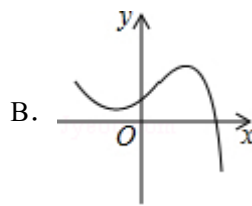
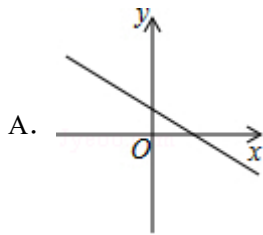
C、从表中可以看出 y 是 x 的函数，故 C 符合题意；

D、观察函数图像可知 x 取一个确定的值， y 有最多有 3 个数与之对应，故 D 不符合题意；

故答案为：C.

【分析】根据函数的定义：一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都有惟一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量， y 是 x 的函数。再对各选项逐一判断。

【例5】★下列各曲线中哪个不能表示 y 是 x 的函数的是()



【分析】在坐标系中，对于 x 的取值范围内的任意一点，通过这点作 x 轴的垂线，则垂线与图形只有一个交点。根据定义即可判断。

【解答】解：显然 A、B、C 三项中，对于自变量 x 的任何值， y 都有唯一的值与之相对应， y 是 x 的函数；

D、对于 $x > 0$ 的部分值， y 都有二个或三个值与之相对应，则 y 不是 x 的函数；

故选：D.

【点评】本题主要考查了函数的定义，在定义中特别要注意，对于 x 的每一个值， y 都有唯一的值与其对应.

【例 6】★下列关系式中， y 不是自变量 x 的函数的是 ()

- A. $y=x$ B. $y=x^2$ C. $y=|x|$ D. $y^2=x$

【分析】根据函数的定义可知，满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，据此即可确定自变量是 x 的函数.

【解答】解：A、 $y=x$ 当 x 取值时， y 有唯一的值对应；

B、 $y=x^2$ 当 x 取值时， y 有唯一的值对应；

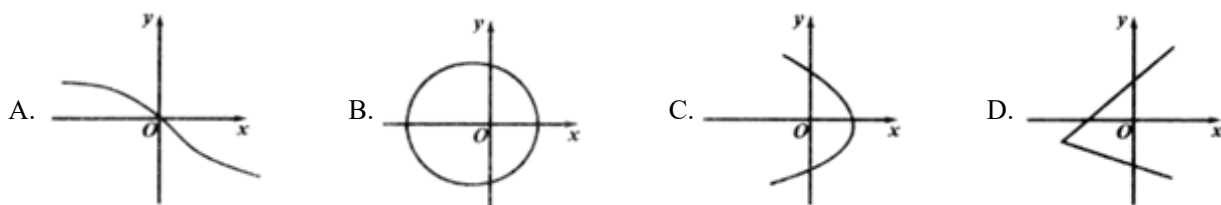
C、 $y=|x|$ 当 x 取值时， y 有唯一的值对应；

D、 $y^2=x$ 当 x 取值时， y 有不唯一的值对应，故 D 错误，

故选：D.

【点评】主要考查了函数的定义. 函数的定义：在一个变化过程中，有两个变量 x ， y ，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应，则 y 是 x 的函数， x 叫自变量.

【例 7】★. (2020 八下·南昌期中) 如图，下列各曲线中能够表示 y 是 x 的函数的是 ().



【答案】 A

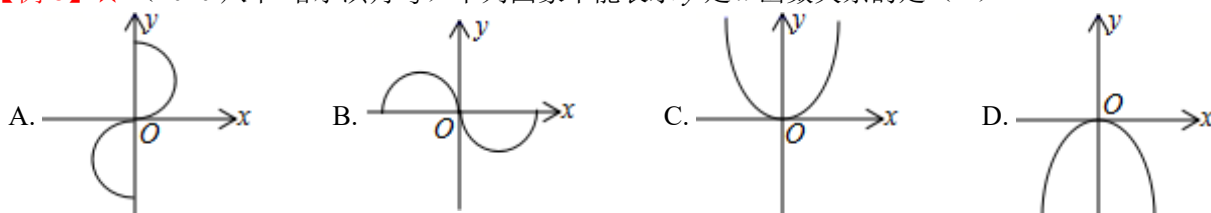
【考点】函数的概念

【解析】【解答】根据函数的定义：一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x ， y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就把 x 称为自变量，把 y 称为因变量， y 是 x 的函数. 则 A 选项满足题意，

故答案为：A.

【分析】根据函数的定义进行判断即可得解.

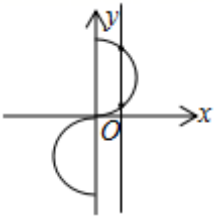
【例 8】★. (2020 八下·哈尔滨月考) 下列图象不能表示 y 是 x 函数关系的是 ()



【答案】 A

【考点】函数的概念

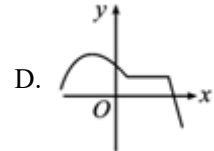
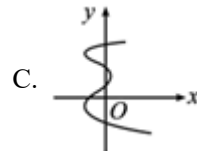
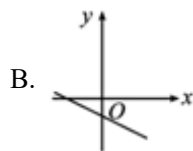
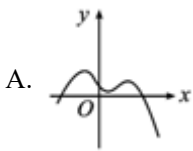
【解析】【解答】解：A、如图所示，



作 x 轴的垂线，与图象有两个交点，所以 y 不是 x 的函数；B、C、D 作 x 轴的任意一条垂线，与图象均只有一个交点，所以 B、C、D 中 y 是 x 的函数。

【分析】根据函数的定义：对于 x 的每一个值， y 都有唯一的值与其相对应，此时 y 叫做 x 的函数，任作一条垂直于 x 轴的直线，若此直线只与图象有一个交点，则 y 是 x 的函数，反之 y 不是 x 的函数。

