专题05 绝对值的性质与几何意义、数轴上动点问题
（6种常考题型）（考题猜想）

题型大集合

题型一 利用绝对值的性质化简

题型二 绝对值非负性的应用

题型三 利用绝对值的性质求最值

题型四 绝对值几何意义

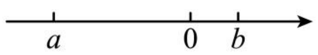
题型五 数轴上两点之间的距离

题型六 数轴上动点问题

题型大通关

一．利用绝对值的性质化简（共15小题）

1．已知表示有理数a，b的点在数轴上的位置如图所示，则$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}$的值是（　　）



A．-2　　　　B．-1　　　　C．0　　　　D．2

【答案】C

【分析】本题考查了数轴和去绝对值，根据数轴分别判断$a<0$，$b>0$，然后去掉绝对值即可，解题的关键是结合数轴判断绝对值符号里面代数式的正负．

【详解】由数轴可得，$a<0$，$b>0$，

$\therefore \frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}$

$=\frac{a}{-a}+\frac{b}{b}$，

$=-1+1=0$，

故选：C．

2．若$ab\neq 0$，那么$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}$的取值不可能是（　　）

A．-2　　　　B．0　　　　C．1　　　　D．2

【答案】C

【分析】本题考查了绝对值的意义，由$ab\neq 0$，可得：①$a>0$，$b>0$，②$a<0$，$b<0$，③$a>0$，$b<0$，④$a<0$，$b>0$；分别计算即可，采用分类讨论的思想是解此题的关键．

【详解】解：∵$ab\neq 0$，

∴有四种情况：①$a>0$，$b>0$，②$a<0$，$b<0$，③$a>0$，$b<0$，④$a<0$，$b>0$；

①当$a>0$，$b>0$时，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}=\frac{a}{a}+\frac{b}{b}=1+1=2$；

②当$a<0$，$b<0$时，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}=\frac{-a}{a}+\frac{-b}{b}=-1-1=-2$；

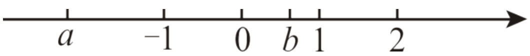
③当$a>0$，$b<0$时，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}=\frac{a}{a}+\frac{-b}{b}=1-1=0$；

④当$a<0$，$b>0$时，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}=\frac{-a}{a}+\frac{b}{b}=-1+1=0$；

综上所述，$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}$的值为：$\pm 2$或0．

故选：C．

3．已知有理数 a，b 在数轴上的位置如图所示，则化简$|a+1|-|b-a|$的结果为（　　）



A．$2a-b+1$　　　　B．$-b+1$　　　　C．$-b-1$　　　　D．$-2a-b-1$

【答案】C

【分析】本题考查了数轴上数的表示特征，绝对值的性质．根据数轴上数的表示可知，左边的数都小于右边的数，判断出$a+1\langle 0$，$b-a\rangle 0$，然后去掉绝对值符号计算即可．

【详解】解：根据数轴上数的表示可知，$a<-1<0<b<1$，

∴$a+1\langle 0$，$b-a\rangle 0$，

∴原式$=-a-1-b+a=-1-b$，

故选：C．

4．$a<0$，则化简$\frac{a+|a|}{a-|a|}+\frac{a}{|a|}$的结果为（　　）

A．-2　　　　B．-1　　　　C．0　　　　D．2

【答案】B

【分析】本题主要考查了绝对值的意义，掌握负数的绝对值等于这个数的相反数是解题的关键.

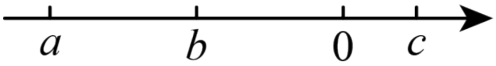
先根据已知条件化简绝对值，然后进行计算即可.

【详解】解：∵ $a<0$，

$\therefore \frac{a+|a|}{a-|a|}+\frac{a}{|a|}=\frac{a+(-a)}{a-(-a)}+\frac{a}{(-a)}=\frac{0}{2a}+\frac{a}{-a}=-1$.

故选：B.

5．三个有理数 a，b，c 在数轴上表示的位置如图所示，则化简 $|a+b|-|c-b|+a$ 的结果是（　）



A．$2a+2b$　　　B．$2a+2b-c$　　　C．$-c$　　　D．$-2b-c$

【答案】C

【分析】本题考查了整式的加减和去绝对值，根据数轴分别判断 $a+b<0$，$c-b>0$ 的正负，然后去掉绝对值即可，解题的关键是结合数轴判断绝对值符号里面代数式的正负.

【详解】由数轴可得，$a+b<0$，$c-b>0$，

$\therefore |a+b|-|c-b|+a$

$=-a-b-c+b+a$，

$=-c$，

故选：C.

6．有理数 a，b，c，d 使 $\frac{|abcd|}{abcd}=-1$，则 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|d|}{d}$ 的最大值是______.

【答案】2

【分析】根据绝对值的运用判断出有理数 a，b，c，d 中负数的个数，然后分别讨论求出最大值．本题主要考查了绝对值的运用，采用分类讨论的思想进行解题.

【详解】解：Q $\frac{|abcd|}{abcd}=-1$，

$\therefore$ 有理数 a，b，c，d 中负数为奇数个.

①若有理数 a，b，c，d 有一个负三个正，

则 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|d|}{d}=2$；

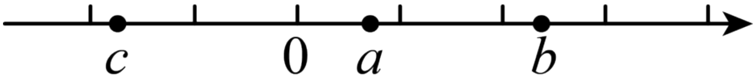
②若有理数 a，b，c，d 有三个负一个正，

则 $\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|d|}{d}=-2$；

所以$\frac{|a|}{a}+\frac{|b|}{b}+\frac{|c|}{c}+\frac{|d|}{d}$的最大值是 2.