【例 9】★. (2020 八下·偃师期中) 下列图像中， y 不是 x 的函数的是 ()



【答案】 C

【考点】函数的概念，函数的图象

【解析】【解答】根据函数定义，如果在某变化过程中，有两个变量 x 、 y ，并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值，按照对应法则， y 都有唯一确定的值和它对应.而 C 中的 y 的值不具有唯一性，所以不是函数图象。

【分析】函数的定义：在某变化过程中，有两个变量 x 、 y ，并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值，按照对应法则， y 都有唯一确定的值和它对应，则 x 叫自变量， y 是 x 的函数.根据定义再结合图象观察就可以得出结论。

【例 10】★. (2020 八下·镇平月考) 用圆的半径 r 来表示圆的周长 C ，其式子为 $C=2\pi r$ ，则其中的常量为 ()

A. r

B. π

C. 2

D. 2π

【答案】 D

【考点】常量、变量

【解析】【解答】 $\because C=2\pi r$ ， π 是圆周率， $\therefore 2\pi$ 是常量， C 与 r 是变量。

故答案为：D.

【分析】由常量与变量的定义：在一个变化的过程中，数值发生变化的量称为变量；数值始终不变的量称为常量，即可求得答案。

【例 11】★. (2020 八下·海安月考) 下列式子中，在自变量取值范围内， y 不可以表示是 x 的函数的是 ()

A. $y=3x-5$

B. $y=\frac{1}{x}$

C. $y=x^2$

D. $y=\pm\sqrt{x}$

【答案】 D

【考点】函数的概念

【解析】【解答】解：A、在自变量取值范围内，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应， y 可以表示是 x 的函数，故答案为：不符合题意；

B、在自变量取值范围内，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应， y 可以表示是 x 的函数，故答案为：不符合题意；

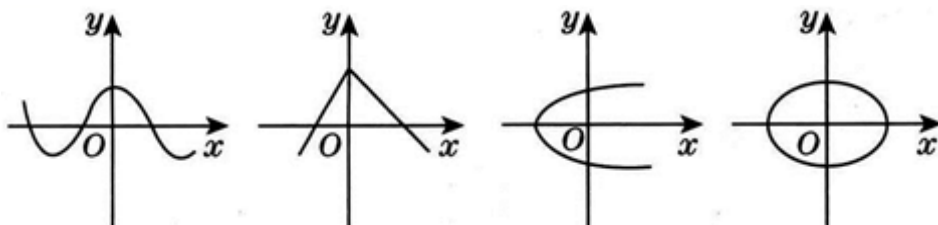
C、在自变量取值范围内，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应， y 可以表示是 x 的函数，故答案为：不符合题意；

D、在自变量取值范围内，当 $x > 0$ 时，对于 x 的每一个取值， y 有两个确定的值与之对应， y 不可以表示是 x 的函数，故答案为：符合题意；

故答案为：D.

【分析】根据函数的定义可知，满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，据此即可确定函数关系，然后根据分式、二次根式有意义的条件，确定 x 的范围.

【例 12】★. (2020 八上·昌平期末) 下列图象中,表示 y 是 x 的函数的有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 B

【考点】函数的概念

【解析】【解答】解：第一个图象，对每一个 x 的值，都有唯一确定的 y 值与之对应，是函数；

第二个图象，对每一个 x 的值，都有唯一确定的 y 值与之对应，是函数；

第三个图象，对给定的 x 的值，有两个 y 值与之对应，不是函数；

第四个图象，对给定的 x 的值，有两个 y 值与之对应，不是函数.

综上所述，表示 y 是 x 的函数的有第一个、第二个，共 2 个.

故答案为：B.

【分析】根据函数的定义可知，满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，据此即可确定函数的个数.

亮题二：函数自变量的取值范围

【方法点拨】函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

【例1】★函数 $y = \frac{\sqrt{x}}{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 2$ B. $x \geq 0$ C. $x > 0$ 且 $x \neq 2$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解。

【答案】解：由题意知 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$ ，

解得 $x \geq 0$ 且 $x \neq 2$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数。

【例2】★(2020 八下·扬州期末) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x+1}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 2$ 且 $x \neq -1$ B. $x \geq 2$ C. $x \geq 2$ 且 $x \neq 1$ D. $-2 \leq x < 1$

【答案】A

【考点】函数自变量的取值范围

【解析】【解答】由题意得， $x+2 \geq 0$ 且 $x+1 \neq 0$ ，

解得 $x \geq -2$ 且 $x \neq -1$ 。

故答案为：A.

【分析】根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解。

【例3】★函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x-1}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$ B. $x \geq -2$ C. $x \neq 1$ D. $-2 \leq x < 1$

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解。

【解答】解：根据二次根式有意义，分式有意义得： $x+2 \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$ ，

解得： $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$ 。

故选：A.

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数。自变量的取值范围必须使含有自变量的表达式都有意义：①当表达式的分母不含有自变量时，自变量取全体实数。例如 $y = 2x+13$ 中的 x 。②当表达式的分母中含有自变量时，自变量取值要使分母不为零。例如 $y = \frac{x}{2x-1}$ 。③当函数的表达式是偶次根式时，自变量的取值范围必须使被开方数不小于零。④对于实际问题中的函数关系式，自变量的取值除必须使表达式有意义外，还要保证实际问题有意义。

【例4】★函数 $y = \frac{1}{x+1} - \sqrt{2-3x}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \leq \frac{2}{3}$ B. $x \geq \frac{2}{3}$ C. $x < \frac{2}{3}$ 且 $x \neq -1$ D. $x \leq \frac{2}{3}$ 且 $x \neq -1$

【分析】根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于 0，分母不等于 0，可以求出 x 的范围。

【解答】解：根据题意得： $2 - 3x \geq 0$ 且 $x + 1 \neq 0$ ，

解得： $x \leq \frac{2}{3}$ 且 $x \neq -1$ 。

故选：D。

【点评】考查了函数自变量的范围，函数自变量的范围一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负。

【例 5】★函数 $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{7-x}$ 中自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 3$ B. $x \leq 7$ C. $3 \leq x \leq 7$ D. $x \leq 3$ 或 $x \geq 7$

【分析】根据被开方数大于等于 0 列式计算即可得解。

【解答】解：由题意得 $x - 3 \geq 0$ 且 $7 - x \geq 0$ ，

解得 $x \geq 3$ 且 $x \leq 7$ ，

所以 $3 \leq x \leq 7$ 。

故选：C。

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

- (1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；
- (2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；
- (3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负。

【例 6】★在函数 $y = \frac{\sqrt{1-2x}}{x}$ 中，自变量 x 的取值范围是_____。

【分析】函数关系中主要有二次根式和分式两部分。根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于等于 0，分母不等于 0，就可以求解。

【解答】解：根据二次根式的性质，被开方数大于等于 0 可知： $1 - 2x \geq 0$ ，

即 $x \leq \frac{1}{2}$ 时，二次根式 $\sqrt{1-2x}$ 有意义。

又因为 0 做除数无意义，

所以 $x \neq 0$ 。

因此 x 的取值范围为 $x \leq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 0$ 。

故答案为： $x \leq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 0$.

【点评】主要考查了二次根式的意义和性质. 概念：式子 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义. 当二次根式在分母上时还要考虑分母不等于零.

【例 7】★函数 $y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是_____.

【分析】根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列不等式计算即可得解.

【解答】解：由题意得 $\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-2 \neq 0 \end{cases}$;

解得： $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$ ，

故答案为： $x \geq 1$ 且 $x \neq 2$.

【点评】本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负.

【例 8】★. (2020 八下·偃师期中) 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + x - 2$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 2$

B. $x > 2$

C. $x \neq 2$

D. $x \leq 2$

【答案】 B

【考点】 函数自变量的取值范围

【解析】【解答】解：根据题意得： $x - 2 \geq 0$ 且 $x - 2 \neq 0$ ，解得： $x > 2$.

故答案为：B.

【分析】根据分式有意义的条件“分母 $\neq 0$ ”和二次根式有意义的条件“被开方式非负”可得关于 x 的不等式组，解不等式组即可求解.

【例 9】★. (2020 八下·通州月考) 函数 $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 自变量 x 的取值范围为 ()

A. $x \neq 1$

B. $x > -1$

C. $x \geq -1$

D. $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$

【答案】 D

【考点】 函数自变量的取值范围

【解析】【解答】解：由题意得 $x+1 \geq 0$ 且 $x \neq 0$ ，

解得 $x \geq -1$ 且 $x \neq 0$.

故答案为：D.

【分析】由题意根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0，进行列式计算即可得解.

【例 10】★. (2020 八上·温州期末) 函数 $y = \sqrt{2x-4}$ 中，自变量 x 的取值范围是()

A. $x > 2$

B. $x \geq 2$

C. $x \leq 2$

D. $x \geq -2$

【答案】 B

【考点】 函数自变量的取值范围

【解析】【解答】解：由题意得： $2x-4 \geq 0$.

解之： $x \geq 2$.

故答案为：B.

【分析】观察此函数解析式中含自变量的式子是二次根式，因此被开方数是非负数，即可建立关于 x 的不等式，解不等式可求出 x 的取值范围。

【亮点训练】

题型一：函数的概念

【变式 1】★下列变量之间的关系不是函数关系的是（ ）

- A. 一天的气温和时间
- B. $y^2=x$ 中的 y 与 x 的关系
- C. 在银行中利息与时间
- D. 正方形的周长与面积

【分析】根据函数的定义可知，满足对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应关系，据此即可确定函数的个数.

【答案】解：A、一天的气温和时间的关系是函数关系，故本选项不合题意；

B、 $y^2=x$ 中的 y 与 x 的关系不是函数关系，故本选项符合题意；

C、在银行中利息与时间是函数关系，故本选项不合题意；

D、长方形的周长与面积是函数关系，故本选项不合题意；

故选：B.

【点睛】主要考查了函数的定义. 在一个变化过程中，有两个变量 x ， y ，对于 x 的每一个取值， y 都有唯一确定的值与之对应，则 y 是 x 的函数， x 叫自变量.

【变式 2】★下列关系式中， y 不是 x 的函数的是（ ）

A. $y=\frac{x}{2}$ B. $y=2x^2$ C. $y=\sqrt{x} (x\geq 0)$ D. $|y|=x (x\geq 0)$

【分析】A、B、C 选项满足函数的概念，有两个变量，给 x 一个值， y 有唯一的值与之对应，故 A、B、C 中， y 都是 x 的函数，D 选项给 x 一个值， y 可能会有两个值与 x 对应，不符合函数的概念，故 D 中， y 不是 x 的函数.

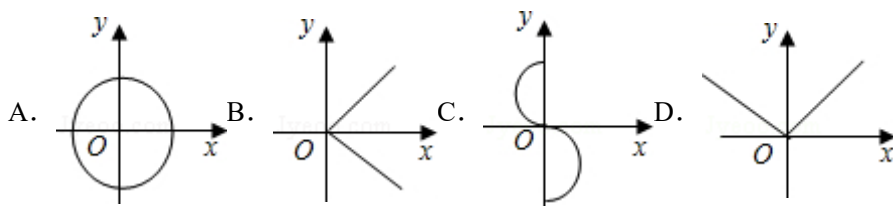
【答案】解：A、B、C 选项满足函数的概念，有两个变量，给 x 一个值， y 有唯一的值与之对应，故 A、B、C 中， y 都是 x 的函数，

D 选项给 x 一个值， y 可能会有两个值与 x 对应，不符合函数的概念，故 D 中， y 不是 x 的函数.