故答案为：2.

7．已知数a、b、c位置如图所示，化简$|a-b|-|a+c|=$_____.



【答案】$b+c$ / $c+b$

【分析】本题主要考查绝对值的化简、数轴等知识点，要能根据数轴上点的位置确定各式子的符号是关键.

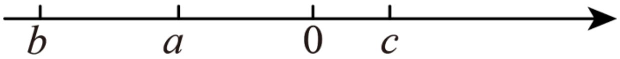
先根据数轴上 a，b，c 的位置确定$a-b$，$a+c$的符号，再根据绝对值的性质化简即可.

【详解】解：由数轴可知：$c<0<a<b,|c|>a$，则$a-b<0$，$a+c<0$，

所以$|a-b|-|a+c|=-(a-b)+(a+c)=-a+b+a+c=b+c$.

故答案为：$b+c$.

8．a、b、c三个数在数轴上的位置如图所示，则化简$|a-b|-2|a+c|$的结果是_________.



【答案】$3a-b+2c$

【分析】本题考查的是整式的加减，熟知整式的加减实质上就是合并同类项是解答此题的关键．先根据各点在数轴上的位置判断出a、b、c的符号及大小，再去绝对值符号，合并同类项即可.

【详解】解：$\because$由图可知，$b<a<0<c$，$|a|>c$，

$\therefore a-b>0$，$a+c<0$，

$\therefore$原式$=a-b+2(a+c)=a-b+2a+2c=3a-b+2c$.

故答案为：$3a-b+2c$.

9．若$1<x<2$，求代数式$\frac{|x-2|}{x-2}-\frac{|x-1|}{1-x}+\frac{|x|}{x}=$ ______.

【答案】1

【分析】本题考查了绝对值的定义，代数式，解题的关键是掌握绝对值的定义．根据绝对值的定义求解即可.

【详解】解：$\because 1<x<2$，

$\therefore x-2<0$，$x-1>0$，$x>0$，

$\therefore \left|x-2\right|=-\left(x-2\right)$，$\left|x-1\right|=x-1$，$\left|x\right|=x$，

$\frac{\left|x-2\right|}{x-2}-\frac{\left|x-1\right|}{1-x}+\frac{\left|x\right|}{x}$

$=\frac{-\left(x-2\right)}{x-2}-\frac{x-1}{1-x}+\frac{x}{x}$

$=-1+1+1$

$=1$，

故答案为：1

10．若 $a>0$，$\frac{|a|}{a}=$_________；若 $a<0$，$\frac{a}{|a|}=$_________；

①若 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}=0$，则 $\frac{|ab|}{-ab}=$_________；

②若 $abc<0$，则 $\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}=$_________.

【答案】 1 -1 1 1

【分析】此题考查了分类讨论解决含字母参数绝对值的问题，关键是能确定含字母参数绝对值是它本身还是它的相反数.

根据实数绝对值的性质 $\left|a\right|=\begin{cases}a(a\geq 0)\\-a(a<0)\end{cases}$，根据 a 的符号确定它的绝对值是它本身还是相反数即可.

【详解】解：$\because a>0$，

$\therefore |a|=a$，

$\therefore \frac{|a|}{a}=\frac{a}{a}=1$；

$\because a<0$，

$\therefore |a|=-a$，

$\therefore \frac{a}{|a|}=\frac{a}{-a}=-1$，

故答案为：1，-1；

①$\because \frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}=0$，

$\therefore ab<0$，

$\therefore |ab|=-ab$，

$\therefore \frac{|ab|}{-ab}=\frac{-ab}{-ab}=1$，

故答案为：1；

②∵$abc<0$，

∴a、b、c中有一个负数、两个正数和三个负数两种情况，

当a、b、c中有一个负数、两个正数时，

$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}=-1+1+1=1$，

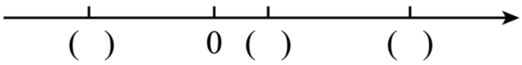
当a、b、c中有三个负数时，

$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}=-1-1-1=-3$，

故答案为：1 或-3．

11．有理数$a>0$，$b>0$，$c<0$，且$|a|<|c|<|b|$．

(1)在数轴上将 a，b，c 三个数在数轴上表示出来如图所示；



(2)化简：$|b+c|-|a-b|+|2a-c|$．

【答案】(1)见详解

(2)$3a$

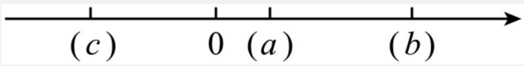
【分析】（1）根据所给的范围确定数在数轴上的位置即可；

（2）由题意可知$b+c>0$，$a-b<0$，$a-c>0$，再化简即可．

本题考查实数与数轴，熟练掌握数轴上点的特征，绝对值的意义是解题的关键．

【详解】（1）解：依题意，有理数$a>0$，$b>0$，$c<0$，且$|a|<|c|<|b|$

∴如图所示：



（2）解：∵$a>0$，$b>0$，$c<0$，且$|a|<|c|<|b|$，

∴$b+c>0$，$a-b<0$，$a-c>0$，

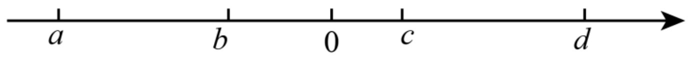
∴$|b+c|-|a-b|+|2a-c|$

$=b+c-(b-a)+(2a-c)$

$=b+c-b+a+2a-c$

$=3a$．

12．已知有理数 a、b、c、d 在数轴上对应的点的位置如图所示，化简：$|a+c|+|b-d|-|c-b|$



【答案】$-a-2c+d$

【分析】此题综合考查了数轴、绝对值的有关内容，熟练掌握以上知识是解题的关键.

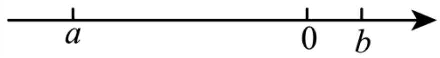
先观察数轴，得到 $a<b<0<c<d$，从而得到 $a+c<0$，$b-d<0$，$c-b>0$，然后根据绝对值的性质进行化简即可.

【详解】解：由数轴可知，$a<b<0<c<d$，

∴ $a+c<0$，$b-d<0$，$c-b>0$，

∴ $|a+c|+|b-d|-|c-b|=-a-c-b+d-c+b=-a-2c+d$

13．a，b 在数轴上的位置如图，化简 $|b-a|-|a|+|a+b|$.



【答案】$-a$

【分析】本题考查了运用数轴比较大小以及化简绝对值，先由数轴得 $a<0<b,|a|>|b|$，再化简

$|b-a|-|a|+|a+b|$，最后运算加减，即可作答.

【详解】解：依题意，$a<0<b,|a|>|b|$

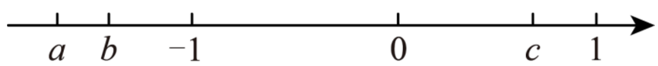
∴ $b-a>0$，$a+b<0$

∴ $|b-a|-|a|+|a+b|$

$=b-a+a-a-b$

$=-a$

14．已知有理数 a、b、c 在数轴上位置如图所示，化简：$|a+1|-|c-b|-|a+b+c|$.



【答案】$2b-1$

【分析】本题考查数轴、绝对值，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

根据数轴可以判断 a、b、c 的正负和绝对值的大小，从而可以化简题目中的式子.

【详解】解：根据数轴，得 $a+1<0,c-b>0,a+b+c<0$，

$\therefore |a+1|=-(a+1),|c-b|=c-b,|a+b+c|=-(a+b+c)$，

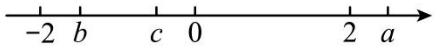
$\therefore |a+1|-|c-b|-|a+b+c|$

$=-(a+1)-(c-b)+(a+b+c)$

$=-a-1-c+b+a+b+c$

$=2b-1$.

15．有理数 a，b，c 在数轴上的位置如图所示．



(1)用“＞”“＜”或“＝”填空：

$a+b$______0，$c-a$______0，$b+2$______0．

(2)化简：$|a+b|+2|c-a|-|b+2|$．

【答案】(1)>，<，>

(2)$3a-2c-2$

【分析】本题主要考查了利用数轴确定代数式的正负、绝对值的化简等知识点，掌握利用数轴确定代数式的正负成为解题的关键．

（1）先根据数轴取得 a、b、c 的大小关系，然后再确定所求代数式的正负即可；

（2）根据（1）所的代数式的正负取绝对值，然后再合并同类项即可．

【详解】（1）解：由数轴可得：$-2<b<c<0<2<a$，

则 $a+b>0, c-a<0, b+2>0$．

故答案为：>，<，>．

（2）解：∵ $a+b>0, c-a<0, b+2>0$，

∴ $|a+b|+2|c-a|-|b+2|$

$=a+b-2(c-a)-(b+2)$

$=a+b-2c+2a-b-2$

$=3a-2c-2$．

二．绝对值非负性的应用（共 11 小题）

1．如果$|a+1|+(b-2)^2=0$，则$a+b$的值为（　）

A．1　　B．3　　C．-1　　D．-3

【答案】A

【分析】本题考查了绝对值及平方非负性的应用，由题意得$|a+1|=0,(b-2)^2=0$是解题关键.

【详解】解：∵$|a+1|\ge 0,(b-2)^2\ge 0$，$|a+1|+(b-2)^2=0$，

∴$|a+1|=0,(b-2)^2=0$

∴$a=-1,b=2$

∴$a+b=1$

故选：A

2．若$(a+3)^2$与$|b-1|$互为相反数，则（　）.

A．$a=-3,b=-1$　　B．$a=-3,b=1$　　C．$a=3,b=1$　　D．$a=3,b=-1$

【答案】B

【分析】本题考查了相反数的定义、绝对值的非负性等知识点，熟练掌握绝对值的非负性是解题的关键.根据相反数的定义及非负数的性质列出方程求出a、b的值即可.

【详解】解：∵$(a+3)^2$与$|b-1|$互为相反数，

∴$(a+3)^2+|b-1|=0$，

∴$a+3=0,b-1=0$，

∴$a=-3,b=1$.

故选B.

3．若$|x-3|+|y+2|=0$，则$|x|+|y|$的值是（　）.

A．5　　B．1　　C．2　　D．0

【答案】A

【分析】本题考查了非负数的性质：有限个非负数的和为零，那么每一个加数也必为零．根据非负数的性质可求出x、y的值，然后代入所求代数式中求解即可.