故选：D.

【点睛】此题考查了函数的概念，理解函数的概念为解题关键.

【变式 3】★下列各图中能说明 y 是 x 的函数的是（ ）



【分析】在坐标系中，对于 x 的取值范围内的任意一点，通过这点作 x 轴的垂线，则垂线与图形只有一个交点，根据定义即可判断.

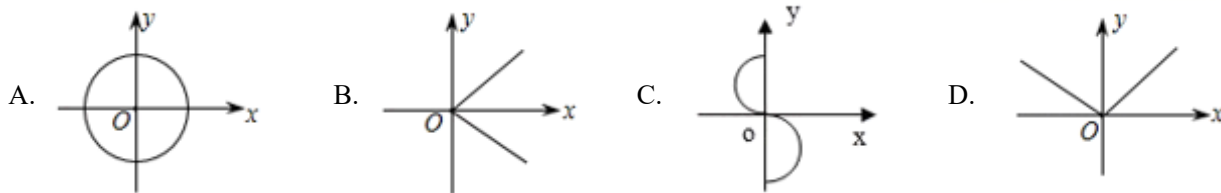
【答案】解：根据函数的意义可知：对于自变量 x 的任何值， y 都有唯一的值与之相对应，所以 D 正确.

故选：D.

【点睛】本题主要考查了函数的定义，函数的意义反映在图象上简单的判断方法是： x 的取值范围内做

垂直 x 轴的直线与函数图象只有一个交点.

【变式 4】★ (2020 八下·顺义期中) 下列各图给出了变量 x 与 y 之间的函数是 ()



【答案】 D

【考点】函数的概念

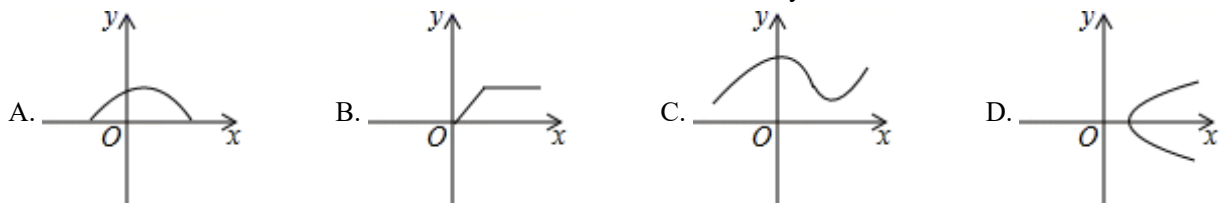
【解析】【解答】解: A、B、C 中对于 x 的值 y 的值不是唯一的, 因而不符合函数的定义;

D、符合函数定义.

故答案为: D.

【分析】根据函数的定义, 选项 A、B、C 中对于 x 的值 y 的值不是唯一的, 不符合函数的定义, 选项 D 符合函数定义, 即可求解.

【变式 5】★ (2020 八下·邯郸月考) 下列四个图象中, 哪个不是 y 关于 x 的函数 ()



【答案】 D

【考点】函数的概念, 函数的图象

【解析】【解答】A、满足对于 x 的每一个取值, y 都有唯一确定的值与之对应关系, 故是 y 关于 x 的函数;

B、满足对于 x 的每一个取值, y 都有唯一确定的值与之对应关系, 故是 y 关于 x 的函数;

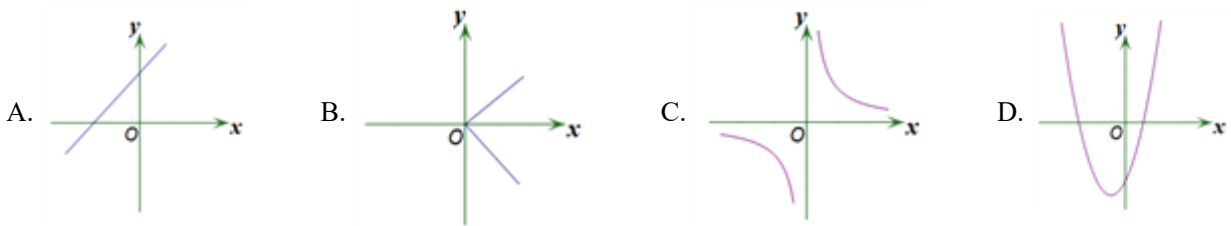
C、满足对于 x 的每一个取值, y 都有唯一确定的值与之对应关系, 故是 y 关于 x 的函数;

D、不满足对于 x 的每一个取值, y 都有唯一确定的值与之对应关系, 故不是 y 关于 x 的函数,

故答案为: D.

【分析】根据函数的定义可知, 满足对于 x 的每一个取值, y 都有唯一确定的值与之对应关系, 据此即可确定符合题意选项.