【详解】解：∵$|x-3|+|y+2|=0$，

又$|x-3|\ge 0,|y+2|\ge 0$，

∴ $x-3=0, y+2=0$，

∴ $x=3$， $y=-2$；

则 $|x|+|y|=3+2=5$．

故选 A．

4．如果有理数 x 、 y 满足 $|x-1|+|x+y|=0$，那么 xy 的值是（　）

A． -1　　B． ±1　　C． 1　　D． 2

【答案】A

【分析】此题考查了非负数的性质．根据非负数的性质，可求出 x 、 y 的值，然后代入求值计算即可．

【详解】解：∵有理数 x 、 y 满足 $|x-1|+|x+y|=0$，

∴ $x-1=0$， $x+y=0$，

∴ $x=1$， $y=-1$，

则 $xy=1\times(-1)=-1$，

故选：A．

5．若 $|-2+a|+4(3-b)^2=0$，则 $b=$________； $a=$________．

【答案】　3　2

【分析】根据有理数的非负性解答即可．

本题考查了有理数的非负性，熟练掌握性质是解题的关键．

【详解】解：∵ $|-2+a|+4(3-b)^2=0$，

∴ $-2+a=0, 3-b=0$，

解得： $b=3, a=2$．

故答案为：3，2．

6．已知 $|x|$ 是非负数，且非负数中最小的数是 0．

(1)已知 $|a-2|+|b-1|=0$，则 $a+b$ 的值是_________；

(2)当 $a=$________时， $|1-a|+2$ 有最小值，最小值是______．

【答案】(1)3

(2)1，2

【分析】本题考查绝对值；

（1）有绝对值的非负性可以得出$0+0=0$，代入即可求出答案.

（2）根据绝对值的非负性解题即可.

【详解】（1）$\because$ $|a-2|\ge 0,|b-1|\ge 0$，$|a-2|+|b-1|=0$

$\therefore$ $a-2=0$，$b-1=0$，

$\therefore$ $a=2$，$b=1$，

$\therefore$ $a+b=3$，

故答案为：3；

（2）$\because$ $|a-1|\ge 0$

$\therefore$ 当$a-1=0$时，$|a-1|=0$最小，此时$|1-a|+2$有最小值，

$\therefore$ 当$a=1$时$|1-a|+2$有最小值，最小值是2，

故答案为：1，2.

7．已知$(x+y+3)^2+|2x-4|=0$，则$y=$________.

【答案】-5

【分析】本题考查了非负数的性质，掌握几个非负数的和为0，这几个数都为0是解题的关键．根据非负数的性质列出方程组，求得x，y的值即可.

【详解】解：Q$(x+y+3)^2+|2x-4|=0$，

$\therefore x+y+3=0$，$2x-4=0$，

解得$x=2$，$y=-5$，

故答案为-5.

8．已知a，b是有理数，且满足$|a-1|+|2-b|=0$，求a与b的值.

【答案】$a=1$，$b=2$

【分析】本题考查了绝对值非负的性质．当它们相加和为0时，必须满足其中的每一项都等于0．根据非负数的性质列出方程求出未知数的值.

【详解】解：Q$|a-1|+|2-b|=0$，

$\therefore a-1=0$，$2-b=0$，

$\therefore a=1$，$b=2$，

故答案为：$a=1$，$b=2$.

9．已知$|x-2|+|y+3|=0$.

(1)求$x+y$的值．

(2)求$x-y$的值．

【答案】(1)-1

(2)5

【分析】本题考查了非负数的性质：有限个非负数的和为零，那么每一个加数也必为零．

（1）根据非负数的性质可求出x、y的值，再将它们代入$x+y$中求解即可．

（2）根据非负数的性质可求出x、y的值，再将它们代入$x-y$中求解即可．

【详解】（1）解：由题意得，$x-2=0$，$y+3=0$，

解得，$x=2$，$y=-3$，

则$x+y=2-3=-1$，

（2）由题意得，$x-2=0$，$y+3=0$，

解得，$x=2$，$y=-3$，

则$x-y=2-(-3)=5$.

10．若$|2x-1|+|y+3|=0$，求x、y的值．

【答案】$x=\frac{1}{2}$，$y=-3$

【分析】本题考查了非负数的性质．根据绝对值的和为零，可得每个绝对值同时为零，可得答案．

【详解】解：由$|2x-1|+|y+3|=0$，得

$2x-1=0$，$y+3=0$.

解得$x=\frac{1}{2}$，$y=-3$.

11．若$|a-3|+|b-2015|=0$，求a，b的值．

【答案】$a=3$，$b=2015$

【分析】本题考查了绝对值的性质，根据绝对值的性质去绝对值是解题的关键．根据$|a-3|=0$，$|b-2015|=0$求出a，b的值．

【详解】解：由绝对值的性质得$|a-3|\geq 0$，$|b-2015|\geq 0$，

$\because |a-3|+|b-2015|=0$，

$\therefore |a-3|=0$，$|b-2015|=0$，

$\therefore a=3$，$b=2015$．

三．利用绝对值的性质求最值（共 9 小题）

1．设 n 个有理数 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 满足 $|x_i|<1(i=1,2,\cdots,n)$，且 $|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_n|=19+|x_1+x_2+\cdots+x_n|$，则 n 的最小值是（　　）

A．19　　B．20　　C．21　　D．22

【答案】B

【分析】本题考查的是绝对值的非负性的应用，由 $|x_i|<1(i=1,2,\cdots,n)$，结合已知条件得到 $n\geq 20$，再取值验证 $n=20$ 符合题意即可.

【详解】解：$\because |x_i|<1(i=1,2,\cdots,n)$，

$\therefore 19=|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_n|-|x_1+x_2+\cdots+x_n|\leq|x_1|+|x_2|+\cdots+|x_n|<n$，

$\therefore n\geq 20$．

当 $n=20$ 时，取 $x_1=x_3=\cdots=x_{19}=0.95$，$x_2=x_6=\cdots=x_{18}=x_{20}=-0.95$，

则 $|x_i|<1\ (i=1,2,\cdots,20)$ 且 $x_1|+|x_2|+\cdots+|x_{20}|=19+|x_1+x_2+\cdots+x_{20}|$，满足题目条件，故所求 n 的最小值为 20．

故选 B

2．如果 x 为有理数，式子 $2023-|x+2|$ 存在最大值，这个最大值是（　）

A．2025　　B．2024　　C．2023　　D．2022

【答案】C

【分析】本题考查的是绝对值的非负性的含义，理解 $|x+2|$ 的最小值是 0 是解本题的关键.

【详解】解：$\because x$ 为有理数式子 $2023-|x+2|$ 存在最大值，

$\therefore$ 当 $|x+2|=0$，$2023-|x+2|$ 最大为 2023，

故选 C.

3．若 a 是有理数，则 $|a-1|+2$ 的最小值是（　　）

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

【答案】C

【分析】根据绝对值的非负性即可求解．

【详解】解：∵ a 是有理数

∴ $a-1$ 可为正数、负数、零

由绝对值的非负性可知：$|a-1|\geq 0$

∴ $|a-1|+2\geq 2$

即：$|a-1|+2$ 的最小值是 2

故选：C

【点睛】本题考查绝对值的非负性．熟记相关结论即可．

4．（1）若 $|m-6|$ 有最小值，则当 $m=$________时，取最小值，最小值为_________．

（2）若 $|m-2|+|n-6|=0$，则 $m=$________，$n=$________．

（3）$5-|m|$ 有最_______（填“大”或“小”）值，这个最（大）小值是_________．

【答案】　6　0　2　6　大　5

【分析】本题主要考查了绝对值的非负数：

（1）根据 $|m-6|\geq 0$ 得到若 $|m-6|$ 有最小值，则 $|m-6|=0$，据此可得答案；

（2）根据绝对值的非负性可得 $|m-2|=|n-6|=0$，则 $m-2=0$，$n-6=0$，据此可得答案；

（3）根据绝对值的非负性可得 $5-|m|\leq 5$，据此可得答案．

【详解】解：（1）∵ $|m-6|\geq 0$，

∴若 $|m-6|$ 有最小值，则 $|m-6|=0$，

∴ $m-6=0$，

∴ $m=6$，

∴当 $m=6$ 时，$|m-6|$ 取最小值，最小值为 0，

故答案为：6；0；

（2）∵ $|m-2|+|n-6|$，$|m-2|\geq 0, |n-6|\geq 0$，

∴ $|m-2|=|n-6|=0$，

∴ $m-2=0$，$n-6=0$，

∴ $m=2$，$n=6$，

故答案为：2；6；

（3）∵ $|m|\geq 0$，

∴ $-|m|\leq 0$，

∴ $5-|m|\leq 5$，

∴ $5-|m|$ 有最大值，最大值为 5，

故答案为：大；5．

5．已知 a 为有理数，则 $|a-2|+4$ 的最小值为_______．

【答案】4

【分析】本题考查了绝对值的非负性，解题的关键是掌握正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0．根据绝对值的非负性即可解答．

【详解】解：∵ $|a-2|\geq 0$，

∴ $|a-2|+4\geq 4$，

∴ $|a-2|+4$ 的最小值为 4，

故答案为：4．

6．如果 x 为有理数，式子 $2021-|x-3|$ 存在最大值，那么这个式子有最___值是____，此 $x=$____

【答案】　　大　　2021　　3

【分析】本题考查了绝对值的非负性，熟练掌握若 a 为有理数，则有 $|a|\geq 0$ 是解答本题的关键．根据绝对值的非负性求解即可．

【详解】解：∵ $|x-3|\geq 0$，

∴ 当 $x=3$ 时，$|x-3|$ 的最小值为 0，

∴ $2021-|x-3|$ 的最大值为 2021，此时 $x=3$．

故答案为：大；2021；3．

7．已知，数轴上A，B，C三点对应的有理数分别为a，b，c．其中点A在点B左侧，A，B两点间的距离为4，且a，b，c满足$|a+b|+(c-2024)^2=0$，则

（1）c的值为______．

（2）数轴上任意一点P，点P对应的数为x，若存在x使$|x-a|+|x-b|+|x-c|$的值最小，则x的值为______．

【答案】　2024　2

【分析】本题考查了数轴上的点之间的距离与绝对值的关系、绝对值和平方的非负性，根据绝对值的定义得出$|x-a|+|x-b|+|x-c|=|x+2|+|x-2|+|x-2024|$表示$x$与$-2$，2和2024三个数的距离之和是解题的关键．