【变式 6】★ (2020 八下·河北期中) 下列平面直角坐标系中的图像不能表示 y 是 x 的函数的是 ()



【答案】 B

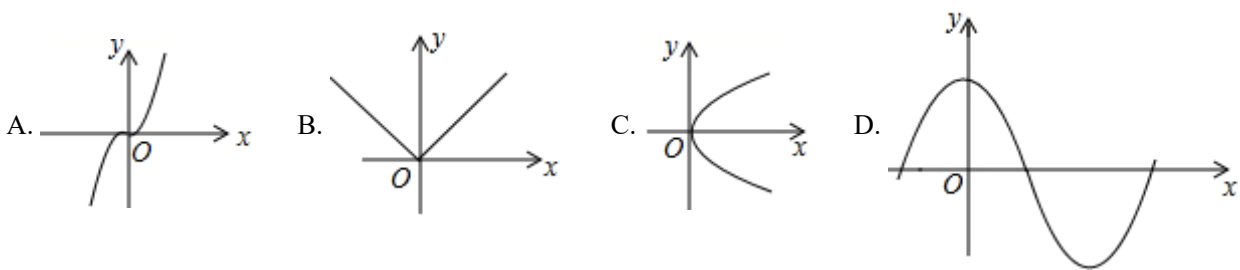
【考点】 函数的概念

【解析】 【解答】 解： B. 图象上对于 x 的任意取值有两个值对应，所以 B 不是函数。其他图象对于 x 的任意取值都有唯一确定的值和它对应。

故答案为： B.

【分析】 由函数的定义：对于 x 的任意取值， y 都有唯一确定的值和其对应可得。

【变式 7】 ★ (2020 八下·房山期中) 下列各曲线中，不表示 y 是 x 的函数的是 ()



【答案】 C

【考点】 函数的概念

【解析】 【解答】 解： A、B、D 都符合函数的定义；

C、对 x 的一个值 y 的值不是唯一的，因而不是函数关系。

故答案为： C.

【分析】 函数就是在一个变化过程中，有两个变量 x ， y ，对于 x 的每一个值， y 都有唯一的值与其对应，则 x 叫自变量， y 是 x 的函数。在坐标系中，对于 x 的取值范围内的任意一点，通过这点作 x 轴的垂线，则垂线与图形只有一个交点。根据定义即可判断。

题型二：函数自变量的取值范围

【变式 1】 ★ 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x^2-4}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 2$ B. $x \geq 2$ 且 $x \neq 2$ C. $x > -2$ D. $x > -2$ 且 $x \neq 2$

【分析】 根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解。

【答案】 解：由题意得， $x+2 \geq 0$ 且 $x^2-4 \neq 0$ ，

解得 $x \geq -2$ 且 $x \neq \pm 2$,

所以, $x > -2$ 且 $x \neq 2$.

故选: D.

【点睛】 本题考查了函数自变量的范围, 一般从三个方面考虑:

(1) 当函数表达式是整式时, 自变量可取全体实数;

(2) 当函数表达式是分式时, 考虑分式的分母不能为 0;

(3) 当函数表达式是二次根式时, 被开方数非负.

【变式 2】 ★ 在关于 x 的函数 $y = \sqrt{x+2} + (x-1)^0$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq -2$ B. $x \geq -2$ 且 $x \neq 0$ C. $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$ D. $x \geq 1$

【分析】 根据二次根式被开方数是非负数, 0 的 0 次幂没有意义即可求解.

【答案】 解: 根据题意得: $x+2 \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$,

解得: $x \geq -2$ 且 $x \neq 1$.

故选: C.

【点睛】 本题考查了求函数的自变量的取值范围, 一般考虑三个方面: (1) 二次根式, 被开方数是非负数; (2) 分母不等于 0; (3) 0 的 0 次幂或负指数次幂没有意义.

【变式 3】 ★ 函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{|x|-3}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x \geq 2$ B. $x \neq 3$ 且 $x \neq -3$ C. $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$ D. $x \geq 2$ 且 $x \neq -3$

【分析】 根据二次根式的性质和分式的意义, 被开方数大于等于 0, 分母不等于 0, 列不等式组求解.

【答案】 解: 根据题意得,
$$\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ |x|-3 \neq 0 \end{cases}$$

$\therefore x \geq 2$ 且 $x \neq 3$,

故选: C.

【点睛】 本题考查了函数自变量的取值范围, 利用被开方数是非负数是解题关键.

【变式 4】 ★ (2020 八下·温岭期末) 函数 $y = \sqrt{x-2}$ 的自变量 x 的取值范围为_____.

【答案】 ≥ 2

【考点】 函数自变量的取值范围

【解析】【解答】解: 由题意得: $x-2 \geq 0$

解之: $x \geq 2$.

故答案为: ≥ 2 .

【分析】 观察含自变量的式子含有二次根式, 因此可得被开方数是非负数, 由此建立关于 x 的不等式,

然后求出不等式的解集。

【变式 5】★ (2020 八下·来宾期末) 使函数 $y = \frac{x}{2x-1}$ 有意义的自变量 x 的取值范围是_____。

【答案】 $x \neq \frac{1}{2}$

【考点】 函数自变量的取值范围

【解析】 【解答】 解：由题意得

$$2x-1 \neq 0$$

$$\text{解之： } x \neq \frac{1}{2}$$

$$\text{故答案为： } x \neq \frac{1}{2}$$

【分析】 观察含自变量的式子是分式，根据分式有意义的条件：分母不等于 0，建立关于 x 的不等式，解不等式求出 x 的取值范围。



【亮点训练】

1. 函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq 3$ B. $x > 0$ 且 $x \neq 3$ C. $x \geq 0$ 且 $x \neq 3$ D. $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$