【详解】（1）∵$|a+b|+(c-2024)^2=0$，$|a+b|\geq 0$，$(c-2024)^2\geq 0$，

∴$a+b=0$，$c-2024=0$，

即$a=-b$，$c=2024$，

故答案为：2024；

（2）∵点A在点B左侧，A，B两点间的距离为4，

∴$a=-2$，$b=2$，

∵$|x-a|+|x-b|+|x-c|=|x+2|+|x-2|+|x-2024|$表示$x$与$-2$，2和2024三个数的距离之和，

∴当x取中间值2时，和为最小值为2024；

故答案为：2．

8．阅读材料：$|x|$的几何意义是数轴上数x的对应点与原点之间的距离，即$|x|=|x-0|$，也可以说$|x|$表示数轴上数x与数0对应点之间的距离．这个结论可以推广为$|x_1-x_2|$表示数轴上数x_1与数x_2对应点之间的距离，根据材料的说法，试求：

(1)$|x+3|=4$；

(2)若x为有理数，代数式$3-|x+2|$有没有最大值？如果有，求出这个最大值及此时x的值是多少？如果没有，请说明理由；

(3)若x为有理数，则$|x-1|+|x-3|$有最______值（填“大”或“小”），其值为________．

【答案】(1)$x=-7$或$x=1$

(2) $3-|x+2|$ 有最大值是 3

(3)小；2

【分析】本题考查的是绝对值的几何意义，掌握数轴上某个数与原点的距离叫做这个数的绝对值是解题的关键.

（1）根据绝对值是数轴上某个数与原点的距离解答；

（2）根据绝对值的非负性解答；

（3）根据绝对值的意义解答.

【详解】（1）解：$\because |x+3|=4$，

$\therefore |x-(-3)|=4$，

根据材料所求为 x 与 -3 之间的距离，

①x 在 -3 左侧的数轴上时，$x=-7$，

即 $|x+3|=-(x+3)=4$，$x=-7$，

②x 在 -3 右侧的数轴上时，$x=1$，

即 $|x+3|=4$，$x+3=4$，$x=1$；

（2）解：代数式 $3-|x+2|$ 有最大值，

$\because |x+2|\ge 0$，

$\therefore |x+2|=0$，

即 $x=-2$ 时，

此时：$3-|x+2|$ 有最大值是 3；

（3）解：根据绝对值的定义可知：$|x-1|+|x-3|$ 表示点 x 到 1 与 3 两点距离之和，

$|3-1|=2$，

$\therefore$ 点 x 在 1 与 3 之间时，

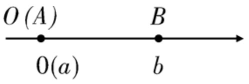
$|x-1|+|x-3|$ 有最小值，其值为 2.

故答案为：小；2.

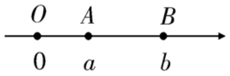
9．阅读下面的材料：

点 A，B 在数轴上分别表示有理数 a，b，A，B 两点之间的距离表示为 $|AB|$．

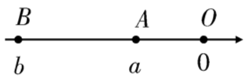
当 A，B 两点中有一点在原点时，不妨设点 A 在原点，如图①所示，$|AB|=|OB|=|b|=|a-b|$；



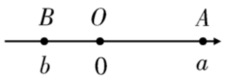
①



②



③



④

当 A，B 两点都不在原点时，

a．如图②所示，点 A，B 都在原点的右边，

$|AB|=|OB|-|OA|=|b|-|a|=b-a=|a-b|$；

b．如图③所示，点 A，B 都在原点的左边，

$|AB|=|OB|-|OA|=|b|-|a|=-b-(-a)=|a-b|$；

c．如图④所示，点 A，B 在原点的两边，

$|AB|=|OA|+|OB|=|a|+|b|=a+(-b)=|a-b|$．

综上，数轴上 A，B 两点之间的距离 $|AB|=|a-b|$．

回答下列问题：

(1)数轴上表示 2 和 5 的两点之间的距离是_，数轴上表示 -2 和 -5 的两点之间的距离是_，数轴上表示 1 和 -3 的两点之间的距离是_；

(2)数轴上表示 x 和 -1 的两点 A 和 B 之间的距离是_，如果 $|AB|=2$，那么 x 为_；

(3)当 $|x+4|+|y-7|$ 取最小值时，$x=$_，$y=$_.

【答案】(1) 3，3，4；

(2) $|x+1|$，1 或 -3；

(3) -4，7．

【分析】（1）根据两点间距离公式计算即可；

（2）根据两点间距离公式可得点A和B之间的距离是$|x+1|$，进而由$|AB|=2$可得$|x+1|=2$，解方程即可求解；

（3）由绝对值的性质可得当$|x+4|=0$，$|y-7|=0$时，$|x+4|+|y-7|$取最小值，据此即可求解；

本题考查了数轴上两点间的距离公式，绝对值的性质，掌握数轴上两点间的距离计算方法及绝对值的性质是解题的关键．

【详解】(1) 解：由题意可得，数轴上表示2和5的两点之间的距离是$|2-5|=3$，

数轴上表示-2和-5的两点之间的距离是$|-2-(-5)|=3$，

数轴上表示1和-3的两点之间的距离是$|1-(-3)|=4$，

故答案为：3，3，4；

（2）解：数轴上表示x和-1的两点A和B之间的距离是$|x-(-1)|=|x+1|$，

当$|AB|=2$时，$|x+1|=2$，

$\therefore x+1=2$或$x+1=-2$，

$\therefore x=1$或$x=-3$，

故答案为：$|x+1|$，1或-3；

（3）解：$\because |x+4|\geq 0$，$|y-7|\geq 0$，

$\therefore$当$|x+4|=0$，$|y-7|=0$时，$|x+4|+|y-7|$取最小值，

$\therefore x=-4$，$y=7$，

故答案为：-4，7．

四．绝对值几何意义（共6小题）

1．在解决数学实际问题时，常常用到数形结合思想，比如：$|x+1|$的几何意义是数轴上表示数x的点与表示数-1的点的距离，$|x-2|$的几何意义是数轴上表示数x的点与表示数2的点的距离．当$|x+1|+|x-2|$取得最小值时，x的取值范围是（　　）

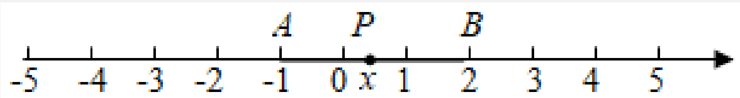
A．$1\leq x\leq 2$　　　　B．$x\leq -1$或$x\geq 2$

C．$-1\le x\le 2$　　　　　　　　　　　　D．$1\le x\le -2$

【答案】C

【分析】由题意画出数轴，然后根据数轴上的两点距离可进行求解．

【详解】解：如图，由$|x+1|+|x-2|=|x-(-1)|+|x-2|$可得：点$A$、$B$、$P$分别表示数$-1$、$2$、$x$，$AB=3$．



Q$|x+1|+|x-2|$的几何意义是线段PA与PB的长度之和，

$\therefore$当点P在线段AB上时，$PA+PB=3$，当点P在点A的左侧或点B的右侧时，$PA+PB>3$．

$\therefore |x+1|+|x-2|$取得最小值时，x的取值范围是$-1\le x\le 2$；

故选：C．

【点睛】本题主要考查数轴上的两点距离，解题的关键是利用数形结合思想进行求解．

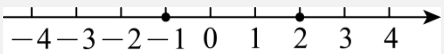
2．在解决数学实际问题时，常常用到数形结合思想，比如：$|x+1|$的几何意义是数轴上表示数x的点与表示数-1的点的距离，$|x-2|$的几何意义是数轴上表示数x的点与表示数2的点的距离．当$|x+1|+|x-2|$取得最小值时，x的取值范围是_____．

【答案】$-1\le x\le 2$

【分析】本题结合数轴考查了绝对值的意义以及绝对值的性质，数轴上两点的距离，解题的关键是以-1和2为界点对x的值进行分类讨论，进而得出代数式的值．

以-1和2为界点，将数轴分成三部分，对x的值进行分类讨论，然后根据绝对值的意义去绝对值符号，分别求出代数式的值进行比较即可．

【详解】解：如图，



当$x<-1$时，$x+1<0$，$x-2<0$，

$|x+1|+|x-2|$

$=-(x+1)-(x-2)$

$=-x-1-x+2$

$=-2x+1>3$；

当$x>2$时，$x+1>0$，$x-2>0$，

$|x+1|+|x-2|$

$=(x+1)+(x-2)$

$=x+1+x-2$

$=2x-1>3$；

当$-1\le x\le 2$时，$x+1\ge 0$，$x-2\leqslant 0$，

$|x+1|+|x-2|$

$=(x+1)-(x-2)$

$=x+1-x+2=3$；

综上所述，当$-1\le x\le 2$时，$|x+1|+|x-2|$取得最小值，

所以当$|x+1|+|x-2|$取得最小值时，x的取值范围是$-1\le x\le 2$．

故答案为：$-1\le x\le 2$．

3．阅读理解：对于有理数 a、b，$|a|$的几何意义为：数轴上表示数 a 的点到原点的距离；$|a-b|$的几何意义为：数轴上表示数 a 的点与表示数 b 的点之间的距离．如：$|x-2|$的几何意义即数轴表示数 x 的点与表示数 2 的点之间的距离，请根据你的理解解答下列问题：

(1)根据$|x+2|$的几何意义，若$|x+2|=3$，那么 x 的值是_．

(2)画数轴分析$|x+2|+|x+3|$的几何意义，并求出$|x+2|+|x+3|$的最小值是_．

(3)$|x+1|+|x|+|x-1|+|x-2|+|x-3|+\ldots+|x-2023|$的最小值是多少？

【答案】(1)1 或-5

(2)1

(3)1025156

【分析】本题考查了绝对值的几何意义以及化简绝对值：

（1）根据绝对值的几何意义，即可作答．

（2）先表示$|x+2|+|x+3|$的几何意义，再结合数轴，即可作答．

（3）线表示$|x+1|+|x|+|x-1|+|x-2|+|x-3|+\ldots+|x-2023|$的几何意义，找到$-1$和 2023 的中点，当$x=\dfrac{2023+(-1)}{2}=1011$，取得最小值，即可作答．

【详解】（1）解：依题意，$|x+2|$的几何意义：数轴上表示 x 的点与表示-2的点之间的距离，

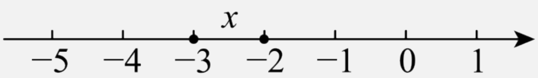
若$|x+2|=3$，即$x+2=3$或$x+2=-3$，

解得$x=1$或$x=-5$，

则x的值是1或-5，

故答案为：1或-5；

（2）解：$|x+2|+|x+3|$的几何意义：数轴上表示x的点与表示-2的点之间的距离与数轴上表示x的点与表示-3的点之间的距离之和，



当$-2\le x\le -3$时，$|x+2|+|x+3|$的最小值是为$-2-(-3)=1$，

故答案为：1；

（3）解：$\because |x+1|+|x|+|x-1|+|x-2|+|x-3|+\ldots+|x-2023|$表示$x$到$-1$，0，1，2，3，…2023的点的距离的和，