【答案】 C

【分析】 根据二次根式的性质和分式的意义，被开方数大于或等于 0，分母不等于 0，可以求出 x 的范围；

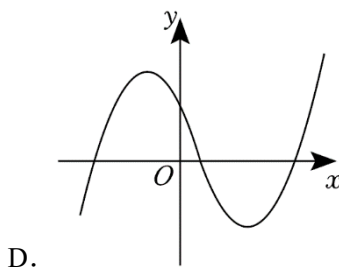
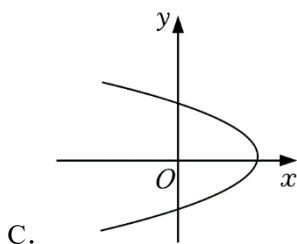
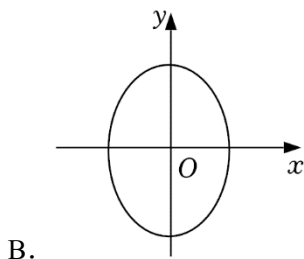
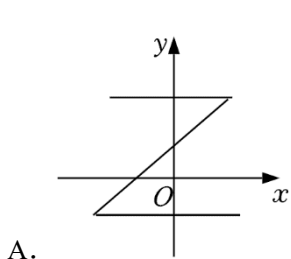
【详解】 解：根据题意得：
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x - 3 \neq 0 \end{cases}$$

解得： $x \geq 0$ 且 $x \neq 3$

故选： C.

【点睛】 函数自变量的范围一般从三个方面考虑：(1) 当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；(2) 当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；(3) 当函数表达式是二次根式时，被开方数非负；理解自变量取何值时函数的表达式有意义是解题的关键。

2. 下列图象中，表示 y 是 x 的函数的是 ()



【答案】D

【分析】根据函数的概念，对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 都有唯一的值与它对应，逐一判断即可解答.

【详解】解：A、对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 不是都有唯一的值与它对应，所以不能表示 y 是 x 的函数，故A不符合题意；

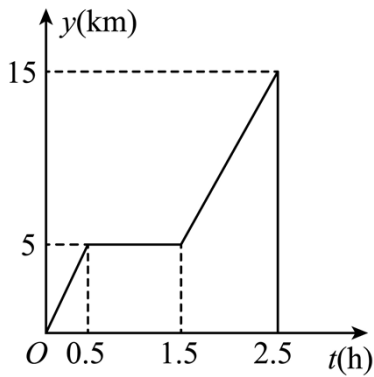
B、对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 不是都有唯一的值与它对应，所以不能表示 y 是 x 的函数，故B不符合题意；

C、对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 不是都有唯一的值与它对应，所以不能表示 y 是 x 的函数，故C不符合题意；

D、对于自变量 x 的每一个值，因变量 y 都有唯一的值与它对应，所以能表示 y 是 x 的函数，故D符合题意；
故选：D.

【点睛】主要考查了函数图象和概念. 函数的意义反映在图象上简单的判断方法是：做垂直 x 轴的直线在左右平移的过程中与函数图象只有一个交点.

3. 周末小刚骑自行车到外婆家，他从家出发后到达书店，看了一会书，仍按原来的速度继续前行到达外婆家，小刚从家出发到外婆家中，小刚与家的距离 $y(\text{km})$ 随时间 $t(\text{h})$ 变化的函数图像大致如图所示，下列说法正确的是（ ）



- A. 小刚从家到书店的骑行速度为 5km/h
- B. 小刚在书店停留了 1.5h
- C. 书店与外婆家的距离为 15km
- D. 小刚从家到外婆家的平均速度为 6km/h

【答案】D

【分析】根据图象逐项判断即可.

【详解】解：由图象可知：

A、小刚从家到书店的骑行速度为 $\frac{5}{0.5}=10$ (km/h),

故不符合题意；

B、小刚在书店停留了 $1.5-0.5=1$ (h),

故不符合题意；

C、书店与外婆家的距离为 $15-5=10$ (km),

故不符合题意；

D、小刚从家到外婆家的平均速度为 $15\div 2.5=6$ (km/h),

故符合题意.

故选：D.

【点睛】本题考查了一次函数的应用，关键是从图象中读取有效信息进行解答.

4. 某科研小组在网上获取了声音在空气中传播的速度与空气温度关系的一些数据如下：下列说法错误的是

()

温度 ($^{\circ}\text{C}$)	-20	-10	0	10	20	30
声速 (m/s)	318	324	330	336	342	348

- A. 在这个变化中，自变量是温度，因变量是声速

- B. 温度越低，声速越慢
 C. 当空气温度为 10°C 时，声音4s可以传播1334m
 D. 当温度每升高 10°C ，声速增加6m/s

【答案】 C

【分析】 根据自变量、因变量的定义，以及声音在空气中传播的速度与空气温度关系逐一判断即可。其定义是在一个变化过程中，如果有两个变量 x 和 y ，对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，那么 x 是自变量， y 是因变量，也是函数

【详解】 解： \because 在这个变化中，自变量是温度，因变量是声速，

\therefore 选项 A 说法正确，不符合题意；

\therefore 根据数据表，可得温度越低，声速越慢，

\therefore 选项 B 说法正确，不符合题意；

$\therefore 336 \times 4 = 1344 \text{ (m)}$ ，

\therefore 当空气温度为 10°C 时，声音4s可以传播1344m，

\therefore 选项 C 说法错误，符合题意；

$\therefore 324 - 318 = 6 \text{ (m/s)}$ ， $330 - 324 = 6 \text{ (m/s)}$ ， $336 - 330 = 6 \text{ (m/s)}$ ， $342 - 336 = 6 \text{ (m/s)}$ ， $348 - 342 = 6 \text{ (m/s)}$ ，