$\therefore$当x位于-1和2023的中点时，即$\dfrac{2023+(-1)}{2}=1011$

$\therefore$当$x=1011$时，$|x+1|+|x|+|x-1|+|x-2|+|x-3|+\ldots+|x-2023|$最小，

最小值为：

$|x+1|+|x|+|x-1|+|x-2|+|x-3|+\ldots+|x-2023|$

$=1012+1011+1010+1009+1008+\ldots+1+0+1+\ldots+1012$

$=1012+1011+1010+1009+1008+\ldots+1+1+\ldots+1010+1011+1012$

$=\dfrac{(1012+1)\times 1012}{2}\times 2$

$=1013\times 1012$

$=1025156$.

4．阅读下面的材料：

根据绝对值的几何意义，我们知道$|5-3|$表示5、3在数轴上对应的两点间的距离；$|5+3|=|5-(-3)|$，所以$|5+3|$表示5、-3在数轴上对应的两点之间的距离；$|5|=|5-0|$，所以$|5|$表示5在数轴上对应的点到原点的距离．一般地，点A、B在数轴上分别表示有理数a、b，那么A、B两点之间的距离可以表示为$|AB|=|a-b|$．

回答下列问题：

(1)数轴上表示6与-9的两点之间的距离是_________；数轴上表示x与2的两点之间的距离是_______．

(2)若$|x-3|=3$，则$x=$_______.

(3)满足$|x+2|+|x-3|=5$的整数x有_______个.

(4)当$a=$_______时，代数式$|x+a|+\left|x-\frac{1}{2}\right|$的最小值是3.

【答案】(1)15；$|x-2|$

(2)0或6

(3)6

(4)$2\frac{1}{2}$或$-3\frac{1}{2}$

【分析】本题考查数轴上两点间距离计算；

（1）根据两点间距离公式计算；

（2）根据数轴上两点间距离公式的定义，结合数轴求解；

（3）由数轴上两点间距离公式，可判断x在-2与3之间，即可；

（4）由数轴上两点间距离公式，由题意得当表示x的点在表示$-a$的点与表示$\frac{1}{2}$的点之间（含两点）时，$|x+a|+\left|x-\frac{1}{2}\right|$取最小值，然后分两种情况讨论，即可求解.

【详解】（1）解：数轴上表示6与-9的两点之间的距离是$6-(-9)=15$；

数轴上表示x与2的两点之间的距离是$|x-2|$.

故答案为：15；$|x-2|$

（2）解：$|x-3|=3$表示x与3的距离为3，

∴$x=0$或6.

故答案为：0或6

（3）解：$|x+2|+|x-3|=5$表示x与的距离-2与它与3的距离之和为5，

∴x在-2与3之间，

∴这样的整数x有$-2,-1,0,1,2,3$，共6个.

故答案为：6

（4）解：$|x+a|+\left|x-\frac{1}{2}\right|$的值为“表示$x$的点与$-a$表示的点的距离”与“表示$x$的点与$\frac{1}{2}$表示的点的距离”之和.

当表示 x 的点在表示 $-a$ 的点与表示 $\frac{1}{2}$ 的点之间（含两点）时，$|x+a|+\left|x-\frac{1}{2}\right|$ 取最小值.

∴表示 $-a$ 的点与表示 $\frac{1}{2}$ 的点的距离为 3.

若 $-a<\frac{1}{2}$，即 $a>-\frac{1}{2}$，

则 $-a=\frac{1}{2}-3=-2\frac{1}{2}$，

∴ $a=2\frac{1}{2}$.

若 $-a>\frac{1}{2}$，即 $a<-\frac{1}{2}$，

则 $-a=\frac{1}{2}+3=3\frac{1}{2}$，

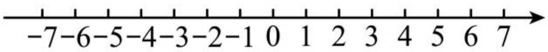
∴ $a=-3\frac{1}{2}$.

综上，当 a 取 $2\frac{1}{2}$ 或 $-3\frac{1}{2}$ 时，原式的最小值是 3.

故答案为：$2\frac{1}{2}$ 或 $-3\frac{1}{2}$

5．阅读下列材料：

经过有理数运算的学习，我们知道 $|5-3|$ 可以表示 5 与 3 之差的绝对值，同时也可以理解为 5 与 3 两个数在数轴上所对应的两点之间的距离，我们可以把这称之为绝对值的几何意义．同理，$|5-(-2)|$ 可以表示 5 与 -2 之差的绝对值，也可以表示 5 与 -2 两个数在数轴上所对应的两点之间的距离．试探究：



(1) $|x-5|$ 表示数轴上有理数 x 所对应的点到________所对应的点之间的距离；$|x+2|$ 表示数轴上有理数 x 所对应的点到________所对应的点之间的距离．若 $|x+2|=5$，则 $x=$________.

(2)利用绝对值的几何意义，请找出所有符合条件的整数 x，使得 $|x+2|+|x-5|=7$．这样的整数 x 有________________．（写出所有的整数 x）

(3)利用绝对值的几何意义，求出 $|x-1|+|x+2|+|x-3|$ 的最小值，并说明理由.

【答案】(1)4；1；3 或 -7

(2) -2，-1，0，1，2，3，4，5

(3)5；理由见解析

【分析】（1）根据数轴上的两点距离可直接进行求解；