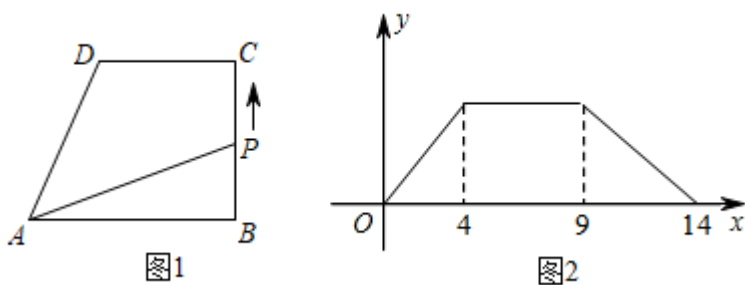
\therefore 当温度每升高 10°C ，声速增加6m/s，

\therefore 选项 D 说法正确，不符合题意。

故选：C。

【点睛】 本题主要考查了自变量，因变量。熟练掌握自变量、因变量的定义是解题的关键。

5. 如图1，直角梯形 $ABCD$ 中， $\angle B = 90^{\circ}$ ， $DC \parallel AB$ ，动点 P 从 B 点出发，由 $B - C - D - A$ 沿梯形的边运动，设点 P 运动的路程为 x ， $\triangle ABP$ 的面积为 y ，关于 y 与 x 的函数图象如图2，则直角梯形 $ABCD$ 的面积为（ ）



- A. 16 B. 18 C. 26 D. 52

【答案】 C

【分析】由图②知：当 $x=4$ 和 $x=9$ 时， $\triangle ABP$ 的面积相等，求得 BC, AD 的长，作 $DE \perp AB$ ，勾股定理求得 AE ，进而根据三角形面积公式即可求解。

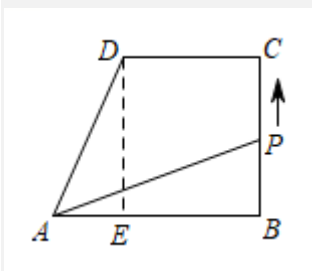
【详解】解：由图②知：当 $x=4$ 和 $x=9$ 时， $\triangle ABP$ 的面积相等，

$$\therefore BC = 4, BC + CD = 9,$$

$$\text{即 } CD = 5, \text{ 又知 } AD = 14 - 9 = 5,$$

\therefore 在直角梯形 $ABCD$ 中 $AD=5$ ，

如图，作 $DE \perp AB$ ，



$$\because \angle B = 90^\circ$$

$$\therefore DE = BC = 4, \text{ 在 } Rt\triangle AED \text{ 中: } AE = \sqrt{AD^2 - DE^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

$$\therefore AB = AE + EB = 3 + 5 = 8,$$

$$\therefore S_{\text{梯形}ABCD} = \frac{1}{2} \times (AB + DC) \times BC = \frac{1}{2} \times (8 + 5) \times 4 = 26.$$

故选 C.

【点睛】本题考查了动点问题的函数图象，勾股定理，从函数图象获取信息是解题的关键。

二、填空题

6. 已知 $f(x) = x(x-1)$ ，那么 $f(3) =$ _____.

【答案】6

【分析】把 $x=3$ 直接代入函数 $f(x) = x(x-1)$ ，即可求出函数值。

【详解】解：因为函数 $f(x) = x(x-1)$ ，

$$\text{所以当 } x=3 \text{ 时, } f(x) = 3 \times (3-1) = 6;$$

故答案为：6.

【点睛】本题比较容易，考查求函数值。当已知自变量的值时，求函数值就是将自变量代入解析式求代数式的值。

7. 一商场文具部的某种毛笔每支售价 25 元，书法练习本每本售价 5 元。该商场为促销决定：买 1 支毛笔

就赠送 1 本书法练习本。某校书法兴趣小组打算购买这种毛笔 10 支，这种练习本 x ($x \geq 10$) 本，则付款金额 y (元) 与练习本个数 x (本) 之间的函数关系式是_____。

【答案】 $y = 5x + 200$ 或 $y = 200 + 5x$

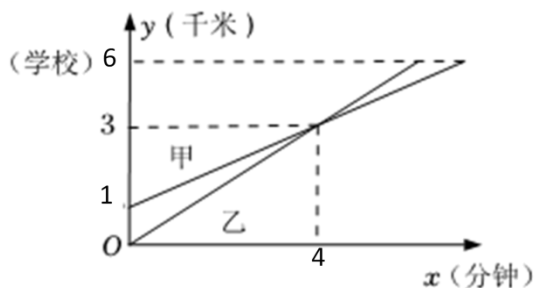
【分析】 根据 y (元) = 毛笔总价钱 + ($x-10$) 本练习本总价钱，根据这个相等关系列式即可。

【详解】 解：根据题意得出： $y = 25 \times 10 + (x-10) \times 5 = 5x + 200$ ；

故答案为： $y = 5x + 200$ ($x \geq 10$)。

【点睛】 本题考查了列函数关系式，解决本题的关键是读懂题意，得出 y (元) = 毛笔总价钱 + ($x-10$) 本练习本总价钱。

8. 甲、乙两位同学骑自行车，从各自家出发上学，他们离乙家的距离 y (km)与出发时间 x (min)之间的函数关系如图所示，则乙比甲早到_____分钟。



【答案】 2

【分析】 根据函数图象求出各自的速度，再求出各自到达的时间即可得到答案。

【详解】 解：由函数图象可知，甲 4 分钟行驶了 $3 - 1 = 2$ km，乙 4 分钟行驶了 3 km，

\therefore 甲的行驶速度为 $\frac{2}{4} = 0.5$ km/min，乙的行驶速度为 $\frac{3}{4} = 0.75$ km/min，

\therefore 甲到达学校的时间为 $\frac{6-1}{0.5} = 10$ min，乙到达学校的时间为 $\frac{6}{0.75} = 8$ min，

\therefore 乙比甲早到 $10 - 8 = 2$ min，

故答案为：2。

【点睛】 本题主要考查了从函数图象获取信息，正确理解题意求出各自的速度，进而求出各自到达的时间是解题的关键。

9. 某市倡导低碳生活，节约用电节能环保，采用分段计费的方法按月计算每户家庭的电费。月用电量不超过 150 度时，按 0.5 元每度计费；月用电量超过 150 度时，其中的 150 度仍按 0.5 元每度计费，超过部分按 0.65 元每度计费。设每户家庭月用电量为 x ($x > 150$) 度时，则应交电费 y 与 x 之间的关系式为_____。

【答案】 $y = 0.65x - 22.5$

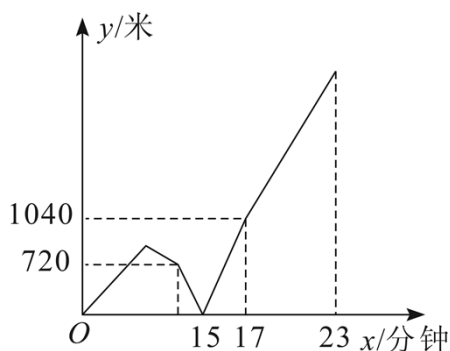
【分析】根据“收费方法”分段计算电费即可。

【详解】解：由题意得， $y = 150 \times 0.5 + (x - 150) \times 0.65 = 0.65x - 22.5$ 。

故答案为： $y = 0.65x - 22.5$ 。

【点睛】本题主要考查了用关系式表示变量间的关系，理解题意正确找到等量关系式解题关键。

10. 小刚从家出发步行去学校，几分钟后发现忘带作业，于是掉头原速返回并立即打电话给爸爸，挂断电话后爸爸立即跑步去追小刚，同时小刚以原速的两倍跑步回家，爸爸追上小刚后以原速的0.5倍原路步行回家，而小刚则以原跑步速度赶往学校，并在从家出发23分钟后到校(小刚被爸爸追上时交流时间忽略不计)。两人之间相距的路程 y (米)与小刚从家出发到学校的时间 x (分钟)之间的函数关系如图所示，则小刚的步行速度为_____ m/min。



【答案】160

【分析】根据图像求出相遇后爸爸回家所用的时间，进而得出小刚打完电话与爸爸相遇所用的时间，结合题意得出相遇后爸爸2分钟走的路程，得到小刚后来的速度，即可得出答案。

【详解】解：由图可知，小刚和爸爸相遇后，到小刚爸爸回到家用时 $17 - 15 = 2$ (分钟)，

∵爸爸追上小刚后以原速的 $\frac{1}{2}$ 倍原路步行回家，

∴小刚打完电话到与爸爸相遇用的时间为1分钟，

∵由于时间关系小明拿到作业后同样以之前跑步的速度赶往学校，

∴小刚和爸爸相遇之后跑步的1分和爸爸2分钟走的路程是720米，

∴小刚后来的速度为： $1040 - 720 = 320$ (米/分钟)

则步行的速度是 $320 \div 2 = 160$ (米/分钟)。

故答案为：160。

【点睛】本题主要考查了函数的图像问题，解题关键是理解每一段图像所表示的意思。

三、解答题

11. 一水池的容积是 90m^3 ，现蓄水 10m^3 ，用水管以 $5\text{m}^3/\text{h}$ 的速度向水池中注水，直到注满为止。

(1) 写出水池蓄水量 $V(\text{m}^3)$ 与注水时间 $t(\text{h})$ 之间的关系式，并指出自变量 t 的取值范围；

(2) 当 $t=10$ 时，水池蓄水量是多少？

【答案】 (1) $V=10+5t(0 \leq t \leq 16)$

(2) 60m^3

【分析】 (1) 根据总容量 = 原蓄水量 + 单位时间内的注水量 \times 注入时间就可以表示出 V 与 t 之间的关系式，再根据水池的容积是 90m^3 求出自变量 t 的取值范围。

(2) 将 $t=10$ 代入 (1) 的关系式中，即可求解。

【详解】 (1) 解：由题意，得

$$V=10+5t,$$

\because 水池的容积是 90m^3 ,

$$\therefore 10+5t \leq 90,$$

$$\therefore t \leq 16,$$

$$\text{又} \because t \geq 0,$$

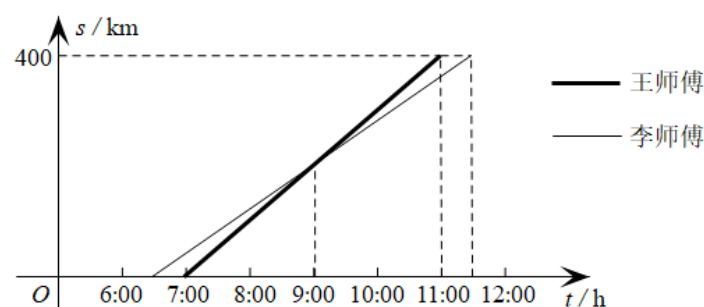
$$\therefore 0 \leq t \leq 16,$$

$$\therefore V=10+5t(0 \leq t \leq 16).$$

(2) 当 $t=10$ 时， $v=10+5 \times 10=60 \text{ m}^3$.

【点睛】 本题考查了列函数关系式，根据题意列出函数关系式是解题的关键。

12. 王师傅和李师傅分别驾驶两辆汽车从 A 城出发，前往 B 城，在整个行程中，汽车离开 A 城的距离 a (km) 与时刻 t (h) 的对应关系如图所示。



(1) A, B 两城相距 _____ km.

(2) _____ 先出发， _____ 先到 B 城.

(3) 王师傅驾车的平均速度是 _____ km/h，李师傅驾车的平均速度为 _____ km/h.

(4) 你还能从图中得到哪些信息？

以上内容仅为本文档的试下载部分，为可阅读页数的一半内容。如要下载或阅读全文，请访问：<https://d.book118.com/476122050103011001>